

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«09» февраля 2023 г.

Рабочая программа дисциплины

К.М.07.01.12 Исследование операций

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«Математика и Информатика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная, заочная

Год набора 2023

Новокузнецк 2023

Оглавление	
1 Цель дисциплины.	3
1.1 Формируемые компетенции	Ошибка! Закладка не определена.
1.2 Индикаторы достижения компетенций	Ошибка! Закладка не определена.
1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине ...	Ошибка! Закладка не определена.
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.	3
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.	4
3.1 Учебно-тематический план	4
3.2. Содержание занятий по видам учебной работы	5
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.....	5
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	6
5.1 Учебная литература.....	6
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.....	7
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	7
6 Иные сведения и (или) материалы.	7
6.1. Примерные темы письменных учебных работ	7
6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации	11

1 Цель дисциплины.

В результате освоения дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП):

ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач

Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач	ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области "Математика" (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания предметной области "Математика" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать по предметной области "Математика" различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	Знать: - научное содержание и современное состояние предметной области "Исследование операций", лежащее в основе преподаваемого учебного предмета "Математика" - методы проведения научного исследования в предметной области "Исследование операций"; Уметь: - использовать научные знания предметной области "Исследование операций" в педагогической деятельности по профилю подготовки; - применять научные знания предметной области "Исследование операций" при разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности; Владеть: - методами научного исследования в области исследования операций; - способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области "Исследование операций"

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	72		72
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	38		10
Аудиторная работа (всего):	38		10
в том числе:			

лекции	16		4
практические занятия, семинары	22		6
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме	16		
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):	34		58
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы/контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	34		
4 Промежуточная аттестация обучающегося	Зачет		4

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторные занятия		СРС	Аудиторные занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
Семестр 8									
I	Линейное программирование	18	4	6	8	1	2	14	Индивидуальное задание
1	Исследование операций как наука принятия оптимальных решений. Задачи линейного программирования и алгоритмы их решения.	8	2	2	4				
2	Алгоритм симплекс-метода. Двойственные задачи линейного программирования	10	2	4	4				
II	Транспортная задача	16	4	4	8	1	2	14	
3	Закрытая транспортная задача	8	2	2	4				Индивидуальное задание
4	Открытая транспортная задача	8	2	2	4				
III	Нелинейное и динамическое программирование	18	4	6	8	1	1	14	Индивидуальное задание
5	Задачи нелинейного	10	2	4	4				

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторные занятия		СРС	Аудиторные занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
Семестр 8									
	программирования. Геометрическая интерпретация.								
6	Задачи динамического программирования.	8	2	2	4				
IV	Элементы теории матричных игр и теории систем массового обслуживания	20	4	6	10	1	1	16	Индивидуальное задание
7	Элементы теории матричных игр	8	2	2	4				
8	Элементы теории систем массового обслуживания. Одноканальные и многоканальные СМО с ожиданием. Обслуживание с отказами, ожиданиями, приоритетами. Оптимизация обслуживания.	10	2	4	4				
	Промежуточная аттестация -								зачет
ИТОГО по семестру		72	16	22	34	4	6	58	4

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение)	80	Лекционные занятия (конспект) (8 занятий)	1 балл посещение 1 лекционного занятия	0 - 8
		Практические (11 занятий).	1 балл - посещение 1 практического занятия 3 балла – посещение 1 занятия	11 - 32

заданий)			и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	
		Индивидуальные задания (4 задания)	За одно Инд. задание: 6 балла (выполнено 51 - 65% заданий) 8 баллов (выполнено 66 - 85% заданий) 10 баллов (выполнено 86 - 100% заданий)	32-40
Итого по текущей работе в семестре				40 - 80
Промежуточная аттестация (зачет)	20	Вопросы к зачету Задачи.	10 баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение)	10-20
Итого по промежуточной аттестации (зачету)				20 баллов
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации: 50 – 100 б. Набранные баллы переводятся в оценки по следующей шкале: – 51–100 – «зачтено»; – 50 и менее – «не зачтено».				

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Горлач, Б. А. Исследование операций : учебное пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1430-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211085> (дата обращения: 23.06.2023).
2. Ржевский, С. В. Исследование операций : учебное пособие / С. В. Ржевский. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-1480-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/213248> (дата обращения: 23.06.2023).

Дополнительная учебная литература

1. Фомина, А. В. Исследование операций : учебное пособие / А. В. Фомина. — Новокузнецк : КГПИ КемГУ, 2019. — 137 с. — ISBN 978-5-8353-1383-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/169593> (дата обращения: 23.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Янов, С. И. Исследование операций : учебно-методическое пособие / С. И. Янов. — Барнаул : АлтГПУ, 2020. — 72 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/176483> (дата обращения: 23.06.2023).

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

Исследование операций	207 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Специализированная (учебная) мебель: доска мел-маркер, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: компьютер с монитором, проектор, экран, акустическая система Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом. 2
-----------------------	---	---

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

Темы индивидуальных заданий

1. Индивидуальное задание №1: Линейное программирование.

Темы:

- 1.1 Формы записи задачи линейного программирования.
- 1.2 Графический метод решения задачи линейного программирования.
- 1.3 Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.
- 1.4 Двойственная задача линейного программирования.

Вариант (образец):

Задание 1.

Используя геометрическую интерпретацию, найдите решения задачи.

Для производства изделий P_1 и P_2 фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в следующей таблице:

Ресурсы	Нормы затрат ресурсов на одно изделие		Общее количество ресурсов
	P_1	P_2	
Ресурс I вида	0,2	0,1	40
Ресурс II вида	0,1	0,3	60
Трудоемкость (человеко-ч)	1,2	1,5	371,4
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	600	800	

Определить, сколько изделий P_1 и P_2 следует изготавливать фабрике, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Задание 2.

Цех выпускает три вида изделия. Производственные возможности цеха характеризуются данными, представленными в таблицах. Составить план производства продукции, обеспечивающий максимальный доход от реализации изделий.

Используя исходные данные и условия задачи, необходимо:

1. построить математическую модель задачи;
2. решить полученную задачу симплексным методом;
3. составить к ней двойственную задачу;
4. по симплекс-таблице найти решение исходной и двойственной задач;
5. провести экономический анализ полученного решения, используя экономический смысл и свойства двойственных оценок:
 - а) определить влияние изменения единицы каждого из имеющихся видов ресурсов на величину целевой функции в оптимальном плане;
 - б) дефицитные и недефицитные ресурсы, остаток недефицитных ресурсов;
 - в) рентабельную и нерентабельную продукцию.

Наименование ресурсов	Расход ресурсов на производство одного изделия			Объем ресурсов
	1 вида	2 вида	3 вида	
Оборудование (станко/час)	2	3	4	780
Сырье (тонн)	1	4	5	850
Электроэнергия (кВт-час)	3	4	2	790
Труд (чел.-час)	3	2	5	910
Цена одного изделия (руб)	18	9	7	

2. Индивидуальное задание №2: Транспортная задача.

Темы:

- 2.1 Постановка задачи и ее математическая модель.
- 2.2 Построение опорного плана поставок транспортной задачи.
- 2.3 Критерий оптимальности плана. Метод потенциалов.
- 2.4 Открытая модель транспортной задачи.

Вариант (образец):

Задание 1.

Решить закрытую транспортную задачу.

$$a_i = (60, 50, 40), b_j = (20, 30, 40, 60), C_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 & 3 \\ 6 & 2 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 2.

Решить открытую транспортную задачу.

$$a_i = (80, 40, 20), b_j = (20, 30, 30, 10), C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

3. Индивидуальное задание №3: Нелинейное и динамическое программирование.

Темы:

- 3.1 Общая постановка задачи нелинейного программирования.
- 3.2 Графический метод решения задачи нелинейного программирования.
- 3.3 Метод множителей Лагранжа.
- 3.4 Постановка задачи динамического программирования.
- 3.5 Решение задач методом динамического программирования.

Вариант (образец):

Задание 1.

Решить графическим методом задачу нелинейного программирования.

$$f = 2x_1 - 0,2x_1^2 + 3x_2 - 0,2x_2^2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 13, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10; \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

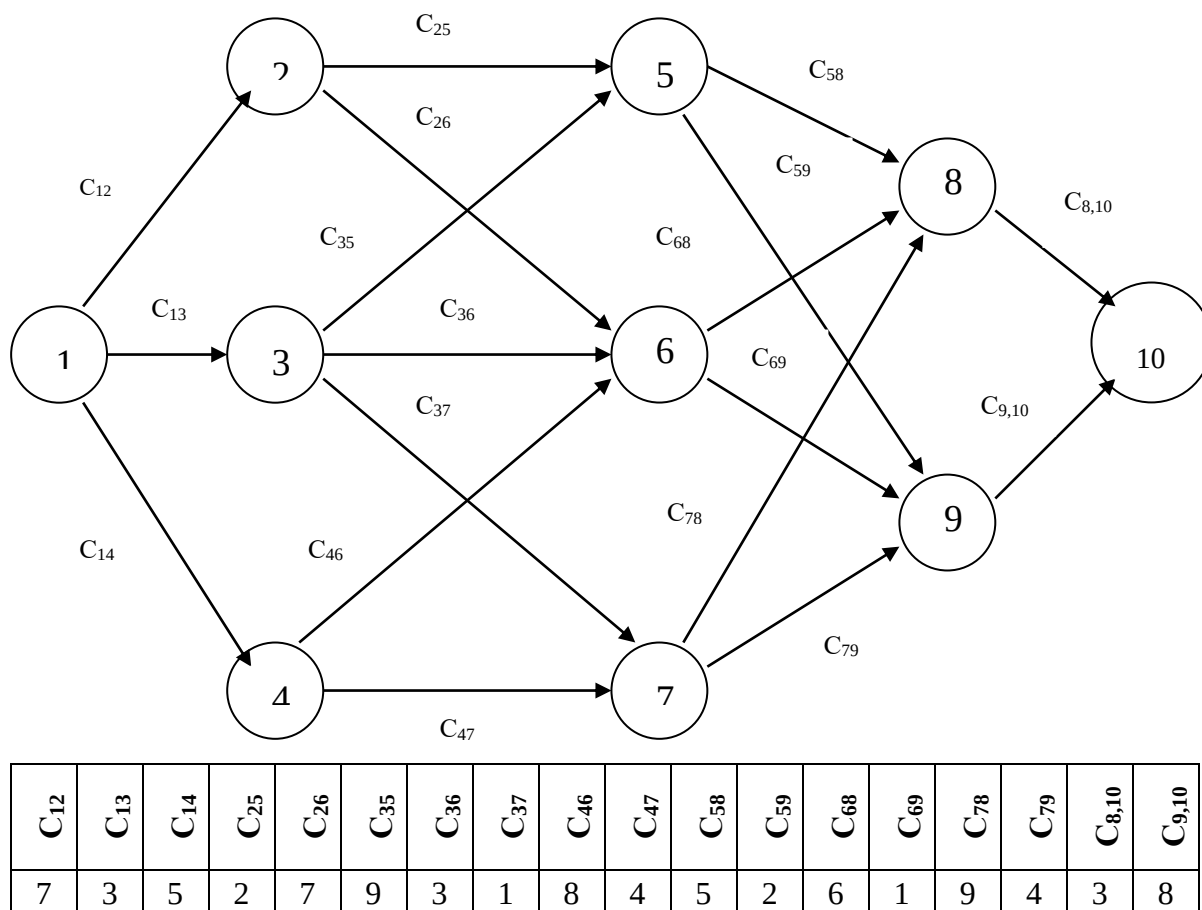
Задание 2.

Найти условные экстремумы функции, используя метод множителей Лагранжа.

$$f = 6 - 4x_1 - 3x_2, \text{ если } x_1^2 + x_2^2 = 1$$

Задание 3.

В транспортной сети имеется несколько маршрутов, по которым можно доставлять груз из пункта 1 в пункт 10. Стоимость проезда C_{ij} между отдельными пунктами транспортной сети представлена в соответствующей таблице. Требуется определить оптимальный маршрут проезда из пункта 1 в пункт 10 с минимальными транспортными расходами.



Задание 4.

Имеются три предприятия, между которыми необходимо распределить 100 тыс. условных единиц средств. Значения прироста выпуска продукции на предприятиях в зависимости от выделенных средств X представлены в таблице. Составить оптимальный план распределения средств, позволяющий максимизировать общий прирост выпуска продукции.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
20	9	11	16
40	18	19	32
60	24	30	40
80	38	44	57
100	50	59	70

4. Индивидуальное задание №4: Элементы теории матричных игр и теории систем массового обслуживания.

Темы:

- 4.1 Основные понятия теории матричных игр.
- 4.2 Решение игры в смешанных стратегиях.
- 4.3 Графический метод решения матричных игр.

- 4.4 Основные понятия теории систем массового обслуживания.
 4.5 Типы систем массового обслуживания и основные характеристики их работы.

Вариант (образец):

Задание 1.

Определите верхнюю и нижнюю цены игры и, если это возможно, то и седловую точку.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & -4 & 0 \\ -2 & 5 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Задание 2.

Найти решение игры, заданной матрицей с использованием геометрической интерпретации. Для проверки геометрического решения провести алгебраические расчеты и сравнить результаты.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

Задание 3.

Определить тип СМО (системы массового обслуживания) и найти требуемые параметры.

Сортировочный центр, на который подается поток составов с интенсивностью $\lambda=2$ состава/ч., представляет собой одноканальную СМО с неограниченной очередью. Среднее время обслуживания состава $t_{\text{обсл.}}=20$ мин. Найти среднее число составов в СМО, среднее число составов в очереди, среднее время пребывания состава в СМО, среднее время пребывания состава в очереди.

6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 - Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
9 семестр		
1. Линейное программирование		
1.1 Исследование операций как наука принятия оптимальных решений.	1.Общая задача линейного программирования. 2.Допустимый и оптимальный план задачи линейного программирования.	1.Построить математическую модель задачи. Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять белков не менее 120 усл.ед., жиров не менее 70 и витаминов не менее 10 усл.ед. Содержание их в продуктах P_1 и P_2 равно соответственно (0,2; 0,075; 0) и (0,1; 0,1; 0,1). Стоимость 1 ед. продукта P_1 – 2 ден.ед., P_2 – 3 ден.ед. Требуется так организовать питание, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получил необходимое количество питательных веществ.

1.2 Задачи линейного программирования и алгоритмы их решения.	3.Формы записи задачи линейного программирования. 4.Геометрическая интерпретация задач линейного программирования.	2.Используя геометрическую интерпретацию, найдите решения задачи. На приобретение оборудования для нового производственного участка выделено 20 тыс. руб. Оборудование должно быть размещено на площади, не превышающей 72 м². Предприятие может заказать оборудование двух видов: более мощные машины типа А стоимостью 5 тыс. руб., требующие производственную площадь 6 м² (с учетом проходов) и дающие 8 тыс. единиц продукции за смену, и менее мощные машины типа Б стоимостью 2 тыс. руб., занимающие площадь 12 м² и дающие за смену 3 тыс. единиц продукции. Найти оптимальный вариант приобретения оборудования, обеспечивающий максимум общей производительности нового участка.
1.3 Алгоритм симплекс-метода.	5.Симплекс-метод решения задач линейного программирования.	3.Решить задачу симплекс-методом. При производстве продукции P_1 и P_2 используют 4 группы оборудования А, В, С и Д. На выпуск единицы продукции P_1 расходуется в единицу времени 1; 0,5; 2 и 0 ед. оборудования А, В, С и Д соответственно, а единицы продукции P_2 – 1; 1; 0 и 2 ед. оборудования. Фонд рабочего времени группы А – 18, В – 12, С – 24 и Д – 18 ед. времени. Предприятие реализует единицу продукции P_1 по цене 40 ден. ед., P_2 – 60 ден. ед. Найти план выпуска продукции, при котором выручка предприятия будет максимальной.

1.4 Двойственные задачи линейного программирования.	6.Правила построения двойственных задач. 7.Экономическая интерпретация двойственных задач. 8.Взаимосвязь решений прямой и двойственной задач	4.Построить математическую модель задачи. Составить к ней двойственную задачу. Завод производит два вида продукции: А и Б. При этом цех по сборке продукции А имеет мощность 100 тыс. штук в год, цех по сборке продукции Б – 30 тыс. Механические цеха завода оснащены взаимозаменяемым оборудованием, и одна группа цехов может производить либо детали для 120 тыс. продукции А, либо детали для 40 тыс. продукции Б, либо любую комбинацию деталей, ограниченную этими данными. Другая группа механических цехов может выпускать детали либо для 80 тыс. продукции А, либо для 60 тыс. продукции Б, либо любую допустимую их комбинацию. В результате реализации каждой тысячи продукции А завод получает прибыль в 2 тыс., а каждой тысячи продукции Б – 3 тыс.руб. Найти такое сочетание выпусков продукции, которое дает наибольшую сумму прибыли.
2. Транспортная задача		
2.1 Закрытая транспортная задача	9.Постановка транспортной задачи и ее математическая модель. 10.Методы нахождения опорного плана транспортной задачи – метод северо-западного угла и метод минимального элемента. 11.Метод потенциалов решения транспортной задачи.	5.Решить закрытую транспортную задачу. $a_i = (60, 80, 100), b_j = (40, 60, 80, 60),$ $C_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 5 & 3 \\ 3 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$
2.2 Открытая транспортная задача	12.Несбалансированная транспортная задача.	6.Решить открытую транспортную задачу. $a_i = (10, 15, 25), b_j = (5, 10, 10, 15),$ $C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$
3. Нелинейное и динамическое программирование.		
3.1 Задачи нелинейного программирования. Геометрическая интерпретация.	13.Геометрическая интерпретация задач нелинейного программирования.	Решить графическим методом задачу нелинейного программирования. $f = 2x_1 - 0,2x_1^2 + 3x_2 - 0,2x_2^2 \rightarrow \max$

		$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 13, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$																								
3.2 Методы решения задач нелинейного программирования.	14.Метод множителей Лагранжа.	7.Найти условные экстремумы функции, используя метод множителей Лагранжа. $f = x_1 \cdot x_2, \text{ если } x_1 + x_2 = 1$																								
3.3 Задачи динамического программирования.	15.Динамическое программирование. 16.Решение задачи о выборе оптимального маршрута в транспортной сети. 17.Решение задачи о распределении средств между предприятиями.	8.Имеются три предприятия, между которыми необходимо распределить 100 тыс. условных единиц средств. Значения прироста выпуска продукции на предприятиях в зависимости от выделенных средств X представлены в таблице. Составить оптимальный план распределения средств, позволяющий максимизировать общий прирост выпуска продукции. <table><tr><td>X</td><td>f₁(x)</td><td>f₂(x)</td><td>f₃(x)</td></tr><tr><td>20</td><td>9</td><td>11</td><td>16</td></tr><tr><td>40</td><td>18</td><td>19</td><td>32</td></tr><tr><td>60</td><td>24</td><td>30</td><td>40</td></tr><tr><td>80</td><td>38</td><td>44</td><td>57</td></tr><tr><td>100</td><td>50</td><td>59</td><td>70</td></tr></table>	X	f ₁ (x)	f ₂ (x)	f ₃ (x)	20	9	11	16	40	18	19	32	60	24	30	40	80	38	44	57	100	50	59	70
X	f ₁ (x)	f ₂ (x)	f ₃ (x)																							
20	9	11	16																							
40	18	19	32																							
60	24	30	40																							
80	38	44	57																							
100	50	59	70																							
4. Элементы теории матричных игр и теории систем массового обслуживания																										
4.1 Элементы теории матричных игр	18.Основные понятия теории матричных игр. 19.Игры в чистых и смешанных стратегиях. 20.Геометрическая интерпретация матричной игры.	9.Определите верхнюю и нижнюю цены игры и, если это возможно, то и седловую точку. $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & -4 & 0 \\ -2 & 5 & -3 & -4 \end{pmatrix}$																								
4.2 Элементы теории систем массового обслуживания. Одноканальные и многоканальные СМО с ожиданием.	21.Модели систем и задачи массового обслуживания. 22.Одноканальная система массового обслуживания с отказами. 23.Многоканальная система массового обслуживания с отказами.	Определить тип СМО (системы массового обслуживания) и найти требуемые параметры. В результате наблюдений установлено, что интенсивность телефонных звонков диспетчеру, имеющих характер простейших пуассоновских потоков, составляет 1,1 вызовов в минуту, средняя продолжительность разговора (обслуживание клиента) составляет 2,3 мин. Определить характеристики работы																								

		диспетчера, а также количество обслуженных и необслуженных клиентов за 1 час работы. Сравнить фактическую пропускную способность с номинальной (когда каждый клиент обслуживается 2,5 мин.).
4.3 Обслуживание с отказами, ожиданиями, приоритетами. Оптимизация обслуживания.	24. Многоканальная система массового обслуживания с ожиданием и ограничением на длину очереди. 25. Одноканальная система массового обслуживания с ожиданием и ограничением на длину очереди. 26. Многоканальная система массового обслуживания с ожиданием и неограниченной очередью. 27. Одноканальная система массового обслуживания с ожиданием и неограниченной очередью.	10. Определить тип СМО (системы массового обслуживания) и найти требуемые параметры. Имеется двухканальная СМО с отказами. На ее вход поступает поток заявок с интенсивностью $\lambda=4$ заявки в час. Среднее время обслуживания одной заявки $t_{обсл.}=0,8$ ч. Каждая обслуженная заявка приносит доход $C=120$ руб. Содержание каждого канала обходится в 80 руб/ч. Выгодно ли в экономическом отношении увеличить число каналов СМО до трех?

Составитель (и): Фомина А.В., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))