

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00  
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Кемеровский государственный университет»  
Новокузнецкий институт (филиал)

Факультет информатики, математики и экономики  
Кафедра математики, физики и математического моделирования

Е.А. Вячкина, Е. С. Вячкин

## **КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА**

*Методические указания к выполнению практических работ по дисциплине  
для обучающихся очной формы по направлениям подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое  
моделирование и информационные технологии»  
02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем,  
профиль «Программное и математическое обеспечение информационных технологий»*

Новокузнецк

2020

УДК [378.146: 004.92](072)  
ББК 74.484(2Рос-4Кем)я73+22.151.3 я73  
В 99

**Вячкина Е. А., Вячкин Е. С.**

В 99 Компьютерная графика: методические указания к выполнению практических работ по дисциплине для обучающихся очной формы по направлениям подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование и информационные технологии», 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, профиль «Программное и математическое обеспечение информационных технологий» / Е.А. Вячкина, Е. С. Вячкин; Новокузнецкий ин-т (фил.) Кемеров. гос. ун-та. – Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2020 – 54 с.

Методические указания содержат описания девяти практических работ с подробным решением демонстрационных примеров, задания для решения на практических занятиях, указания к их выполнению; вопросы для самопроверки, список основной и дополнительной литературы.

Методические указания предназначены для студентов очной формы обучения направлений 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование и информационные технологии» и 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, профиль «Программное и математическое обеспечение информационных технологий».

Рекомендовано на заседании  
кафедры математики, физики и  
математического моделирования  
Протокол № 5 от 10.12.2020

Заведующий каф. МФММ  
 / Е.В.Решетникова

Утверждено методической комиссией  
факультета информатики, математики и  
экономики  
Протокол № 5 от 17.12.2020

Председатель методической комиссии  
ФИМЭ  
 /Г.Н.Бойченко

УДК [378.146: 004.92](072)  
ББК 74.484(2Рос-4Кем)я73+22.151.3 я73  
В 99

© Вячкина Елена Александровна  
© Вячкин Евгений Сергеевич  
© Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего  
образования «Кемеровский государственный  
университет»,  
Новокузнецкий институт (филиал), 2020

**Текст представлен в авторской редакции**

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	<b>4</b>
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 1. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ.....	5
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 2. ТОЧКА. ПРЯМАЯ.....	10
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 3. ПРЯМАЯ. ....	15
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 4. ПЛОСКОСТЬ.....	20
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 5. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРОЕКЦИЙ.....	27
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 6. МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ.....	32
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 7. КРИВЫЕ ЛИНИИ. ПОВЕРХНОСТИ.....	36
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 8. ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ. РАЗВЕРТКИ.....	41
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 9. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ.....	47
<b>РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА</b> .....	<b>52</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Методические указания к выполнению практических работ предназначены для студентов направлений 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование и информационные технологии», 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, профиль «Программное и математическое обеспечение информационных технологий».

Дисциплина «Компьютерная графика» входит в состав базовых дисциплин. Преподавание «Компьютерной графики» как вузовской дисциплины предполагает обращение к знаниям и научным понятиям и категориям, освоенным в ходе школьной программы. Знания и навыки, сформированные в процессе изучения дисциплины «Компьютерная графика», необходимы для освоения других базовых и вариативных дисциплин, обеспечивающих профильность подготовки бакалавра.

Целью практических занятий по дисциплине «Компьютерная графика» является выработка практических навыков графического представления объектов, что позволит студенту в дальнейшем применять полученные знания в своей профессиональной деятельности.

Методические указания состоят из введения и девяти практических занятий по дисциплине «Компьютерная графика», каждое из которых содержит перечень теоретических вопросов по теме, которые необходимо знать для решения практических задач, подробно описанное решение демонстрационного примера, задания для самостоятельного решения. В конце методических указаний приведен список основной и дополнительной литературы.

В ходе изучения дисциплины студент на занятиях выполняет задания из соответствующих разделов методических указаний. По окончании изучения дисциплины данное пособие может быть полезно в ходе подготовки к экзамену.

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 1. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ.**

Проекционные изображения, используемые в технической документации, должны обладать **наглядностью, простотой графического выполнения и обратимостью** (т.е. давать возможность представить сам объект и в дальнейшем его изготовить).

Поскольку наличие одной проекции приводит к неопределенности в отображении предмета, на практике однопроекционные изображения дополняют. Важнейшим вариантом такого дополнения являются комплексные изображения. Их получают путем прямоугольного проецирования объекта на три взаимно перпендикулярные плоскости проекций. Такой подход впервые предложил, систематизировал и описал Г. Монж.

Три взаимно перпендикулярные плоскости, на которые проецируют какой-либо предмет (или точку), позволяют получить три изображения, а также задать ортогональную систему координат  $OXYZ$ , в которой положение любой точки однозначно определяется тремя ее проекциями -  $A$  ( $A_1, A_2, A_3$ ). Как правило, считают, что объект располагается в пространстве плоскостей, образующих так называемый “правый” угол, где все координаты любой точки положительны. Вообще говоря, три взаимно ортогональные плоскости  $\Pi_1$ - $\Pi_2$ - $\Pi_3$  разбивают пространство на 8 частей (октантов). Плоскости  $\Pi_1$ - $\Pi_2$ - $\Pi_3$  называют соответственно горизонтальной, фронтальной и профильной плоскостями проекций, а проекциям любой точки на эти плоскости присваивают индексы 1, 2 и 3.

Чтобы показать изображение предмета, спроецированное на три плоскости проекций, на одной плоскости, мысленно проводят разрез по оси  $OY$  и поворачивают плоскость  $\Pi_1$  вокруг оси  $OX$ , а плоскость  $\Pi_3$  - вокруг оси  $OZ$  до совмещения с плоскостью  $\Pi_2$ , получая комплексный чертеж.

Линии  $A_1A_2$  и  $A_2A_3$  называют линиями проекционной связи (или просто линиями связи), причем  $A_1A_2$  перпендикулярна оси  $X$ , а  $A_2A_3$  -  $Z$ .

### **Вопросы для теоретической подготовки**

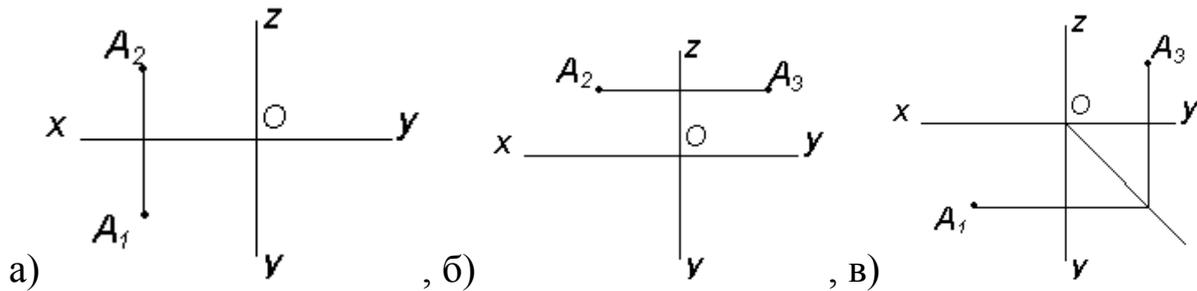
1. Какие виды проецирования существуют ?

2. В чем заключаются метод Г. Монжа ?
3. Понятие комплексного чертежа или эпюра ?
4. Основные свойства метода Г. Монжа ?

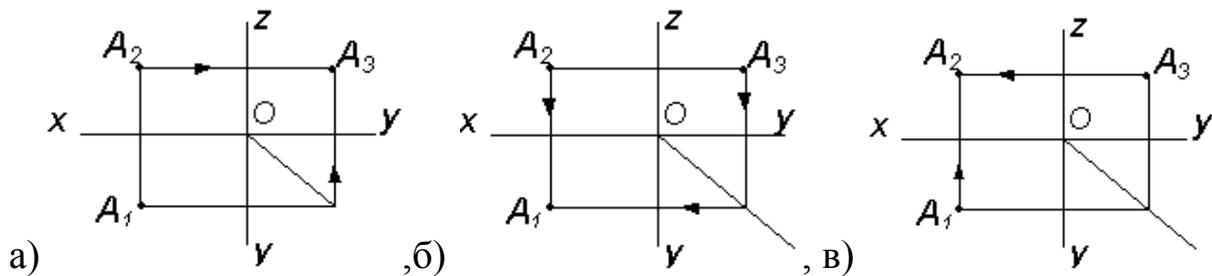
### Демонстрационные примеры

#### Пример 1

По заданным двум проекциям точки построить третью проекцию.

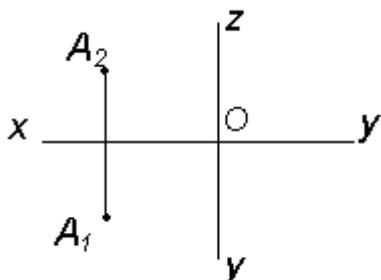


#### Решение



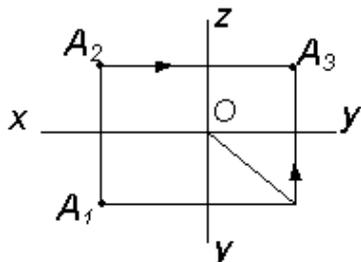
#### Пример 2

Определить октант точки



#### Решение

- 1) Построим третью проекцию точки и определим координаты точки



- 2) Определим знаки полученных координат. Согласно рисунку выше видим, что точка A имеет положительные координаты по X, Y, Z.

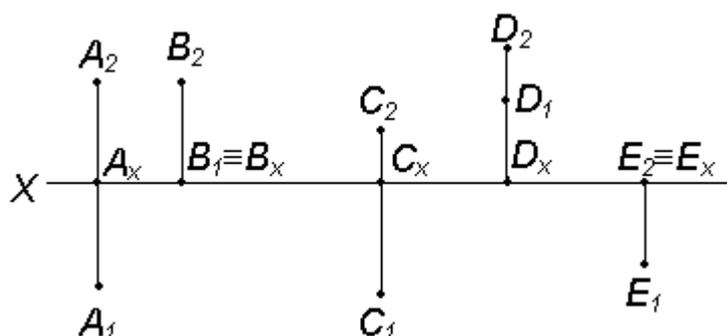
3) Обратимся к таблице с октантами и по ней определим октант заданной точки:

x	y	z	Октант
+	+	+	I
+	-	+	II
+	-	-	III
+	+	-	IV
-	+	+	V
-	-	+	VI
-	-	-	VII
-	+	-	VIII

Точка А находится в первом октанте.

### Задания для самостоятельного решения

1. По заданным двум проекциям точек построить третью проекцию



2. Построить наглядное изображение и комплексный чертеж точки по описанию:

- а) точка С расположена в I четверти, и равноудалена от плоскостей  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ .
- б) точка М принадлежит плоскости  $\Pi_2$ .
- в) точка К расположена в первой четверти, и ее расстояние до  $\Pi_1$  в два раза больше, чем до плоскости  $\Pi_2$ .
- г) точка L принадлежит оси X.

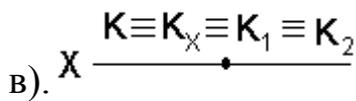
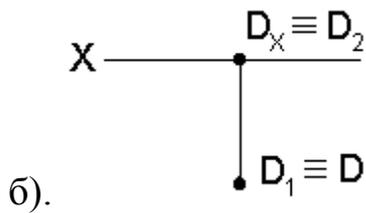
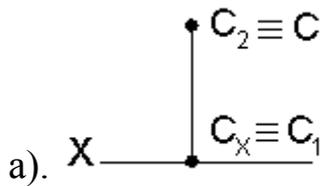
3. Построить комплексный чертеж точки по описанию:

а) точка Р расположена в I четверти, и ее расстояние от плоскости  $\Pi_2$  больше, чем от плоскости  $\Pi_1$ .

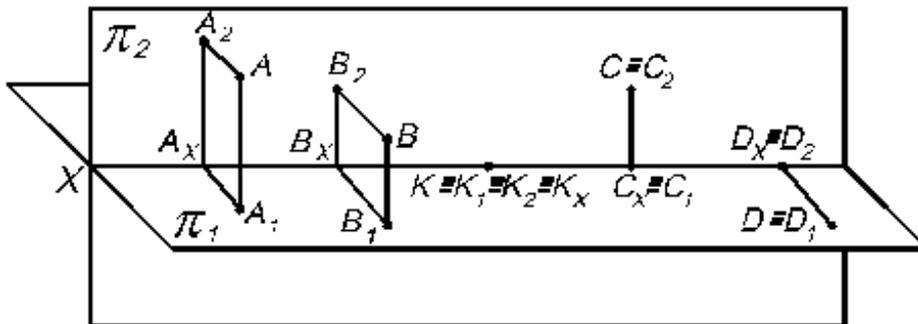
б) точка А расположена в I четверти и ее расстояние до плоскости  $\Pi_1$  в 3 раза больше, чем до плоскости  $\Pi_2$ .

в) точка В расположена в I четверти, и ее расстояние до плоскости  $\Pi_1=0$ .

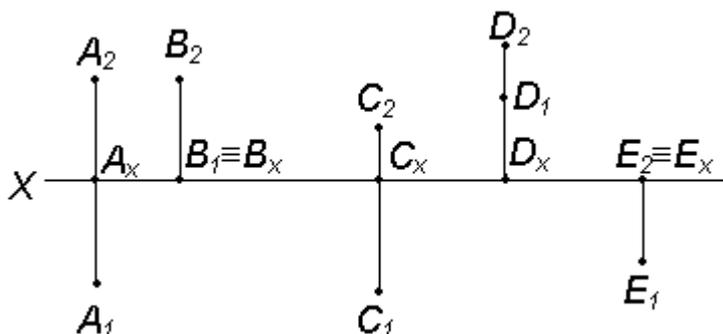
4. По заданным двум проекциям точки построить третью:



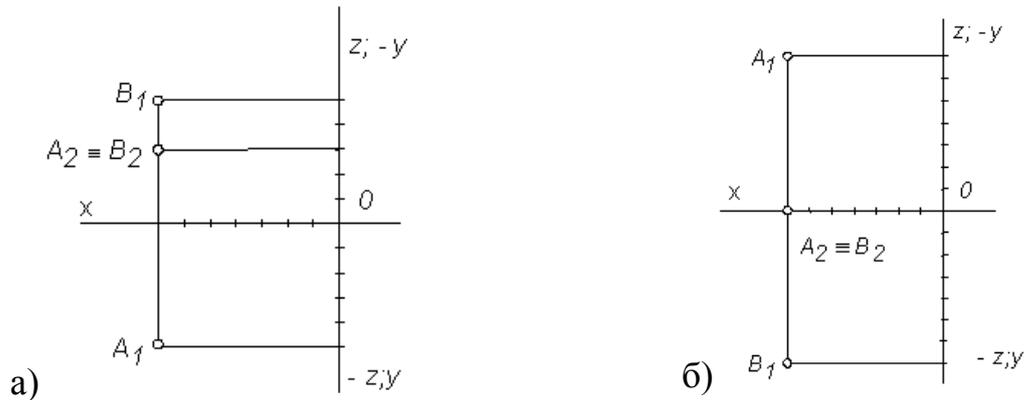
5. Определить октант каждой из точек



6. Определить октант каждой из точек



7. Определить координаты точек и их взаимное положение в пространстве



8. Построить комплексный чертёж точки  $A$ , если:

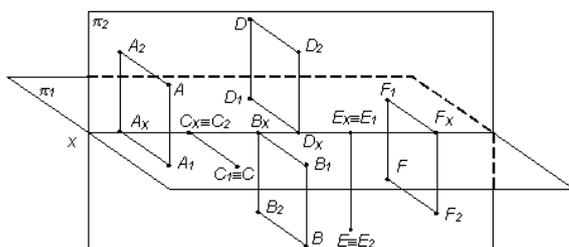
- а) точка расположена во II четверти и равноудалена от плоскостей  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ .
- б) точка расположена в III четверти, и ее расстояние до плоскости  $\Pi_1$  в два раза больше, чем до плоскости  $\Pi_2$ .
- с) точка расположена в IV четверти, и ее расстояние до плоскости  $\Pi_1$  больше, чем до плоскости  $\Pi_2$ .

9. Построить наглядное изображение точек в четвертях:

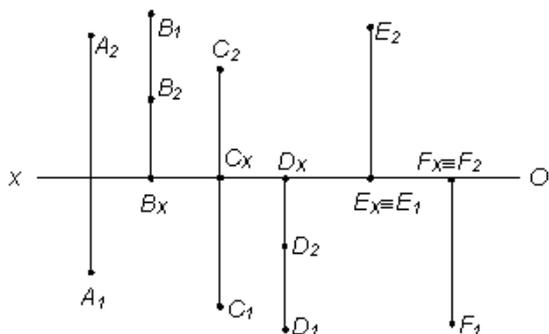
- а)  $A$  – общего положения в III четверти;
- б)  $B$  – общего положения в IV четверти;
- в)  $C$  – во второй четверти, если ее расстояние от  $\Pi_1$  равно 0;
- г)  $D$  – в I четверти, если ее расстояние от  $\Pi_2$  равно 0.

10. Построить комплексный чертёж точек  $A, B, C, D$  из задачи 9.

11. Какие точки находятся в четвертом октанте



12. Какие из точек находятся в третьем октанте



13. Укажите, какая из точек А, В или С находится в третьем октанте: А(10; –15; –30); В(15; –20; 10); С(30; 10; –15).

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 2. ТОЧКА. ПРЯМАЯ

Кинематически линия не что иное, как множество последовательных положений движущейся точки. Не углубляясь в классификацию всех существующих линий, перечислим наиболее распространенные:

- прямые (точка не изменяет направление движения);
- ломаные (точка перемещается по отрезкам прямых);
- замкнутые (движущаяся точка периодически возвращается в исходное положение);
- разомкнутые (в противном случае);
- кривые (точка изменяет направление движения);
- плоские (точка перемещается в плоскости);
- пространственные.

Очевидно, что прямая линия определяется двумя точками.

Как выглядит и задается изображение точки на комплексном чертеже, показано выше. Задав аналогично вторую точку и соединив их, получим прямую. Отрезок характеризует направление прямой (сама она в пространстве бесконечна).

В зависимости от расположения прямых по отношению к плоскостям проекций различают прямые общего и частного положения.

Прямые общего положения не параллельны и не перпендикулярны ни одной из плоскостей проекций. Прямые частного положения разделяют на прямые уровня и проецирующие прямые. Первые параллельны одной из плоскостей проекций, а вторые - перпендикулярны одной из них, чем и объясняются их названия. **Горизонталь** - прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций (прямая горизонтального уровня). **Фронталь** - прямая, параллельная фронтальной плоскости (прямая фронтального уровня). Наконец, **профильная прямая** параллельна третьей плоскости проекций.

### Вопросы для теоретической подготовки

1. Положение прямых в пространстве .
2. Что называется прямой общего наложения ?
3. Какая прямая называется прямой уровня ?
4. Какая прямая называется проецирующей прямой ?

### Демонстрационные примеры

#### Пример 1

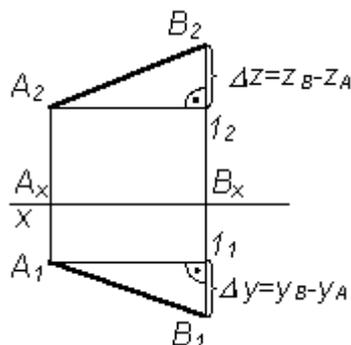
Определить натуральную величину отрезка методом прямоугольного треугольника.

#### Решение

1. Определить на комплексном чертеже  $A_z, B_z, A_y, B_y$ :

$\Delta z$  – разность расстояний от точек А и В до плоскости  $\Pi_1$ ;

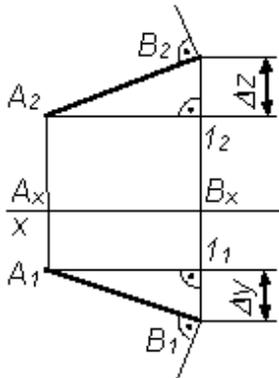
$\Delta y$  – разность расстояний от точек А и В до плоскости  $\Pi_2$



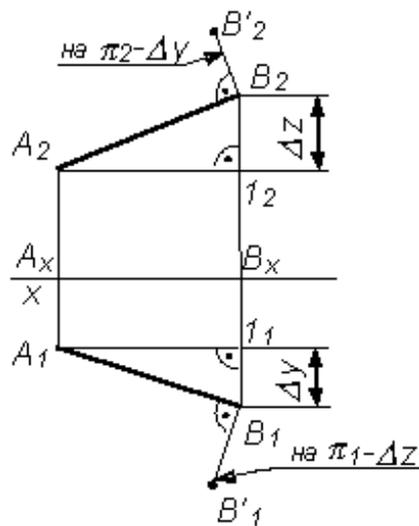
2. Взять любую точку проекции прямой АВ, провести через нее перпендикуляр к отрезку:

а) либо перпендикуляр к  $A_2B_2$  через точку  $B_2$  или  $A_2$ ;

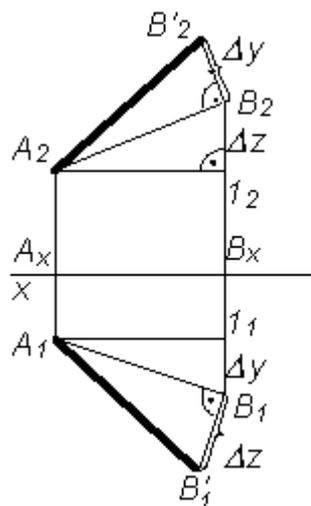
б) либо перпендикуляр к  $A_1B_1$  через точку  $B_1$  или  $A_1$



3. На этом перпендикуляре от точки  $B_2$  отложить  $\Delta z$  или от точки  $B_1$  отложить  $\Delta z$

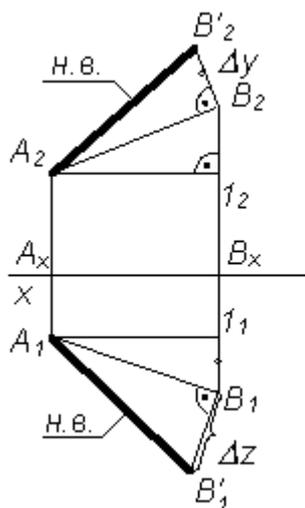


4. Соединить  $A_2$  и  $B'_2$ ;  $A_1$  и  $B'_1$



5. Обозначить натуральную величину отрезка  $AB$  (гипотенузу треугольника):

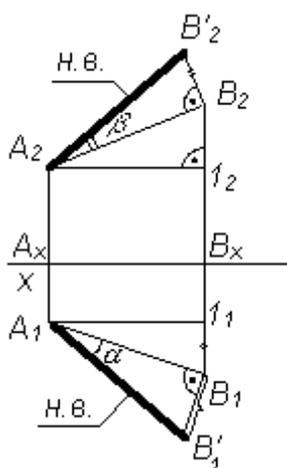
$$|AB| = A_1B'_1 = A_2B'_2$$



6. Отметить углы наклона к плоскости проекции  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ :

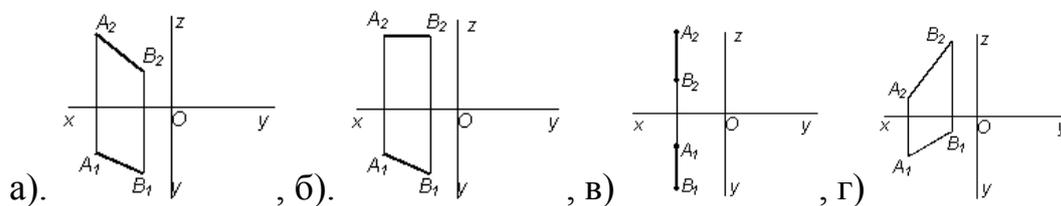
$\angle \alpha$  – угол наклона отрезка АВ к плоскости  $\Pi_1$ ;

$\angle \beta$  – угол наклона отрезка АВ к плоскости  $\Pi_2$

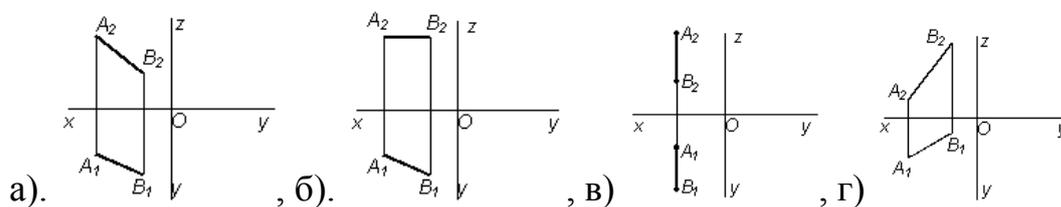


### Задания для самостоятельного решения

1. По заданным двум проекциям отрезка построить третью



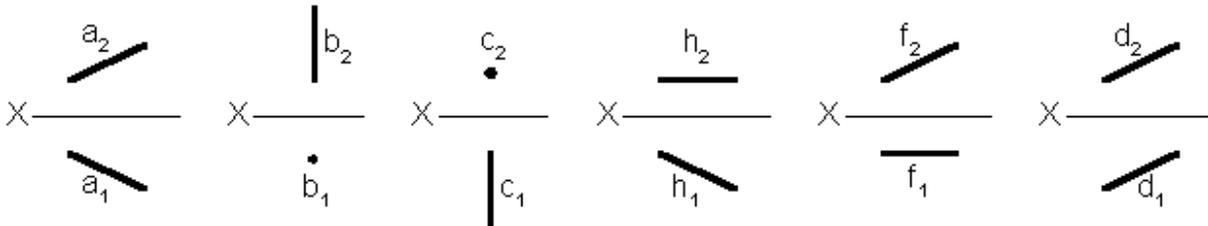
2. Найти натуральную величину отрезка :



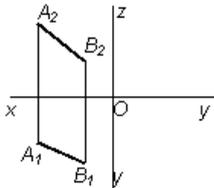
3. Построить отрезок по заданным координатам точек  
 $A(10; -15; -30)$ ;  $B(15; -20; 10)$

4. Провести сравнительный анализ положения проекций прямых:

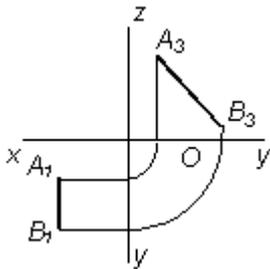
- а) по расположению относительно плоскостей проекций, осей;
- б) по сходству и различию.



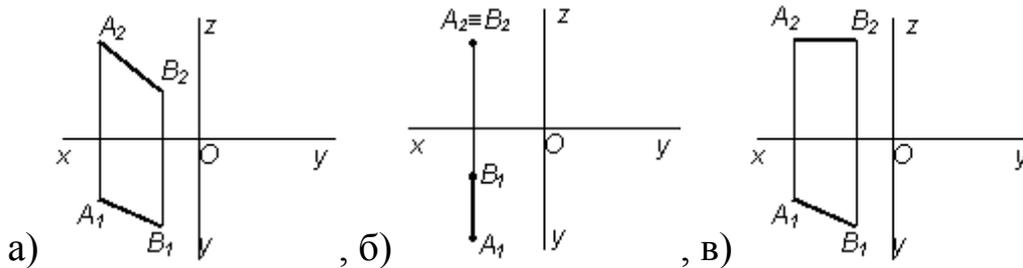
5. Найти угол наклона прямой к плоскости  $\Pi_1$



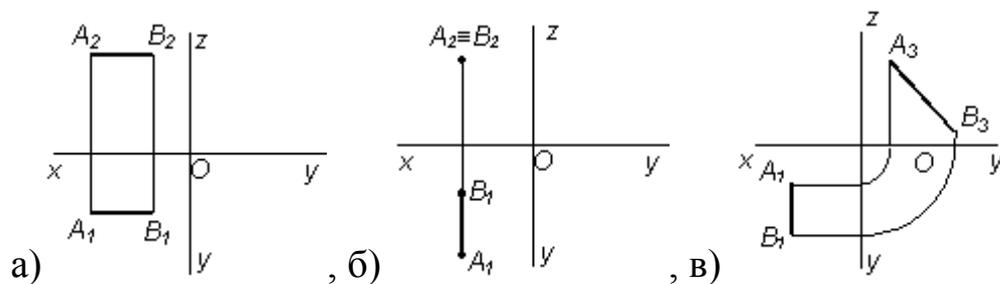
6. Найти угол наклона прямой к плоскости  $\Pi_2$



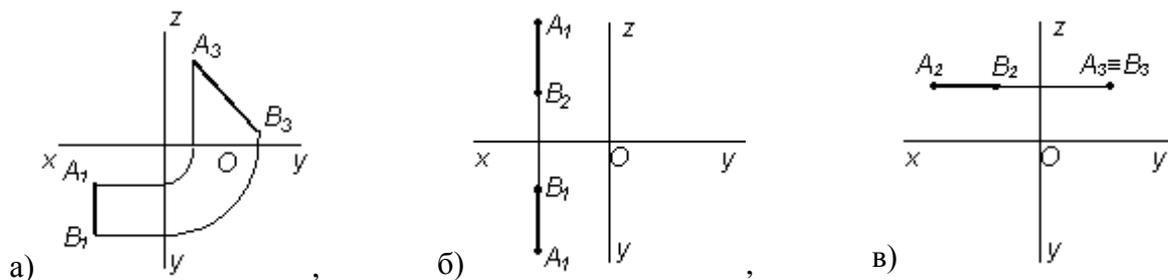
7. Определить тип прямой (общего/частного положения)



8. Определить натуральную величину отрезка



9. Определить тип прямой



### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 3. ПРЯМАЯ.

В пространстве прямые могут пересекаться, скрещиваться или быть параллельными.

Если прямые общего положения пересекаются, то их одноименные проекции пересекаются между собой, а проекции точек пересечения лежат на одной линии связи (рис. 1).

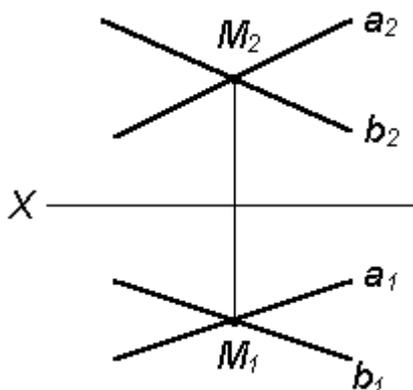


Рисунок 1. Пересекающиеся прямые

Если прямые параллельны, то их одноименные проекции также параллельны (рис. 2).

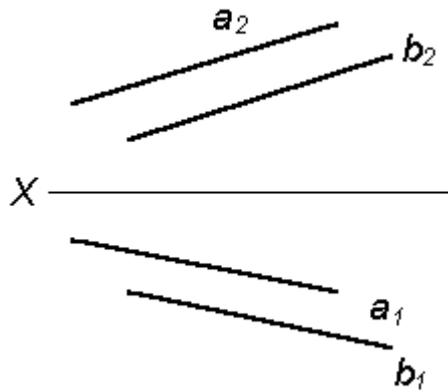


Рисунок 2. Параллельные прямые

Если прямые скрещиваются в пространстве, то их одноименные проекции не пересекаются, так как мы имеем дело с конкурирующими точками (рис. 3).

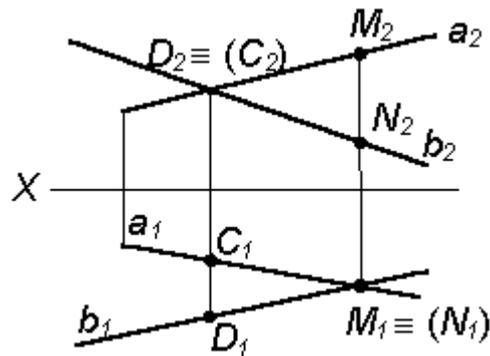


Рисунок 3. Скрещивающиеся прямые

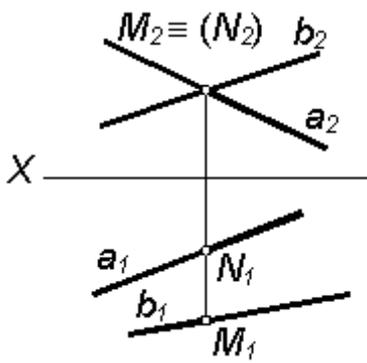
### Вопросы для теоретической подготовки

1. Какие прямые называются пересекающимися?
2. Какие прямые в пространстве называются скрещивающимися?
3. Какие прямые называются параллельными?

### Демонстрационные примеры

#### Пример 1

Определить взаимное положение прямых

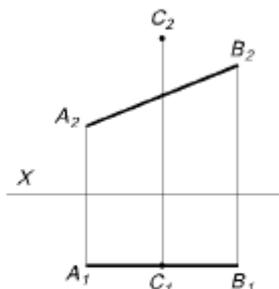


### Решение

Так как точка пересечения проекций не лежит на одной проецирующей прямой – прямые не являются пересекающимися. Также они не параллельны, так как их одноименные проекции не параллельны. Следовательно, прямые скрещивающиеся.

### Пример 2

Определить принадлежность точки прямой

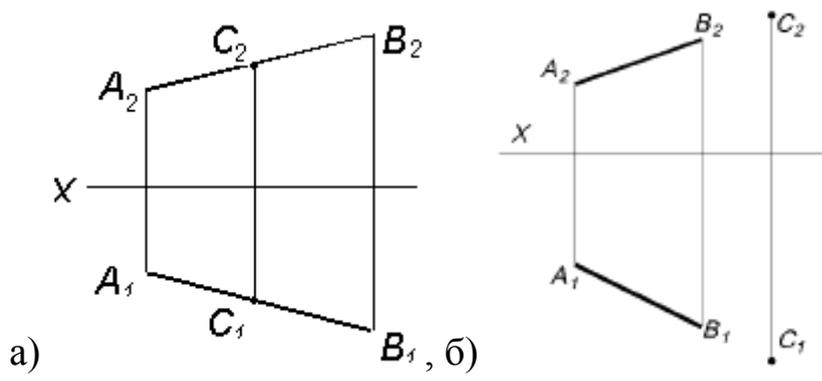


### Решение

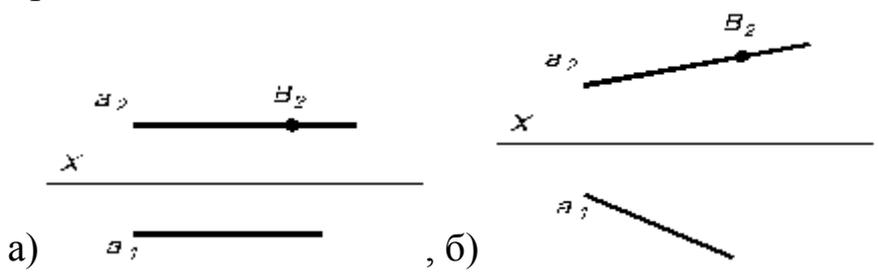
Точка принадлежит прямой, если их одноименные проекции совпадают. Так как на чертеже  $C_2$  не принадлежит  $A_2B_2$ , точка не принадлежит прямой.

### **Задания для самостоятельного решения**

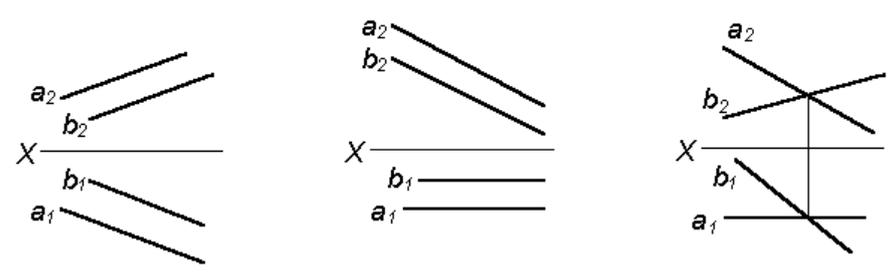
1. Определить Принадлежность точки прямой



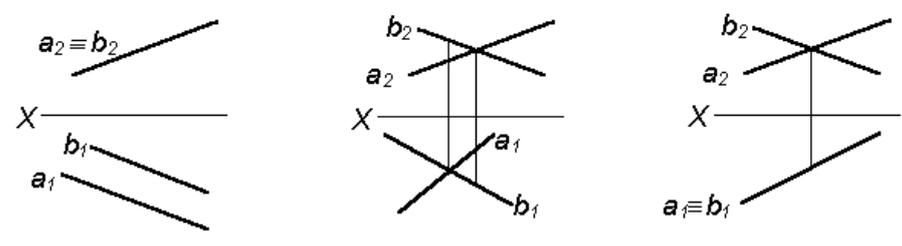
2. Найти вторую проекцию точки, если известно, что она принадлежит прямой:



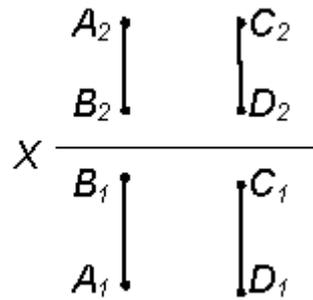
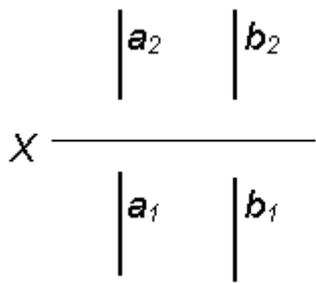
3. Определить взаимное положение прямых



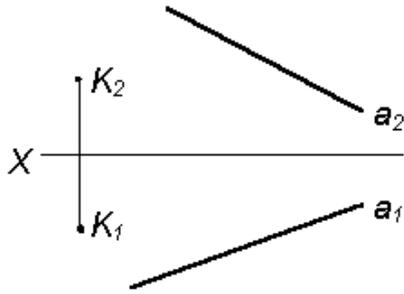
4. Определить конкурирующие точки, если они есть



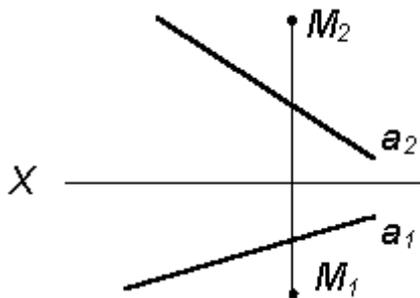
5. Описать положение прямых относительно друг друга



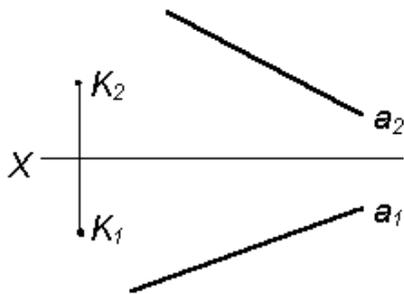
6. Через точку К провести прямую параллельную прямой а



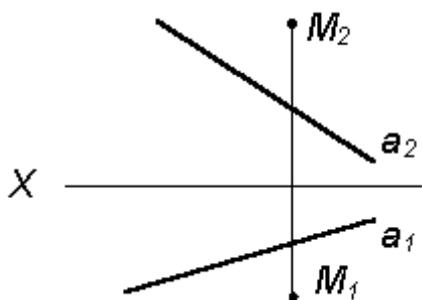
7. Через точку М провести горизонталь



8. Через точку К провести фронталь



9. Через точку М провести прямую, пересекающую прямую а



#### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 4. ПЛОСКОСТЬ.**

Плоскость – двумерный геометрический образ, имеющий длину и ширину. Плоскость определяется одним из следующих способов: тремя точками, не лежащими на одной прямой; прямой и точкой, не принадлежащей ей; двумя параллельными прямыми; двумя пересекающимися прямыми; плоской фигурой, например, треугольником; следами (след **плоскости** - прямая, по которой эта плоскость пересекается с какой-либо плоскостью проекций).

От одного способа задания плоскости легко перейти к другому. Определение плоскости следами равносильно ее заданию с помощью двух пересекающихся прямых, фронтали и горизонтали (причем горизонтальная проекция горизонтали и фронтальная проекция фронтали совпадают с осью X).

Как и прямые, различают плоскости общего и частного положения. Плоскость общего положения не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций, а плоскости частного положения разделяют на плоскости уровня и проецирующие. Первые параллельны одной из плоскостей проекций, а вторые перпендикулярны какой-либо из них. Проецирующие плоскости, подобно прямым, называют соответственно фронтально-, горизонтально- и профильно-проецирующими.

#### **Вопросы для теоретической подготовки**

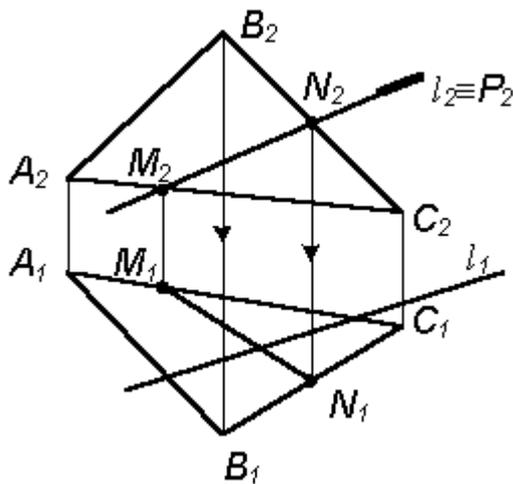
1. Какие способы задания плоскости вам известны?
2. Как называется плоскость если она:

- параллельна какой-либо плоскости проекций;
  - перпендикулярна какой-либо плоскости проекций.
3. Какое условие определяет принадлежность линии плоскости?
  4. Назовите главные линии плоскости.
  5. Каково условие принадлежности точки плоскости.

### Демонстрационные примеры

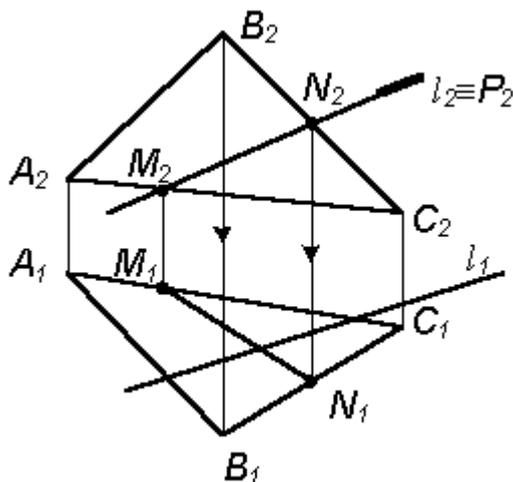
#### Пример 1

Определить точку пересечения прямой  $l$  и плоскости  $\Delta ABC$ .



#### Решение

Чтобы построить точку пересечения прямой  $l$  с плоскостью  $\Sigma(\Delta ABC)$ , необходимо заключить прямую  $l$  в вспомогательную фронтально проецирующую плоскость  $P$  ( $P_2$ ). Получаем  $M_2N_2$  – фронтальную проекцию линии пересечения  $\Sigma \cap P = MN$ . Затем строим горизонтальную проекцию линии пересечения данной плоскости и плоскости  $P$ , т.е.  $M_1N_1$

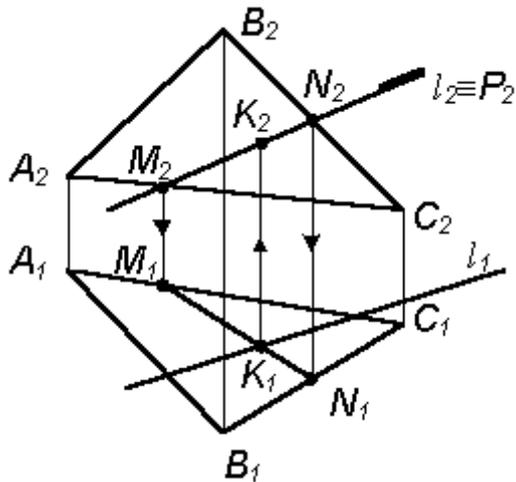


Отмечаем точку  $K$  ( $K_1K_2$ ) пересечения прямой  $l$  с найденной линией пересечения плоскостей  $MN$ .

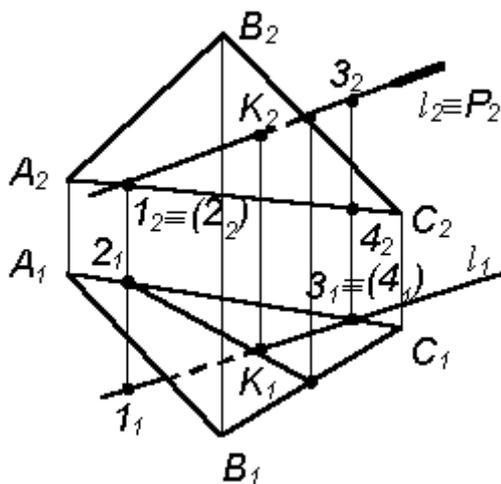
$$MN = \Sigma(\Delta ABC) \cap P(P_2).$$

Точка  $K$  будет искомой точкой пересечения прямой  $l$  с плоскостью  $\Sigma(\Delta ABC)$ :

$$K = l \cap \Sigma$$



Определяем видимость прямой  $l$  относительно плоскости  $\Sigma(\Delta ABC)$  при помощи конкурирующих точек 1; 2 и 3; 4.



### Пример 2

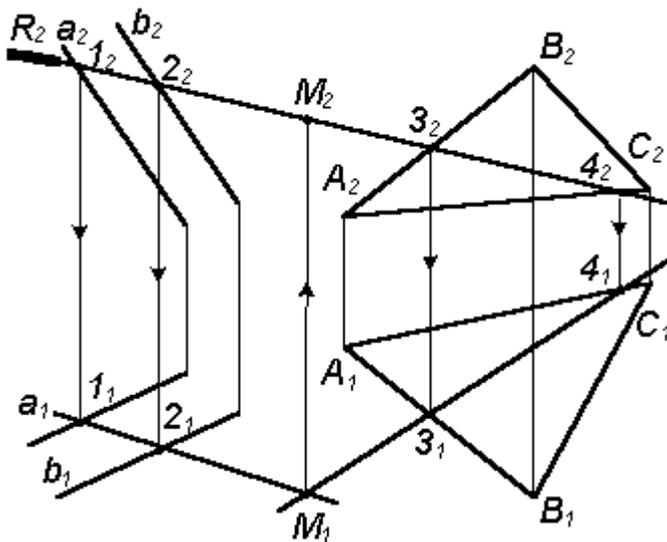
Найти линию пересечения двух плоскостей общего положения.

### Решение

Для построения первой общей точки  $M$  берем вспомогательную фронтально-проецирующую плоскость  $R$  ( $R_2$ ), отмечаем точки  $1_2 2_2 = R_2 \cap Q_2$  и  $3_2 4_2 = R_2 \cap \Sigma_2$ . Горизонтальные проекции линии пересечения данных плоскостей с вспомогательной плоскостью  $R$  ( $R_2$ ) дают первую общую точку  $M$ :

$$1_1 2_1 \cap 3_1 4_1 = M_1$$

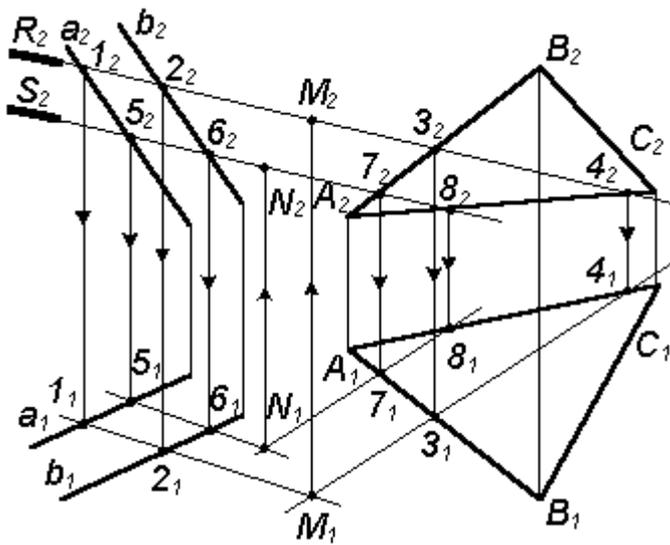
Теперь строим фронтальную проекцию точки  $M$  ( $M_2$ ).



Для построения второй общей точки  $N$  проводим вторую вспомогательную фронтально-проецирующую плоскость  $S$  ( $S_2$ ), которая дает  $5; 6 \cap 7; 8 = N$ :

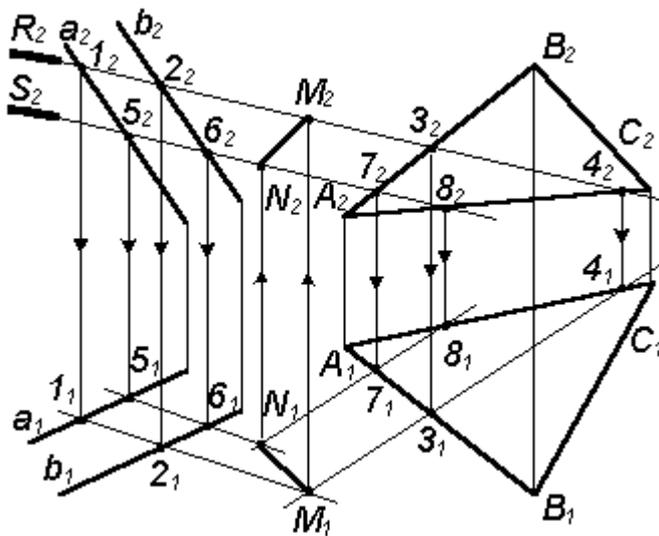
$$5_1 6_1 \cap 7_1 8_1 = N_1.$$

Теперь строим фронтальную проекцию точки  $N$  ( $N_2$ ).



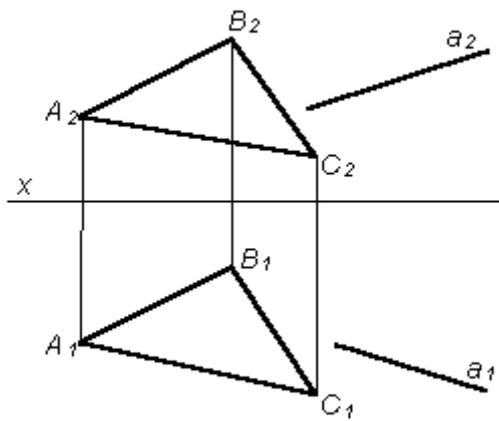
После соединения  $M_1$  и  $N_1$  и  $M_2$  и  $N_2$  получаем  $MN$ :

$$MN = Q(a \parallel b) \cap \Sigma(\Delta ABC)$$

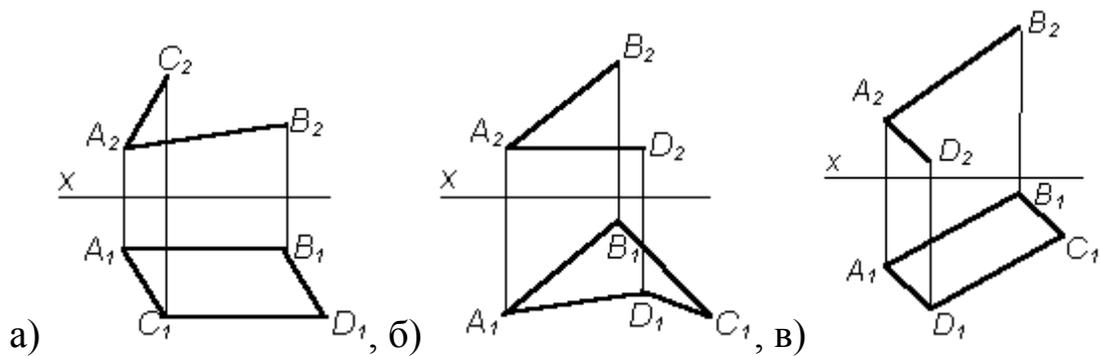


### Задания для самостоятельного решения

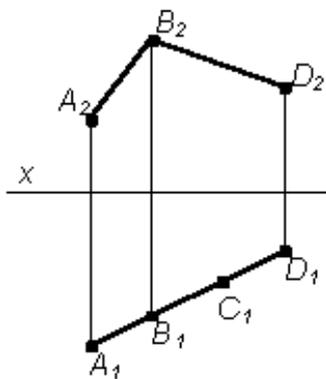
1. Определить принадлежность прямой линии плоскости, если дана плоскость  $\Delta ABC$  и прямая  $a$



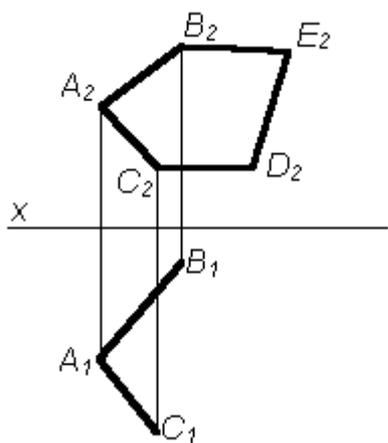
2. Достроить фронтальную проекцию четырехугольника; плоскость четырехугольника задана горизонтальной проекцией и тремя точками фронтальной проекции



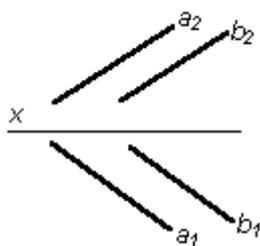
3. Достроить вторую проекцию параллелограмма



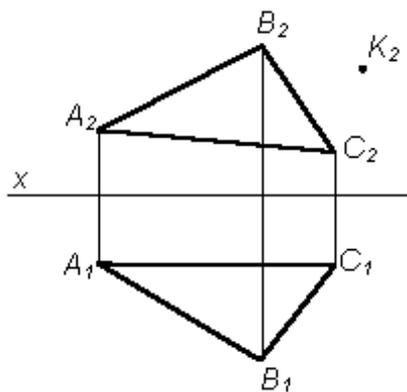
4. Достроить вторую проекцию пятиугольника



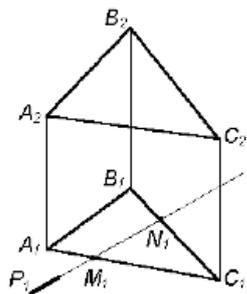
5. Провести фронталь в плоскости, заданной двумя параллельными прямыми



6. Построить вторую проекцию точки К, если  $K \in \square$



7. Построить линию пересечения горизонтально проецирующей плоскости Р с плоскостью общего положения Q( $\Delta ABC$ )



8. Провести горизонталь, фронталь и ЛНС в плоскости, заданной:
- а) тремя точками;
  - б) двумя пересекающимися прямыми

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 5. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРОЕКЦИЙ.**

На комплексном чертеже геометрические объекты проецируются так, что многие элементы, составляющие их, например отрезки прямых, углы, плоские фигуры, изображаются с искажением. В то же время при решении многих задач часто возникает необходимость преобразовать комплексный чертеж так, чтобы необходимый элемент расположился параллельно или перпендикулярно одной из плоскостей проекций. Например, необходимо, чтобы отрезок прямой, представляющий собой ребро многогранника, или многоугольник, представляющий собой грань многогранника, расположились параллельно плоскости проекций. В этом случае на эту плоскость они проецируются в натуральную величину.

Решение таких задач в значительной степени упрощается, если интересующие нас элементы пространства занимают частное положение, т. е. располагаются параллельно или перпендикулярно плоскостям проекций. Получающиеся в этом случае «вырожденные» проекции помогают получить ответ на поставленную задачу или упростить ход ее решения. Чтобы добиться такого расположения геометрических элементов, комплексный чертеж преобразуют или перестраивают, исходя из конкретных условий. Преобразование чертежа отображает изменение положения геометрических образов или плоскостей проекций в пространстве. Задача преобразования комплексного чертежа может быть решена перемещением проецирующего тела в пространстве до требуемого положения или изменением в пространстве положения плоскостей проекций относительно геометрического тела. Существует несколько методов решения этих задач. В основном используются

способы преобразования чертежа: плоскопараллельный перенос, способ замены плоскостей проекций и способ вращения.

### **Вопросы для теоретической подготовки**

1. Какие методы преобразования чертежей вы знаете?
2. Опишите метод вращения.
3. Опишите метод замены плоскостей проекций.
4. Опишите метод плоскопараллельного переноса.

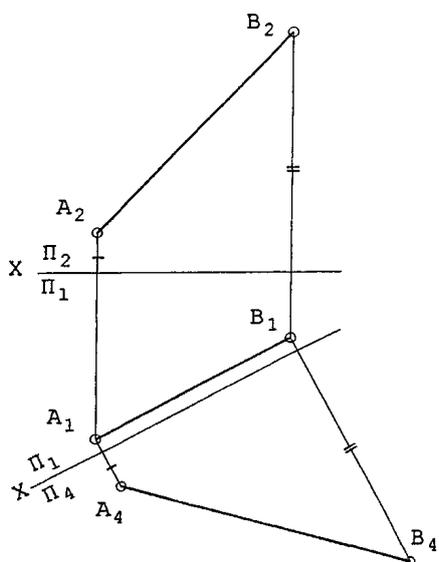
### **Демонстрационные примеры**

#### Пример 1

Преобразовать прямую общего положения (АВ) в прямую уровня (найти натуральную величину отрезка).

#### Решение

Для решения задачи введем новую фронтальную плоскость проекций  $\Pi_4$ , расположенную параллельно горизонтальной проекции  $A_1B_1$  прямой (АВ). Т.к. при введении новой фронтальной плоскости проекций координаты  $Z$  точек А и В не изменяются, дальнейшие построения ясны из чертежа, причем проекция  $A_4B_4$  представляет собой натуральную величину отрезка [АВ]. Таким образом, решение рассмотренной задачи преобразования комплексного чертежа представляет собой еще один способ нахождения натуральной величины отрезка прямой общего положения.



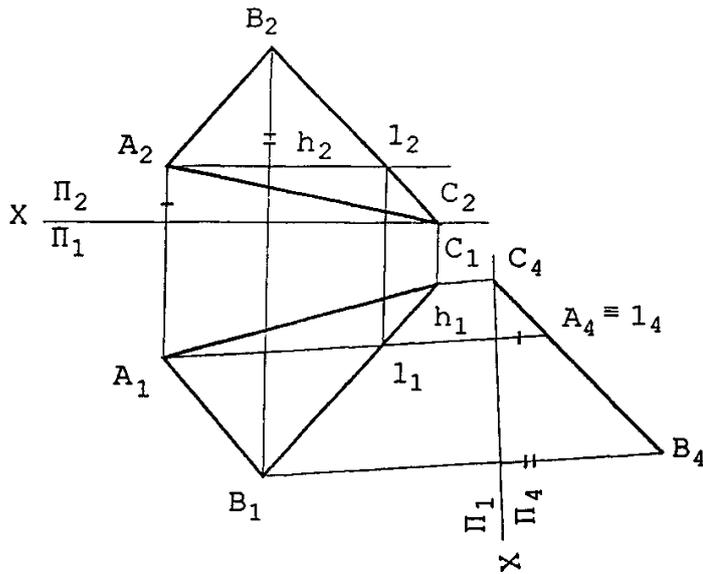
## Пример 2

Плоскость общего положения, заданную треугольником  $ABC$ , перевести в положение плоскости уровня

### Решение

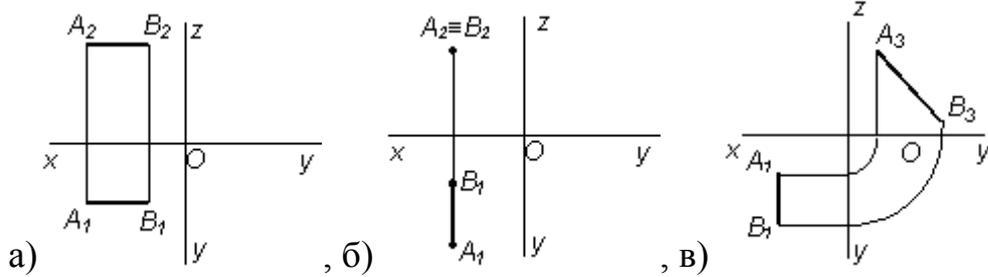
Задача решается с помощью двух преобразований. Первым плоскость общего положения переводится в положение проецирующей (решение исходной задачи 3, изложенное выше), а вторым полученная проецирующая плоскость переводится в положение плоскости уровня (на рис. 42 это плоскость горизонтального уровня). Точки  $A_5$ ,  $B_5$  и  $C_5$  расположены от оси  $X$ , разделяющей плоскости  $\Pi_4$  и  $\Pi_5$ , на расстояниях, равных величинам координат  $Y$  для точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  в системе плоскостей проекций  $\Pi_1$ - $\Pi_4$ .

Решение рассмотренной задачи позволяет находить натуральные величины плоских фигур (следовательно, сторон многоугольников и плоских углов).

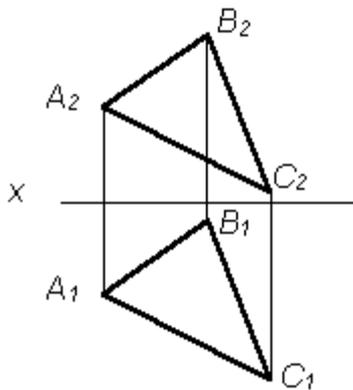


### Задания для самостоятельного решения

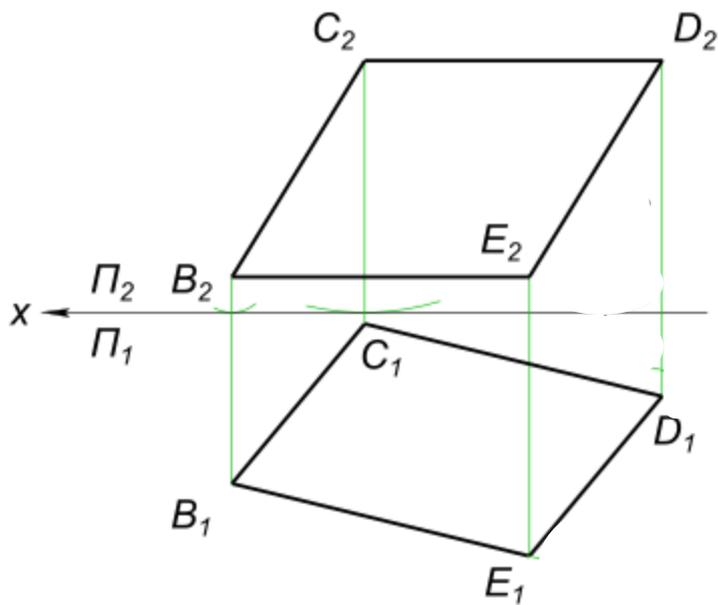
1. Найти длину отрезка методом замены плоскостей проекций



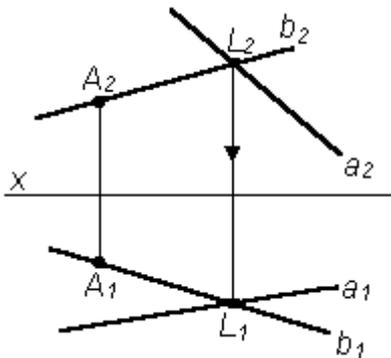
2. Спроецировать треугольник в прямую



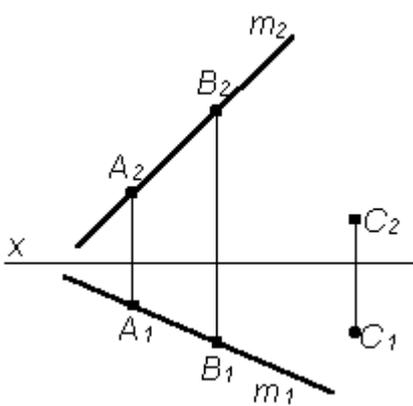
3. Найти натуральную величину четырехугольника



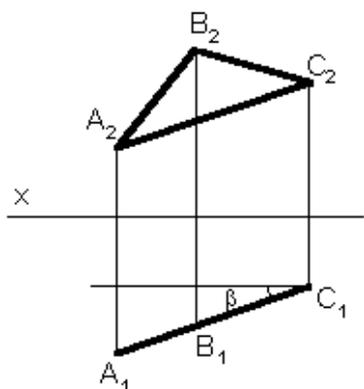
4. Найти угол между двумя пересекающимися прямыми



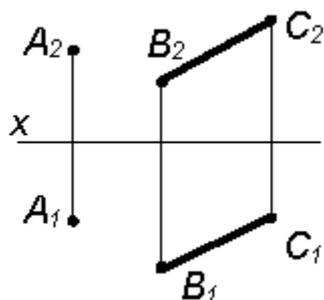
5. Найти расстояние от точки до прямой



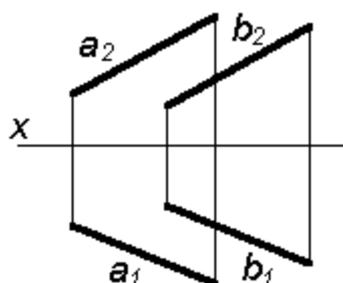
6. Найти натуральную величину треугольника



7. Найти расстояние от точки до прямой



8. Найти расстояние между двумя параллельными прямыми



9. Преобразовать плоскость общего положения в проецирующую.

10. Преобразовать проецирующую плоскость Г в плоскость уровня.

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 6. МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ.

К метрическим относятся задачи, связанные с определением истинных (натуральных) величин расстояний, углов и плоских фигур на комплексном чертеже. Можно выделить три группы метрических задач.

1. Группа задач, включающих в себя определение расстояний от точки до другой точки; от точки до прямой; от точки до плоскости; от точки до поверхности; от прямой до другой прямой; от прямой до плоскости; от плоскости до плоскости. Причем расстояние от прямой до плоскости и между плоскостями измеряется в тех случаях, когда они параллельны.

2. Группа задач, включающая определение углов между пересекающимися или скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями (имеется в виду определение величины двугранного угла).

3. Группа задач, связанная с определением истинной величины плоской фигуры и части поверхности (развертки).

Приведенные задачи могут быть решены с применением различных способов преобразования чертежа. В основе решения метрических задач лежит свойство прямоугольного проецирования, заключающееся в том, что любая геометрическая фигура на плоскость проекций проецируется в натуральную величину, если она лежит в плоскости, параллельной этой плоскости проекций. Решение задач значительно упрощается, если хотя бы одна из геометрических фигур, участвующих в задачах, занимает частное положение. Если одна из геометрических фигур не занимает частного положения, необходимо выполнить определенные построения, позволяющие провести одну из них в это положение.

### **Вопросы для теоретической подготовки**

1. Какие задачи называются метрическими?
2. Назовите три типа метрических задач

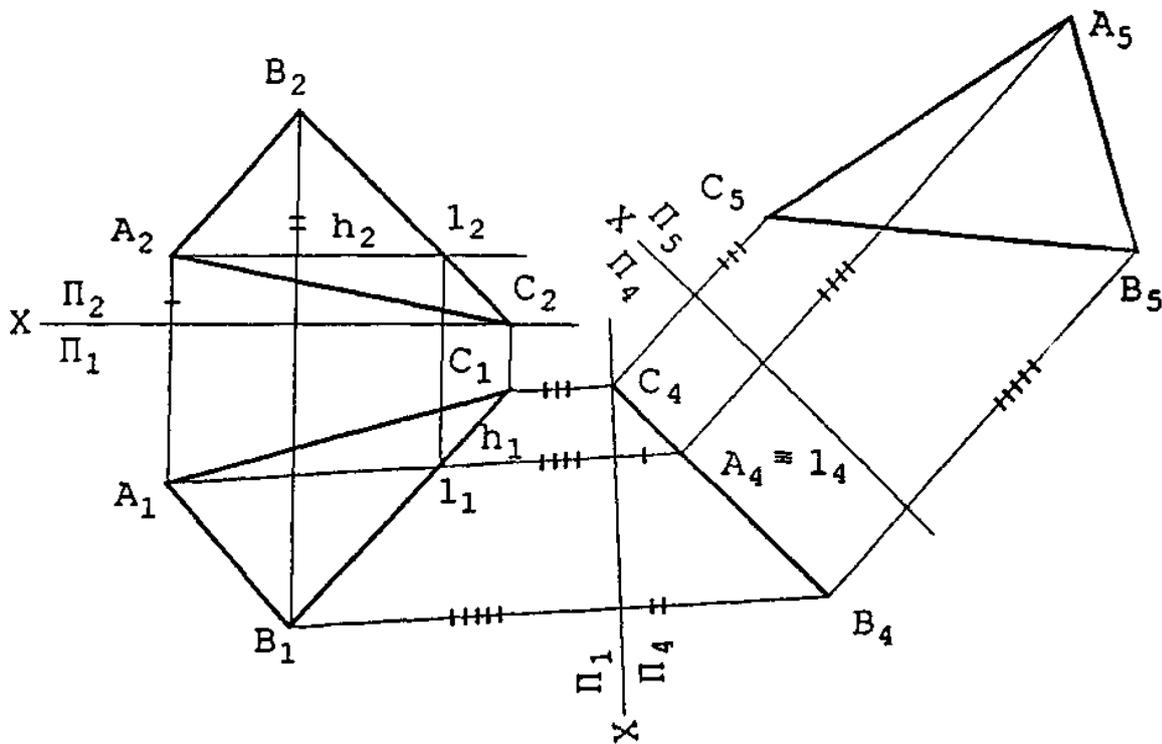
### **Демонстрационные примеры**

#### Пример 1

Найти натуральную величину треугольника.

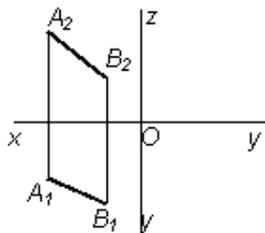
#### Решение

Задача решается с помощью двух преобразований. Первым плоскость общего положения переводится в положение проецирующей (решение исходной задачи 3, изложенное выше), а вторым полученная проецирующая плоскость переводится в положение плоскости уровня. Точки  $A_5$ ,  $B_5$  и  $C_5$  расположены от оси  $X$ , разделяющей плоскости  $\Pi_4$  и  $\Pi_5$ , на расстояниях, равных величинам координат  $Y$  для точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  в системе плоскостей проекций  $\Pi_1$ - $\Pi_4$ .

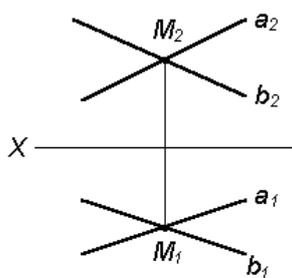


### Задания для самостоятельного решения

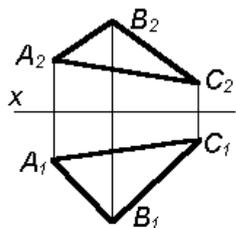
1. Определить длину отрезка  $AB$  общего положения



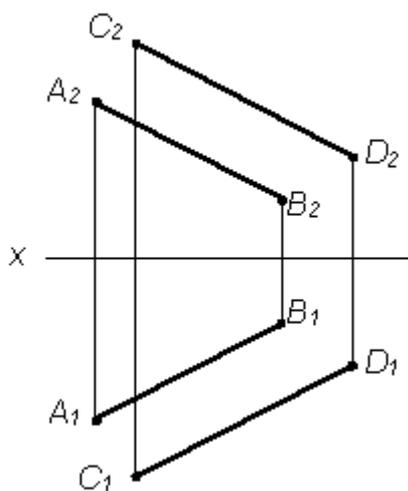
2. Определить величину острого угла между пересекающимися прямыми



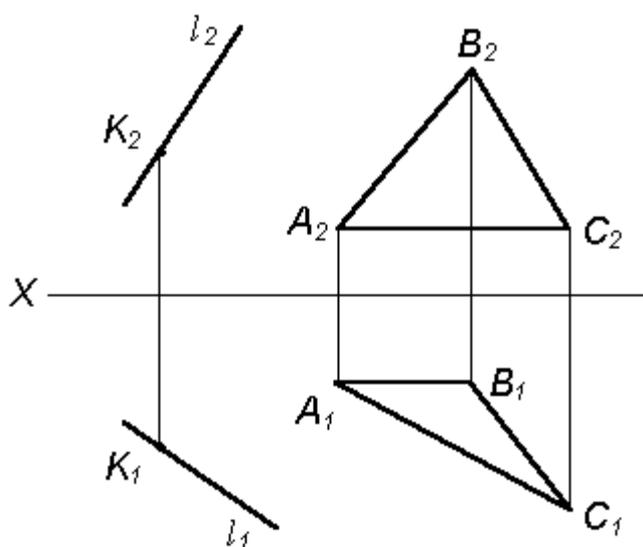
3. Определить величину угла В методом замены плоскостей проекций



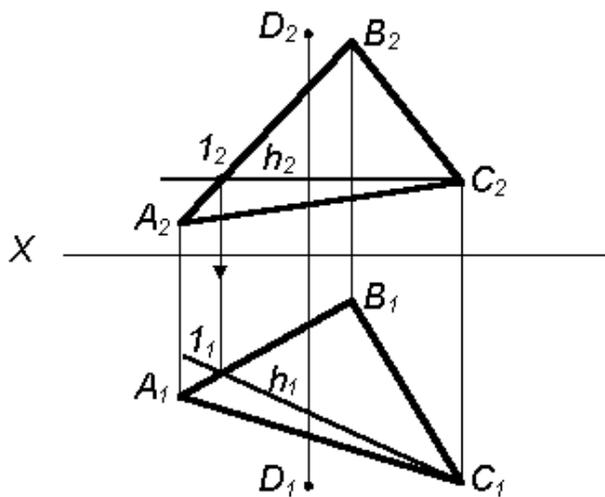
4. Определить расстояние между параллельными прямыми



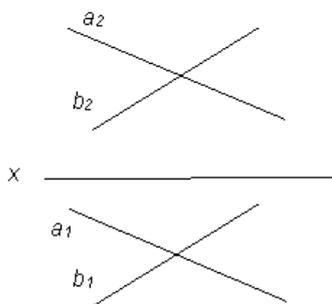
5. Найти расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью



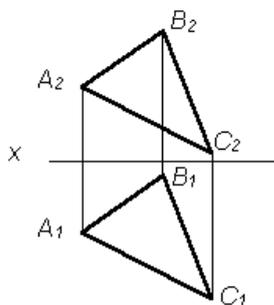
6. Найти расстояние от точки до плоскости



7. Найти угол между двумя пересекающимися прямыми



8. Найти натуральную величину треугольника



## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 7. КРИВЫЕ ЛИНИИ. ПОВЕРХНОСТИ.

Кривые линии на комплексном чертеже задают своими проекциями, которые строят по проекциям отдельных точек, принадлежащих этой линии. Проекции линий при ортогональном проецировании получают как результат пересечения проецирующих цилиндров с плоскостями проекций; это означает, что проекциями плоских и пространственных кривых линий являются линии плоские.

На комплексном чертеже кривой ее особые точки, к которым относятся точки перегиба, возврата, излома, узловые точки, являются особыми точками и

на ее проекции. Это объясняется тем, что особые точки кривых связаны с касательными в этих точках.

Если плоскость кривой занимает проецирующее положение, то одна проекция этой кривой имеет форму прямой. У пространственной кривой все ее проекции — кривые линии.

Чтобы установить по чертежу, какая задана кривая (плоская или пространственная), необходимо выяснить, принадлежат ли все точки кривой одной плоскости.

Поверхность является множеством последовательных положений движущейся линии, именуемой образующей, которая бывает как прямой, так и кривой. Закон перемещения образующей обычно определяется другой линией, называемой направляющей, а также характером перемещения образующей.

Образующая, направляющая и характер движения образующей по направляющей представляют собой определитель поверхности, т.к. их задание означает не что иное как однозначное определение поверхности.

Различают поверхности:

- линейчатые (образующая - прямая);
- нелинейчатые (в противном случае);
- развертывающиеся (разрезав по образующей, их можно односторонне совместить с плоскостью без разрывов и складок);
- неразвертывающиеся.

На практике чаще всего встречаются поверхности гранные и вращения. Первые образуются при движении прямолинейной образующей по ломаной направляющей. Поверхности вращения образованы вращением некоторой линии (образующей) вокруг некоторой прямой (оси вращения). К гранным поверхностям относятся пирамидальная и призматическая.

Из числа гранных поверхностей выделяют группу многогранников, т.е. замкнутых поверхностей, образованных неким количеством граней. К таким поверхностям принадлежат пирамида и призма.

## Вопросы для теоретической подготовки

1. Общие сведения о кривых линиях.
2. Проекция плоских кривых и плоских алгебраических линий. Винтовые линии.
3. Способы образования и задания поверхностей, определитель и каркас поверхности.
4. Поверхности и тела вращения.
5. Линейчатые и циклические поверхности.
6. Пересечение поверхностей и тел.

## Демонстрационные примеры

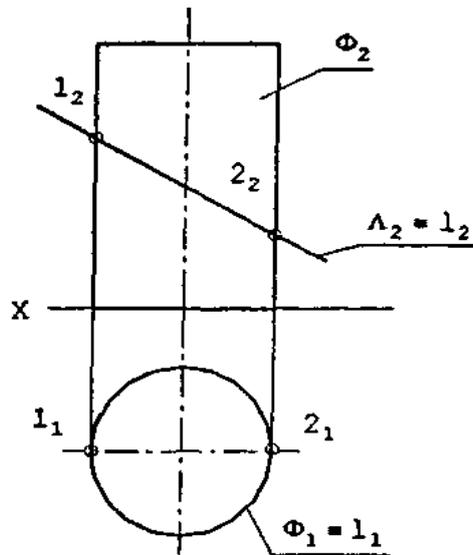
### Пример 1

Заданы фронтально-проецирующая плоскость  $\Lambda$  ( $\Lambda_2$ ) и цилиндрическая поверхность  $\Phi(\Phi_1; \Phi_2)$ . Необходимо отыскать 1 - линию пересечения плоскости  $\Lambda$  с поверхностью  $\Phi$ .

### Решение

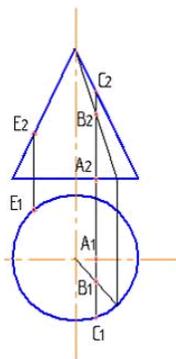
По определению искомая линия пересечения принадлежит одновременно и плоскости  $\Lambda$ , и поверхности  $\Phi$ , т.е. проекции этой линии принадлежат соответствующим проекциям и плоскости, и поверхности.

Поскольку плоскость  $\Lambda$  является фронтально-проецирующей, фронтальная проекция искомой линии пересечения ( $l_2$ ) совпадает с фронтальной проекцией самой плоскости ( $\Lambda_2$ ). Заметим, что поверхность  $\Phi$  является горизонтально проецирующим геометрическим образом. Отсюда следует, что горизонтальные проекции искомой линии пересечения и заданной поверхности ( $l_1$  и  $\Phi_1$ ) совпадают.

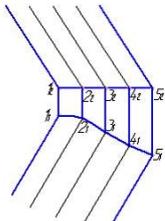


### Задания для самостоятельного решения

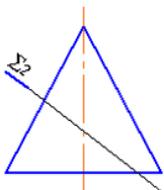
1. Какая точка принадлежит поверхности конуса?



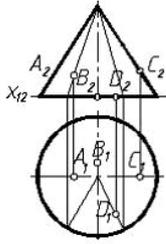
2. Как называют изображенную на чертеже поверхность?



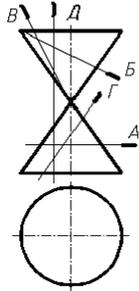
3. Что получится при пересечении конуса плоскостью  $\Sigma_2$ ?



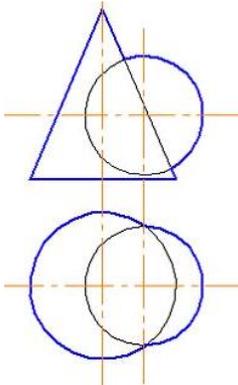
4. Какая точка принадлежит поверхности?



5. Какая плоскость пересекает конус по окружности?



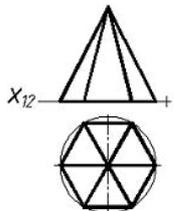
6. Какой способ следует использовать для определения линии пересечения поверхностей в данном случае



7. Модель какой линии изображена на рисунке? Постройте две её проекции.

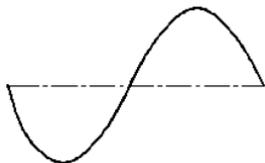


8. Как называется многогранник, изображенный на рисунке?

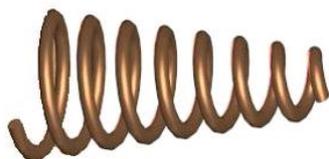


9. Изобразить пирамиду с основанием в виде квадрата, лежащего в плоскости  $XOY$ , построенную в прямоугольной изометрии.

10. Какая кривая изображена на рисунке?



11. Модель какой линии изображена на рисунке? Постройте две её проекции.



## **ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 8. ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ. РАЗВЕРТКИ.**

Задачи, связанные с решением вопросов взаимного расположения геометрических фигур на комплексном чертеже, называются **позиционными**.

Среди позиционных можно выделить две группы задач, представляющих наибольший практический интерес. К ним относятся задачи на взаимную принадлежность и задачи на взаимное перенесение. Задачи первой группы неоднократно упоминались ранее. Это объясняется, тем, что любая линия есть производная точки, а любая поверхность есть производная линии.

Решение позиционных задач на принадлежность предполагает работу с линиями поверхности графически простыми, например прямой или окружностью. Это необходимо для того, чтобы не усложнять построений на комплексном чертеже. Для правильного выбора этих линий надо знать, какие семейства линий несет на себе та или иная поверхность.

Задачи на взаимное пересечение связаны с построением точек, принадлежащих одновременно двум рассматриваемым геометрическим образам, например прямой и плоскости, двум плоскостям, плоскости и поверхности, двум поверхностям. Каждую из этих точек строят в пересечении двух вспомогательных линий. Эти линии должны быть графически простыми и принадлежать одной вспомогательной плоскости или поверхности. Выбор

вспомогательных, поверхностей (посредников), несущих в себе вспомогательные линии, зависит от формы пересекающихся поверхностей. Совокупность построенных общих точек позволяет построить линию пересечения геометрических образов.

### **Вопросы для теоретической подготовки**

1. Какие задачи называются позиционными?
2. Назовите два типа позиционных задач.
3. Перечислите способы построения разверток.

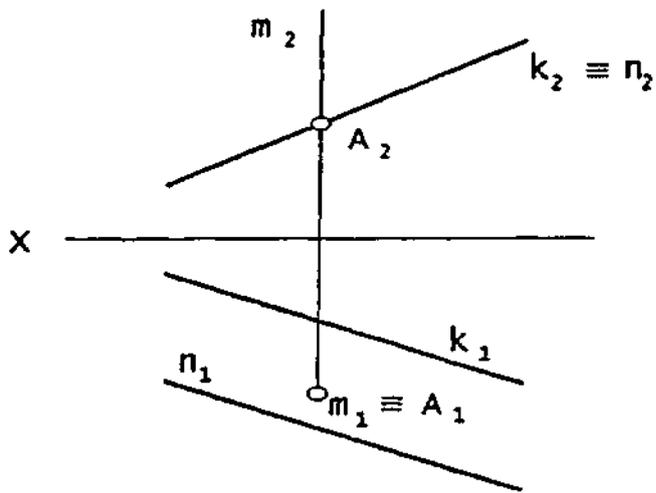
### **Демонстрационные примеры**

#### Пример 1

Горизонтально-проецирующая прямая  $m$  задана своими проекциями  $(m_1; m_2)$ , а фронтально-проецирующая плоскость  $\Sigma$  – двумя параллельными прямыми  $n$  и  $k$ . Требуется определить  $A$  - точку пересечения прямой  $m$  и плоскости  $\Sigma$ .

#### Решение

Поскольку (по условию) искомая точка  $A$  принадлежит одновременно и прямой  $m$ , и плоскости  $\Sigma$ , то проекции точки принадлежат соответствующим проекциям прямой и плоскости. Т.к. прямая  $m$  является горизонтально проецирующей, то горизонтальные проекции прямой и точки ( $m_1$  и  $A_1$ ) совпадают. Но плоскость  $\Sigma$  - фронтально-проецирующая; поэтому вторая проекция искомой точки ( $A_2$ ) определяется пересечением фронтальных проекций прямых  $m$  и  $n(k)$  –  $m_2$  и  $n_2(k_2)$ .

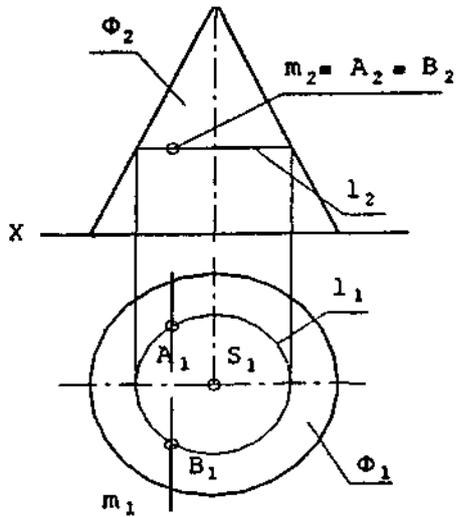


### Пример 2

Заданы фронтально-проецирующая прямая  $m(m_1; m_2)$  и коническая поверхность  $\Phi(\Phi_1; \Phi_2)$ . Определить  $A$  и  $B$  - точки пересечения прямой с поверхностью.

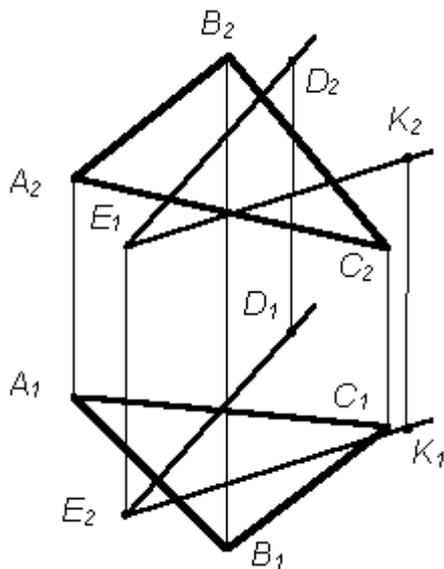
#### Решение

Т.к. искомые точки  $A$  и  $B$  принадлежат одновременно и прямой  $m$ , и поверхности  $\Phi$ , то и проекции этих точек ( $A_1; B_1; A_2$  и  $B_2$ ) принадлежат соответствующим проекциям прямой и поверхности. Поскольку по условию прямая  $m$  является фронтально-проецирующей, фронтальные проекции ее и искомым точек ( $m_2, A_2$  и  $B_2$ ) совпадают. Но искомые точки  $A$  и  $B$  по определению лежат на некоей линии  $l$ , принадлежащей поверхности  $\Phi$ , т.е. их горизонтальные проекции принадлежат горизонтальной проекции  $l$  ( $l_1$ ). Одновременно  $A$  и  $B$  лежат на прямой  $m$ . Очевидно, что горизонтальные проекции искомым точек ( $A_1$  и  $B_1$ ) определяются пересечением горизонтальных проекций прямой  $m$  и линии  $l$  ( $m_1$  и  $l_1$ ).

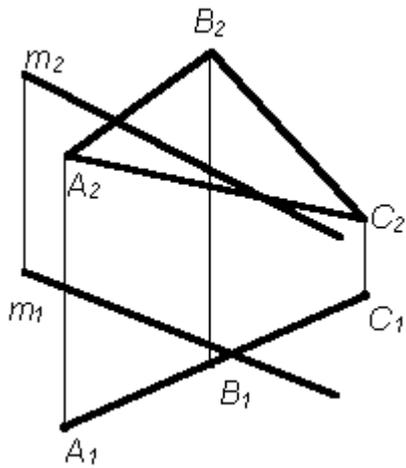


### Задания для самостоятельного решения

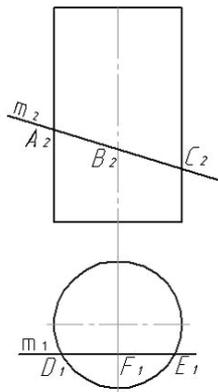
1. Построить линию пересечения плоскости  $P(\Delta ABC)$  с плоскостью  $Q(DE \cap EK)$



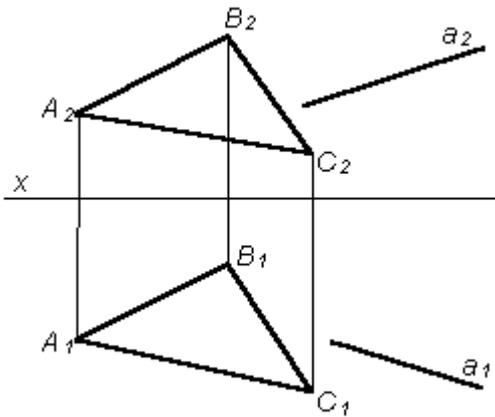
2. Построить точку пересечения прямой  $m$  и плоскости  $P(\Delta ABC)$



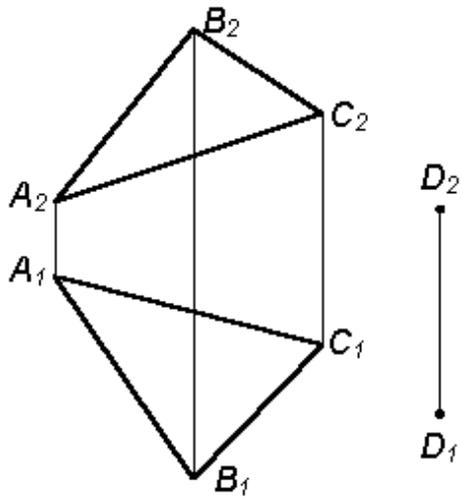
3. В каких точках прямая  $m$  пересекается с поверхностью цилиндра?



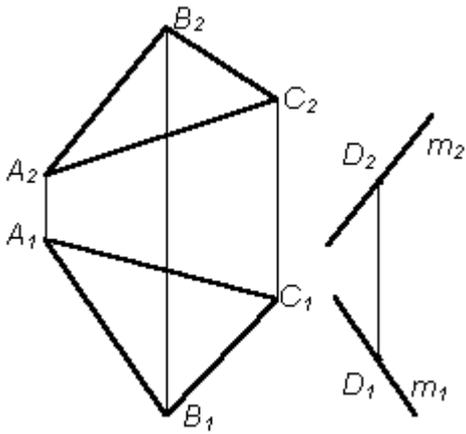
4. Определить принадлежность прямой линии плоскости



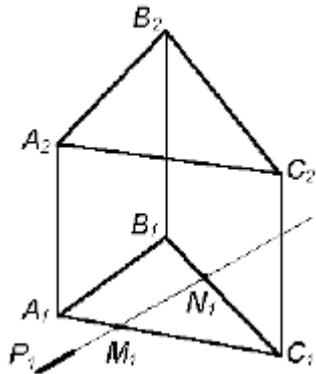
5. Определить принадлежит ли точка плоскости



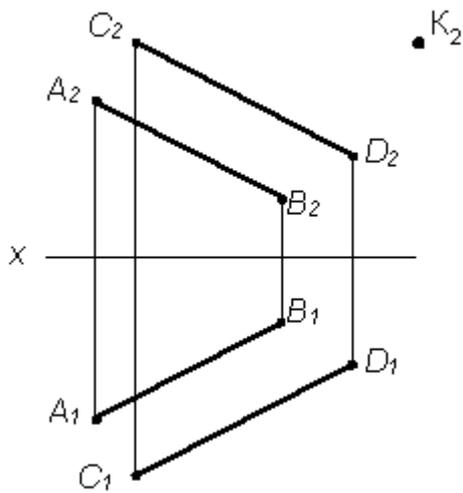
6. Определить принадлежит ли прямая плоскости



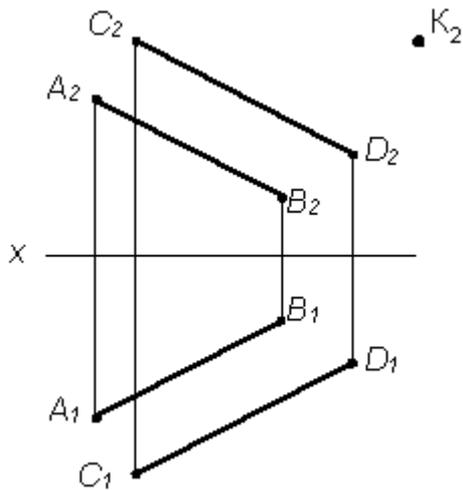
7. Найти линию пересечения плоскостей



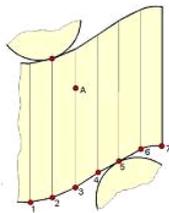
8. Точка К принадлежит плоскости ABCD. Построить её горизонтальную проекцию



9. Построить точку пересечения прямой и плоскости



10. Часть развертка чего показана на рисунке?



11. Наиболее универсальным и графически простым способом построения разверток поверхности является...

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 9. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ.**

При выполнении технических чертежей в ряде случаев оказывается необходимо наряду с изображением предметов в прямоугольных проекциях иметь и наглядные их изображения. Это необходимо для обеспечения

возможности более полно выявить конструктивные решения, заложенные в изображении предмета, правильно представить положение его в пространстве, оценить пропорции его частей и размеры.

Наглядные изображения на некоторых чертежах могут применяться и независимо от прямоугольных изображений, например, при изображении схем электроснабжения и теплоснабжения зданий и сооружений.

Существуют различные способы построения наглядных изображений. Сюда относятся аксонометрические, аффинные и векторные проекции, а также линейная перспектива. Далее будем рассматривать только аксонометрические проекции.

Построение аксонометрических проекций заключается в том, что геометрическую фигуру вместе с осями прямоугольных координат, к которым эта фигура отнесена в пространстве, параллельным (прямоугольным или косоугольным) способами проецируют на выбранную плоскость проекций. Таким образом, аксонометрическая проекция — это проекция на одну плоскость. При этом направление проецирования выбирают так, чтобы оно не совпадало ни с одной из координатных осей.

При построении аксонометрических проекций изображаемый предмет жестко связывают с натуральной системой координат  $Oxyz$ . В целом аксонометрический чертеж получается состоящим из параллельной проекции предмета, дополненной изображением координатных осей с натуральными масштабными отрезками по этим осям. Название «аксонометрия» и произошло от слов — **аксон** — **ось** и **метрео** — измеряю.

### **Вопросы для теоретической подготовки**

1. Перечислите, какие виды аксонометрических проекций рекомендуется применять согласно ГОСТ 2.317-69?
2. Что такое изометрия?
3. Что такое диметрия?
4. Что такое триметрия?

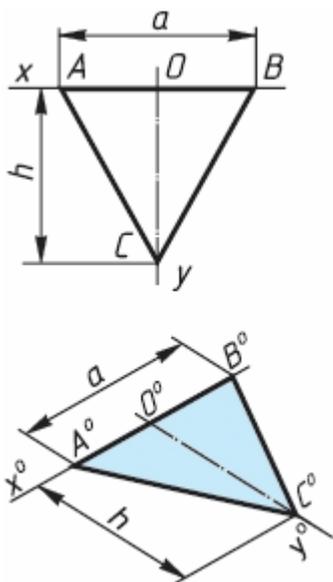
## Демонстрационные примеры

### Пример 1

Построить аксонометрическую проекцию треугольника.

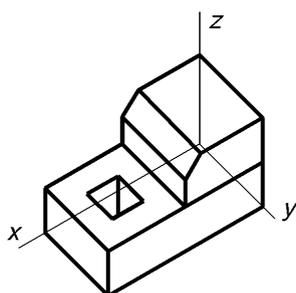
### Решение

Симметрично точке  $O^0$  по оси  $x^0$  откладывают отрезки  $C^0A^0$  и  $O^0E^0$ , равные половине стороны треугольника, а по оси  $y^0$  - его высоту  $O^0C^0$ . Полученные точки  $A^0$ ,  $B^0$  и  $C^0$  соединяют отрезками прямых.



### Задания для самостоятельного решения

1. Определите, в какой аксонометрической проекции изображена деталь:



2. Выберите из предложенных правильное определение аксонометрической проекции:
  - а) Изображение, полученное при параллельном проецировании предмета вместе с осями прямоугольных координат, к которым он отнесен в пространстве, на какую-либо плоскость;

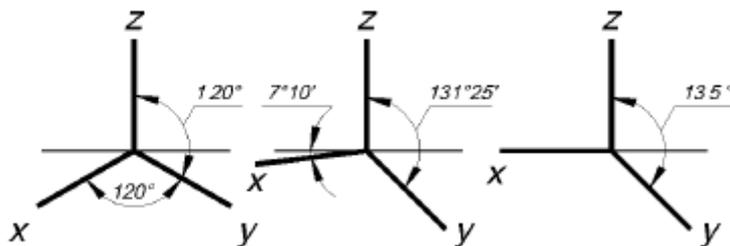
б) Изображение, полученное при параллельном проецировании предмета на какую-либо плоскость

3. Приведенные коэффициенты искажения по аксонометрическим осям равны 1:

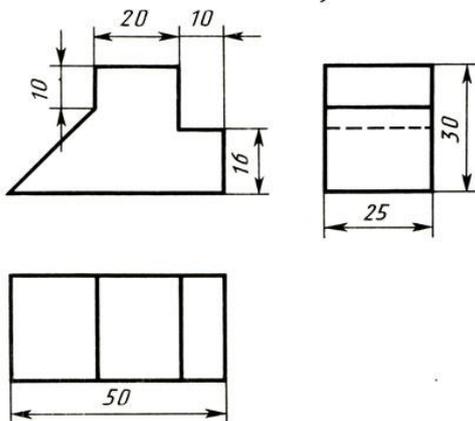
а) в прямоугольной диметрической проекции;

б) в прямоугольной изометрической проекции

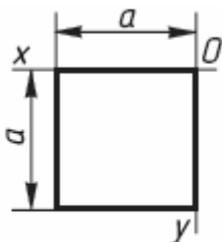
4. Определите, оси каких аксонометрических проекций изображены?



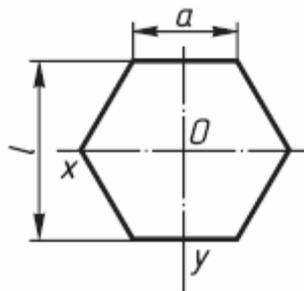
5. Построить фронтальную диметрическую и изометрическую проекции детали, три вида которой приведены на рисунке



6. Построить аксонометрическую проекцию квадрата



7. Построить аксонометрическую проекцию шестиугольника



## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### Основная литература

Чекмарев, А. А. Инженерная графика [Текст] : учебник. - Издание 9-е, переработанное и дополненное. - Москва : Высшая школа, 2007. - 382 с. - (Общетеchnические дисциплины). - Гриф МО "Рекомендовано".

### Дополнительная литература

1. Ваншина, Е.А. Компьютерная графика [Электронный ресурс] : Практикум / Е.А. Ваншина, Н.А. Северюхина, С.В. Хазова – Электрон.текстовые дан. – Оренбург: Оренбургский государственный университет, 2014. – 98 с. – Режим доступа: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=259364](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=259364)
2. Перемитина, Т.О. Компьютерная графика [Электронный ресурс] : учебн. пособие / Т.О. Перемитина – Электрон.текстовые дан. – Томск : Эль Контент, 2012. – 144 с. – Режим доступа: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=208688](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=208688)
3. Аверин, В. Н. Компьютерная инженерная графика [Текст]: учебн. пособие / В. Н. Аверин. - Москва: Академия, 2012. – 224 с.