

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Новокузнецкий институт (филиал)**

Факультет информатики, математики и экономики

Кафедра информатики и общетехнических дисциплин

Г. Н. Бойченко

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ

*Методические указания к выполнению контрольных работ
для обучающихся по направлениям подготовки*

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

*направленности (профили) подготовки
«Математика и Информатика»
«Информатика и Физика»
«Технология и Информатика»
«Начальное образование и Информатика»*

Новокузнецк

2020

УДК 004.621.39 (075.8)

ББК 16.0я73

Бойченко Г. Н.

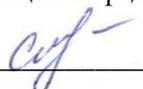
- Б779 Теоретические основы информатики: метод. указ. к выполнению контрольных работ для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленности (профили) подготовки «Математика и Информатика», «Информатика и Физика», «Технология и Информатика», «Начальное образование и Информатика» / Г. Н. Бойченко; Новокузнец. ин-т (фил.) Кемеров. гос. ун-та. – Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2020. – 60 с.

Приводятся методические указания по выполнению контрольных работ по дисциплине «Теоретические основы информатики»: краткий теоретический материал, примеры заданий с образцами их решения (типовой вариант), 10 вариантов заданий каждой контрольной работы, критерии оценивания, а также список литературы, рекомендованной для подготовки к выполнению контрольных работ.

Методические указания предназначены для студентов очной и заочной форм обучения, обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) подготовки «Математика и Информатика», «Информатика и Физика», «Технология и Информатика», «Начальное образование и Информатика».

Рекомендовано
на заседании кафедры информатики
и общетехнических дисциплин
21 октября 2020 года, протокол №3

Заведующий кафедрой ИОТД

 И.В. Сликишина

Утверждено
методической комиссией факультета
информатики, математики и экономики
12 ноября 2020 года, протокол №4.

Председатель методкомиссии ФИМЭ

 Г.Н. Бойченко

© Бойченко Г. Н., 2020

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кемеровский государственный университет», Новокузнецкий институт (филиал), 2020

Текст представлен в авторской редакции

Содержание

| | |
|---|----|
| Введение | 4 |
| Общие требования к выполнению контрольных работ | 5 |
| Методика выполнения и оформления контрольных работ | 5 |
| Критерии оценивания контрольных работ | 6 |
| Контрольные работы | 7 |
| Контрольная работа 1. Информатика как наука. Теория информации..... | 7 |
| Контрольная работа 2. Теория кодирования | 19 |
| Контрольная работа 3. Системы счисления | 29 |
| Контрольная работа 4. Логические основы ЭВМ | 38 |
| Список рекомендуемой литературы..... | 59 |
| Основная учебная литература..... | 59 |
| Дополнительная учебная литература | 59 |
| Перечень СПБД и ИСС по дисциплине | 59 |
| Приложение | 60 |
| Образец титульного листа контрольной работы..... | 60 |

Введение

Дисциплина «Теоретические основы информатики» вводит будущих учителей информатики в современные проблемы теоретической информатики, составляющие ядро школьного курса «Информатика и ИКТ». Основной акцент в дисциплине делается на методологические аспекты и математический аппарат информатики, составляющие ядро широкого спектра научно-технических и социально-экономических информационных технологий, которые реально используются современным мировым профессиональным сообществом в теоретических исследованиях и практической деятельности.

Целью изучения дисциплины «Теоретические основы информатики» является овладение студентами понятийно-терминологической базой современной теоретической информатики, теориями и методами исследования формализованных математических, информационно-логических и логико-семантических моделей, структур и процессов представления, сбора и обработки информации.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать: общие проблемы и задачи теоретической информатики, основные принципы и этапы информационных процессов, наиболее широко используемые классы информационных моделей; основные математические методы получения, хранения, обработки, передачи и использования информации;

уметь: применять математический аппарат анализа и синтеза информационных систем;

владеть (иметь практический опыт): современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации.

Предлагаемые методические указания адресованы студентам очной и заочной форм обучения, обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) подготовки «Математика и Информатика», «Информатика и Физика», «Технология и Информатика», «Начальное образование и Информатика».

Цель настоящих методических указаний – дать студентам возможность углубить и закрепить полученные на лекциях и практических занятиях знания и умения, а также приобрести опыт применения этих знаний на практике при самостоятельном решении различных практических задач.

Методические указания содержат краткий теоретический материал, примеры заданий с образцами их решения (типовой вариант номер 0), 10 вариантов заданий каждой контрольной работы, критерии оценивания, а также список литературы, рекомендованной для подготовки к выполнению контрольных работ.

В контрольные работы включены задачи из открытого банка заданий ОГЭ и ЕГЭ по информатике, перечень задач постоянно обновляется с учетом ежегодных изменений, вносимых ФИПИ в кодификатор и спецификации ОГЭ и ЕГЭ по информатике и ИКТ.

Общие требования к выполнению контрольных работ

Методика выполнения и оформления контрольных работ

К выполнению каждой контрольной работы следует приступать только после изучения соответствующего материала курса по списку рекомендованной основной и дополнительной учебной литературы и разбора решения задач, указанных в типовом варианте (номер 0).

При выполнении контрольных работ необходимо придерживаться указанных ниже правил. Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не зачитываются и возвращаются студенту для переработки.

Каждую работу следует выполнять в электронном виде в отдельном файле. На титульном листе (см. Приложение) должны быть указаны фамилия и инициалы студентов, номер контрольной работы и номер выполненного варианта. Номер выполняемого варианта назначается преподавателем.

В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по положенному варианту контрольной работы. Задания, содержащие не все задачи, а также задачи не своего варианта, не зачитываются. Решения задач надо располагать в порядке возрастания их номеров, указанных в задании, сохраняя номера задач. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие. В том случае, если несколько задач имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера. Решения задач следует излагать подробно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения, вставляя формулы и делая необходимые чертежи. При необходимости следует делать соответствующие ссылки на вопросы теории с указанием формул, теорем, выводов, которые используются при решении данной задачи. Все вычисления (в том числе и вспомогательные) необходимо делать полностью.

После получения прорецензированной работы, как не зачтенной, так и зачтенной, студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочеты и выполнить все рекомендации рецензента. Если рецензент предлагает внести в решения задач исправления или дополнения и прислать их для повторной проверки, то это следует сделать в короткий срок. В случае незачета работы и отсутствия прямого указания рецензента о том, что студент может ограничиться представлением исправленных решений отдельных задач, вся работа должна быть выполнена заново. При отправке контрольной работы на повторное рецензирование к ней должна быть приложена первоначально выполненная работа и рецензия на нее. Вносить исправления в сам текст работы после ее рецензирования запрещается.

Контрольные работы должны выполняться самостоятельно. Если будет установлено, что та или иная контрольная работа выполнена не самостоятельно, то она не будет зачтена, даже если в этой работе все задачи решены верно.

Критерии оценивания контрольных работ

Представленные в настоящих методических указаниях контрольные работы содержат по 4 до 7 заданий для выполнения (задач). Каждое задание (задача) контрольной работы оценивается по 5-балльной шкале в соответствии со следующими критериями:

| Критерии | Первичный балл | Отметка | Примечание |
|--|----------------|---------------------|-----------------------|
| Решение задачи верное. Использован рациональный путь решения. Допускается наличие 1-2 недочетов *. | 5 | отлично | Максимальное значение |
| Решение задачи верное, однако, использован нерациональный путь решения. Допускается наличие 1-2 недочетов. ИЛИ Ход решения задачи и ответ верный, но допущено несколько негрубых ошибок** и недочетов. | 4 | хорошо | |
| Ход решения задачи верный, но была допущена одна или две ошибки, приведшие к неправильному ответу. | 3 | удовлетворительно | Пороговое значение |
| Получен неверный ответ, связанный с грубой ошибкой, отражающей непонимание студентом используемого математического аппарата теоретической информатики. | 2 | неудовлетворительно | |
| Не получен ответ и приведено неполное решение задачи, но используемый математический аппарат и ход приведенной части решения верны. | 1 | | |
| Решение задачи отсутствует. | 0 | | |

* Под недочетами понимаются: негрубые арифметические ошибки; отсутствие пояснений к вводимым обозначениям, используемым формулам и законам; отсутствие обоснований применимости используемых законов, и т.д.

** Под негрубыми ошибками понимаются: негрубые арифметические ошибки; неверные размерности используемых величин; отсутствие ответа в общем виде (решение задачи сразу с использованием заданных числовых значений величин); при полученном ответе в общем виде отсутствие числового ответа (если в условии заданы числовые значения); отсутствие записи используемого закона в общем виде (если это требуется при решении) и т.д.

Отдельное задание контрольной работы считается выполненным, если набрано пороговое значение первичных баллов, т.е. за ее решение задачи получено 3, 4 или 5 баллов.

В соответствии с балльно-рейтинговой системой оценивания по дисциплине «Теоретические основы информатики», за каждую контрольную работу студент может получить до 3 баллов по 100-балльной шкале:

0 баллов (выполнено 0 - 50% заданий);

1 балл (выполнено 51 - 65% заданий);

2 балла (выполнено 66 - 85% заданий);

3 балла (выполнено 86 - 100% заданий);

Баллы, набранные за контрольные работы, учитываются в оценке текущей учебной деятельности студента в течение семестра.

Контрольные работы

Контрольная работа 1. Информатика как наука. Теория информации

Краткие теоретические сведения

Понятие **информатики** охватывает области, связанные с разработкой, созданием, использованием и материально-техническим обслуживанием систем обработки информации, включая машины, оборудование, математическое обеспечение, организационные аспекты, а также комплекс промышленного, коммерческого, административного и социального воздействия.

Информатика – фундаментальная естественная наука, изучающая общие свойства информации, процессы, методы и средства ее обработки (сбор, хранение, преобразование, перемещение, выдача) (А.П.Ершов, Б.Н.Наумов).

Теоретическая информатика (brainware, "мозговое" обеспечение) – изучает теоретические проблемы информационных сред.

Практическая, прикладная информатика (software, "гибкое", программное обеспечение) – изучает практические проблемы информационных сред.

Техническая информатика (hardware, "тяжелое", аппаратное обеспечение) – изучает технические проблемы информационных сред.

Теория информации (математическая теория связи) - раздел прикладной математики, определяющий понятие информации, её свойства и устанавливающий предельные соотношения для систем передачи данных.

Информация (от лат. informatio - осведомление, разъяснение, изложение, от лат. informare - придавать форму) – это:

- в широком смысле абстрактное понятие, имеющее множество значений, в зависимости от контекста;
- в узком смысле этого слова - сведения (сообщения, данные) независимо от формы их представления.

Вероятностный подход к измерению количества информации

Информационная энтропия - мера хаотичности информации, неопределённость появления какого-либо символа первичного алфавита. При отсутствии информационных потерь численно равна количеству информации на символ передаваемого сообщения.

Энтропия - это количество информации, приходящейся на одно элементарное сообщение источника, вырабатывающего статистически независимые сообщения.

Информационная двоичная энтропия, при отсутствии информационных потерь, рассчитывается по формуле Хартли. Формула Хартли - логарифмическая мера информации, которая определяет количество информации, содержащееся в сообщении.

Для случая определения количества информации i в одном символе алфавита мощности n , **формула Хартли** принимает вид:

$$i = \log_2 n,$$

где n - мощность алфавита, i - количество информации в каждом символе сообщения.

Соответственно, мощность алфавита равна: $n = 2^i$.

Из формулы Хартли следует, что алфавит, содержащий только 1 символ, не может быть использован для передачи информации: $i = \log_2 1 = 0$.

Для независимых случайных событий x с n возможными состояниями, распределённых с вероятностями p_i ($i = 1, \dots, n$), формула Хартли переходит в формулу **Шеннона**:

$$H = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log_2 p_i,$$

где H - средняя энтропия сообщения, n - мощность алфавита, p_i –вероятность появления i -го символа алфавита в сообщении.

Частная энтропия, характеризующая состояние i , равна $\log_2 \frac{1}{p_i}$.

Если в алфавите M символов, то количество всех возможных «слов» (сообщений) длиной N равно $Q = M^N$.

Объемный подход к измерению количества информации

Основная единица измерения информации – 1 бит.

Производные единицы измерения информации:

1 байт = 8 бит = 2^3 бит.

1 Кбайт = 1024 байт = 2^{10} байт = 2^{13} бит.

1 Мбайт = 1024 Кбайт = 2^{20} байт = 2^{23} бит.

1 Гбайт = 1024 Мбайт = 2^{30} байт = 2^{33} бит.

1 Тбайт = 1024 Гбайт = 2^{40} байт = 2^{43} бит.

1 Пбайт = 1024 Тбайт = 2^{50} байт = 2^{53} бит.

Скорость передачи информации

Передача информации - физический процесс, посредством которого осуществляется перемещение информации в пространстве.

Данный процесс характеризуется наличием следующих компонентов:

- источник информации;
- приёмник информации;
- носитель информации;
- среда передачи.

Информационный канал - это совокупность устройств, предметов или объектов, предназначенных для передачи информации от источника к приемнику.

Объем переданной по каналу связи информации I (в битах) вычисляется по формуле:

$$I = V \cdot t,$$

где V – пропускная способность канала (в битах в секунду), а t – время передачи (в секундах).

Информационный объем растрового графического файла I (в битах) вычисляется по формуле:

$$I = h \cdot v \cdot i,$$

где h - горизонтальное разрешение (в пикселях), v - вертикальное разрешение (в пикселях), i – глубина кодирования (в битах).

Максимальное количество цветов в палитре растрового графического изображения n вычисляется по формуле Р. Хартли:

$$n = 2^i,$$

где i – глубина кодирования (в битах).

Информационный объем цифрового аудиофайла I (в битах) вычисляется по формуле:

$$I = ch \cdot i \cdot f \cdot t,$$

где ch – количество аудиоканалов (звуковых дорожек), i - разрешение (в битах), f – частота дискретизации (в герцах), t – длительность звукозаписи (время звучания, в секундах).

Вариант 0

Задание 1. Рассказ, набранный на компьютере, содержит 2 страницы, на каждой странице 32 строки, в каждой строке 64 символа. Определите информационный объем рассказа в Кбайтах в одной из кодировок Unicode, в которой каждый символ кодируется 16 бит.

Решение:

Найдем количество символов в рассказе: $2 \cdot 32 \cdot 64 = 2^1 \cdot 2^5 \cdot 2^6 = 2^{12}$.

Один символ кодируется двумя байтами, 2^{10} байт составляют 1 Кбайт, поэтому информационный объем статьи составляет $2 \cdot 2^2 \cdot 2^{10}$ байт = 8 Кбайт.

Ответ: 8.

Задание 2. Файл размером 64 Кбайт передаётся через некоторое соединение со скоростью 1024 бит в секунду. Определите размер файла (в Кбайт), который можно передать за то же время через другое соединение со скоростью 256 бит в секунду. В ответе укажите одно число — размер файла в Кбайт. Единицы измерения писать не нужно.

Решение:

Определим время передачи:

$64 \text{ Кбайт} / 1024 \text{ бит в секунду} = (64 \cdot 1024 \cdot 8 \text{ бит}) / (1024 \text{ бит в секунду}) = 64 \cdot 8 \text{ секунд.}$

Вычислим размер файла: $64 \cdot 8 \text{ секунд} \cdot 256 \text{ бит в секунду} = 64 \cdot 256 \text{ байт} = 16 \text{ Кбайт.}$

Ответ: 16.

Задание 3. Какой минимальный объём памяти (в Кбайт) нужно зарезервировать, чтобы можно было сохранить любое растровое изображение размером 128×128 пикселей при условии, что в изображении могут использоваться 256 различных цветов? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Решение:

Один пиксель кодируется 8 битами памяти, так как $2^8 = 256$.

Всего $128 * 128 = 2^7 \cdot 2^7 = 2^{14}$ пикселей.

Тогда объём памяти, занимаемый изображением $2^{14} * 8 = 2^{17} \text{ бит} = 2^{14} \text{ байт} = 2^4 \text{ Кбайт} = 16 \text{ Кбайт.}$

Ответ: 16.

Задание 4. Производилась четырехканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 24 кГц и 16-битным разрешением. В результате был получен файл размером 1800 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число минут.

Решение:

Так как частота дискретизации 24 кГц, то за одну секунду запоминается 24000 значений сигнала.

Глубина кодирования 16 бита, т. е. 2 байта.

Т. к. запись четырёхканальная, объём памяти, необходимый для хранения данных одного канала, умножается на 4, поэтому, так как потребовалось 1800 Мбайт, один канал занимает 450 Мбайт или $450 \cdot 2^{20}$ байт.

Чтобы найти время, в течение которого проводилась запись, необходимо разделить найденный информационный объём на глубину кодирования и на частоту дискретизации: $(450 \cdot 2^{20}) / (24000 \cdot 2) = 9830,4 \text{ с.} = 163,84 \text{ мин.}$

Тем самым, время записи примерно равно 163,84 минуты, что близко к 164 минутам.

Ответ: 164.

Задание 5. Каждый сотрудник предприятия получает электронный пропуск, на котором записаны личный код сотрудника и срок действия пропуска. Личный код состоит из 10 символов, каждый из которых может быть одной из 26 заглавных латинских букв или 10 цифр. Для записи кода на пропуске используют посимвольное кодирование, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством битов. Срок действия записывается как номер года (число от 0 до 50, означающее год от 2000 до 2050) и номер месяца (число от 1 до 12). Номер года и номер месяца записаны на пропуске как двоичные числа, каждое из них занимает минимально возможное количество битов.

Вся информация на пропуске упакована так, чтобы занимать минимально возможное количество байтов. Сколько байтов занимает вся информация на пропуске? В ответе запишите только целое число — количество байтов.

Решение:

Согласно условию, в личном коде могут быть использованы 36 символов. Известно, что с помощью n бит можно закодировать 2^n различных вариантов. Поскольку $2^6 = 64$, то для записи каждого из 10 символов необходимо 6 бит.

Для хранения всех 10 символов личного нужно $6 \cdot 10 = 60$ бит. Для хранения номера года потребуется 6 бит, для хранения номера месяца — 4 бита.

Значит, вся информация на пропуске занимает $60 + 6 + 4 = 70$ бит. Поскольку для хранения используется минимальное целое количество байт, вся информация на пропуске занимает 9 байт.

Ответ: 9.

Задание 6. Максим составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому возможному сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Максим использует четырёхбуквенные слова, в которых есть только буквы А, В, С, D, E, F, X, причём буква X появляется ровно 1 раз. Сколько различных кодовых слов может использовать Максим?

Решение:

Если в алфавите M символов, то количество всех возможных «слов» (сообщений) длиной N равно $Q = M^N$. Кодовые слова устроены следующим образом: на одном из мест стоит буква X, на остальных произвольные три символа из шестибуквенного алфавита. Найдём количество кодовых слов, в которых буква X стоит на первом месте: $Q = 6^3 = 216$.

Ясно, что количество кодовых слов, в которых буква X стоит на втором, третьем или четвёртом местах также равно 216. Всего кодовых слов: $4 \cdot 216 = 864$.

Ответ: 864.

Задание 7. Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА

.....

Запишите слово, которое стоит на 210-м месте от начала списка.

Решение:

Заменим буквы А, О, У на 0, 1, 2 (для них порядок очевиден – по возрастанию). Выпишем начало списка, заменив буквы на цифры:

1. 00000
2. 00001
3. 00002
4. 00010

...

Полученная запись есть числа, записанные в троичной системе счисления в порядке возрастания. Тогда на 210 месте будет стоять число 209 (т. к. первое число 0). Переведём число 209 в троичную систему (деля и снося остаток справа налево):

- $$\begin{aligned} 209 / 3 &= 69 (2) \\ 69 / 3 &= 23 (0) \\ 23 / 3 &= 7 (2) \\ 7 / 3 &= 2 (1) \\ 2 / 3 &= 0(2) \end{aligned}$$

В троичной системе 209 запишется как 21202. Произведём обратную замену и получим УОУАУ.

Ответ: УОУАУ

Вариант 1

Задание 1. Рассказ, набранный на компьютере, содержит 4 страницы, на каждой странице 60 строк, в каждой строке 64 символа. Определите информационный объём рассказа в кодировке KOI8-R, в которой каждый символ кодируется 8 битами.

Задание 2. Файл размером 60 Кбайт передаётся через некоторое соединение со скоростью 4096 бит в секунду. Определите на сколько секунд медленнее можно передать этот же файл через другое соединение со скоростью 1024 бит в секунду.

Задание 3. Автоматическая камера производит растровые изображения размером 3200×1800 пикселей. При этом объём файла с изображением не может превышать 3 Мбайт, упаковка данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

Задание 4. Музыкальный фрагмент был оцифрован и записан в виде файла без использования сжатия данных. Получившийся файл был передан в город А по каналу связи за 15 секунд. Затем тот же музыкальный фрагмент был оцифрован повторно с разрешением в 2 раза выше и частотой дискретизации в 1,5 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Полученный файл был передан в город Б; пропускная способность канала связи с городом Б в 2 раза выше, чем канала связи с городом А. Сколько секунд длилась передача файла в город Б? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Задание 5. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 12 символов. Из соображений информационной безопасности каждый пароль должен содержать хотя бы одну десятичную цифру, как прописные, так и строчные латинские буквы, а также не менее одного символа из 6-символьного набора: «&», «#», «\$», «*», «!», «@». Таким образом, для формирования пароля используют 68-символьный алфавит. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 500 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе?

Задание 6. Вася составляет 6-буквенные слова, в которых есть только буквы В, О, Л, причём буква Л используется в каждом слове ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Задание 7. Все 6-буквенные слова, составленные из букв К, Л, Н, Т, Э, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. КKKKKK
2. КKKKKЛ
3. КKKKKН
4. КKKKKТ

.....

Под каким номером стоит слово ККЛККН?

Вариант 2

Задание 1. Статья, набранная на компьютере, содержит 12 страниц, на каждой странице 64 строки, в каждой строке 64 символа. В одном из представлений Unicode каждый символ кодируется 16 битами. Определите информационный объём статьи в этом варианте представления Unicode.

Задание 2. Файл размером 20 Кбайт передаётся через некоторое соединение со скоростью 1024 бит в секунду. Определите на сколько секунд быстрее можно передать этот же файл через другое соединение со скоростью 2048 бит в секунду.

Задание 3. Автоматическая камера производит растровые изображения размером 1600×1200 пикселей. При этом объём файла с изображением не может превышать 480 Кбайт, упаковка данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

Задание 4. Музыкальный фрагмент был оцифрован и записан в виде файла без использования сжатия данных. Получившийся файл был передан в город А по каналу связи за 30 секунд. Затем тот же музыкальный фрагмент был оцифрован повторно с разрешением в 2 раза выше и частотой дискретизации в 1,5 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Полученный файл был передан в город Б; пропускная способность канала связи с городом Б в 4 раза выше, чем канала связи с городом А. Сколько секунд длилась передача файла в город Б? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Задание 5. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 7 символов и содержащий только символы из 26-символьного набора прописных латинских букв. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 15 пользователях потребовалось 300 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе?

Задание 6. Вася составляет 5-буквенные слова, в которых есть только буквы З, И, М, А, причём в каждом слове есть ровно одна гласная буква и она встречается ровно 1 раз. Каждая из допустимых согласных букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Задание 7. Все 5-буквенные слова, составленные из букв К, М, Р, записаны в алфавитном порядке.

Вот начало списка:

1. ККККК
2. ККККМ
3. ККККР
4. КККМК

.....

Под каким номером стоит слово РРРМР?

Вариант 3

Задание 1. Статья, набранная на компьютере, содержит 8 страниц, на каждой странице 48 строк, в каждой строке 64 символа. В одном из представлений Unicode каждый символ кодируется 16 битами. Определите информационный объём статьи в этом варианте представления Unicode.

Задание 2. Файл размером 8 Мбайт передаётся через некоторое соединение за 100 секунд. Определите размер файла (в Кбайтах), который можно передать через это же соединение за 25 секунд.

Задание 3. Для хранения произвольного растрового изображения размером 256×256 пикселей отведено 24 Кбайт памяти, при этом для каждого пикселя хранится двоичное число – код цвета этого пикселя. Для каждого пикселя для хранения кода выделено одинаковое ко-

личество бит. Сжатие данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

Задание 4. Музыкальный фрагмент был записан в формате стерео (двухканальная запись), оцифрован и сохранён в виде файла без использования сжатия данных. Размер полученного файла – 40 Мбайт. Затем тот же музыкальный фрагмент был записан повторно в формате моно и оцифрован с разрешением в 3 раза выше и частотой дискретизации в 5 раз меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Укажите размер файла в Мбайт, полученного при повторной записи. В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Задание 5. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 12 символов и содержащий только символы из 26-символьного набора прописных латинских букв. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 30 пользователях потребовалось 600 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе?

Задание 6. Вася составляет 5-буквенные слова, в которых есть только буквы П, А, У, К, причём в каждом слове есть ровно одна гласная буква и она встречается ровно 1 раз. Каждая из допустимых согласных букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Задание 7. Все 6-буквенные слова, составленные из букв А, И, О, У, Э, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. АААААА
2. АААААИ
3. АААААО
4. АААААУ

.....

Под каким номером стоит слово ААИЭЭА?

Вариант 4

Задание 1. Информационный объём статьи, набранной на компьютере, составляет 48 Кбайт. Определите, сколько страниц содержит статья, если известно, что на каждой странице 48 строк, в каждой строке 64 символа, и каждый символ кодируется 16 битами (одна из кодировок Unicode).

Задание 2. Файл размером 4 Мбайта передаётся через некоторое соединение за 100 секунд. Определите размер файла (в Кбайтах), который можно передать через это же соединение за 75 секунд.

Задание 3. Для хранения произвольного растрового изображения размером 64×1024 пикселей отведено 56 Кбайт памяти, при этом для каждого пикселя хранится двоичное число – код цвета этого пикселя. Для каждого пикселя для хранения кода выделено одинаковое количество бит. Сжатие данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

Задание 4. Музыкальный фрагмент был записан в формате стерео (двухканальная запись), затем оцифрован и сохранён в виде файла без использования сжатия данных. Получившийся файл был передан в город А по каналу связи за 18 секунд. Затем тот же музыкальный фрагмент был повторно записан в формате моно и оцифрован с разрешением в 2 раза выше и частотой дискретизации в 2 раза больше, чем в первый раз. Сжатие данных не произ-

водилось. Полученный файл был передан в город Б; пропускная способность канала связи с городом Б в 5 раз ниже, чем канала связи с городом А. Сколько секунд длилась передача файла в город Б? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Задание 5. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 6 символов и содержащий только десятичные цифры и символы из 26-символьного набора прописных латинских букв. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 500 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе?

Задание 6. Вася составляет 4-буквенные слова, в которых могут быть только буквы Ж, И, Р, А, Ф, причём буква Р используется в каждом слове ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Задание 7. Все 4-буквенные слова, составленные из букв А, И, О, У, Э, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. АААА
2. АААИ
3. АААО
4. АААУ

.....

Под каким номером стоит слово ИААЭ?

Вариант 5

Задание 1. Информационный объём статьи, набранной на компьютере, составляет 30 Кбайт. Определите, сколько страниц содержит статья, если известно, что на каждой странице 32 строки, в каждой строке 48 символов, и каждый символ кодируется 16 битами (одна из кодировок Unicode).

Задание 2. Файл размером 3 Кбайт передаётся через некоторое соединение 600 секунд. Сколько секунд будет передаваться файл размером 256 байт через это же соединение?

Задание 3. Для хранения произвольного растрового изображения размером 128×512 пикселей отведено 40 Кбайт памяти, при этом для каждого пикселя хранится двоичное число – код цвета этого пикселя. Для каждого пикселя для хранения кода выделено одинаковое количество бит. Сжатие данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

Задание 4.

Задание 5. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 7 символов и содержащий только десятичные цифры и символы из 26-символьного набора прописных латинских букв. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 30 пользователях потребовалось 750 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе?

Задание 6. Вася составляет 6-буквенные слова, в которых встречаются только буквы В, Г, Д, причём буква В появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Задание 7. Все 4-буквенные слова, составленные из букв Л, Е, М, У, Р, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1.

Ниже приведено начало списка.

1. ЕЕЕЕ
2. ЕЕЕЛ
3. ЕЕЕМ
4. ЕЕЕР
5. ЕЕЕУ
6. ЕЕЛЕ

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое начинается с буквы Р?

Вариант 6

Задание 1. Информационный объём статьи 60 Кбайт. Сколько страниц займет статья, если на одной странице электронного документа помещается 24 строки по 80 символов, а каждый символ представлен в одной из кодировок Unicode (занимает 16 бит памяти).

Задание 2. Файл размером 1,5 Кбайт передаётся через некоторое соединение 210 секунд. Сколько секунд будет передаваться файл размером 512 байт через это же соединение?

Задание 3. Для хранения произвольного растрового изображения размером 256×256 пикселей отведено 8 Кбайт памяти, при этом для каждого пикселя хранится двоичное число – код цвета этого пикселя. Для каждого пикселя для хранения кода выделено одинаковое количество бит. Сжатие данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

Задание 4.

Задание 5. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 7 символов и содержащий только символы из 26-символьного набора прописных латинских букв. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 30 пользователях потребовалось 600 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе?

Задание 6. Вася составляет 4-буквенные слова, в которых встречаются только буквы Д, Е, Ж, З, причём буква Д появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Задание 7. Все 3-буквенные слова, составленные из букв У, Ч, Е, Н, И, К, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1.

Ниже приведено начало списка.

1. ЕЕЕ
2. ЕЕИ
3. ЕЕК
4. ЕЕН
5. ЕЕУ

6. ЕЕЧ
7. ЕИЕ

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое начинается с буквы Ч?

Вариант 7

Задание 1. Информационный объём статьи 48 Кбайт. Сколько страниц займет статья, если на одной странице электронного документа помещается 64 строки по 64 символов, а каждый символ представлен кодировке КОИ-8 (в кодировке КОИ-8 каждый символ занимает 8 бит памяти).

Задание 2. Файл размером 4 Кбайта передаётся через некоторое соединение со скоростью 2048 бит в секунду. Определите размер файла (в байтах), который можно передать за то же время через другое соединение со скоростью 512 бит в секунду.

Задание 3. Автоматическая камера производит растровые изображения размером 1280×960 пикселей. При этом объём файла с изображением не может превышать 320 Кбайт, упаковка данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

Задание 4.

Задание 5. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 8-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H. В базе данных для хранения каждого пароля отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего отведено 24 байт на одного пользователя. Определите объём памяти (в байтах), необходимый для хранения данных о 100 пользователях.

Задание 6. Вася составляет 5-буквенные слова, в которых встречаются только буквы И, К, Л, М, причём буква И появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Задание 7. Все 3-буквенные слова, составленные из букв У, Ч, Е, Н, И, К, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1.

Ниже приведено начало списка.

1. ЕЕЕ
2. ЕЕИ
3. ЕЕК
4. ЕЕН
5. ЕЕУ
6. ЕЕЧ
7. ЕИЕ

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое начинается с буквы Н?

Вариант 8

Задание 1. Рассказ, набранный на компьютере, содержит 4 страницы, на каждой странице 48 строк, в каждой строке 64 символа. Определите информационный объём рассказа в кодировке КОИ-8, в которой каждый символ кодируется 8 битами.

Задание 2. Файл размером 2 Кбайта передаётся через некоторое соединение со скоростью 256 бит в секунду. Определите размер файла (в Кбайтах), который можно передать за то же время через другое соединение со скоростью 2048 бит в секунду.

Задание 3. Автоматическая камера производит растровые изображения размером 640×480 пикселей. При этом объём файла с изображением не может превышать 80 Кбайт, упаковка данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

Задание 4.

Задание 5. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 8-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H. В базе данных для хранения пароля отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Определите объём памяти (в байтах), необходимый для хранения паролей 100 пользователей.

Задание 6. Вася составляет 6-буквенные слова, в которых встречаются только буквы Л, М, Н, причём буква Л появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Задание 7. Все 4-буквенные слова, составленные из букв П, И, Т, О, Н, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1.

Ниже приведено начало списка.

1. ИИИИ
2. ИИИН
3. ИИИО
4. ИИИП
5. ИИИТ
6. ИИНИ

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое начинается с буквы Т?

Вариант 9

Задание 1. Рассказ, набранный на компьютере, содержит 10 страниц, на каждой странице 32 строки, в каждой строке 64 символа. Определите информационный объём рассказа в одной из кодировок Unicode, в которой каждый символ кодируется 16 битами.

Задание 2. Файл размером 4 Кбайт передаётся через некоторое соединение со скоростью 4096 бит в секунду. Определите размер файла (в байтах), который можно передать за то же время через другое соединение со скоростью 512 бит в секунду.

Задание 3. Автоматическая камера производит растровые изображения размером 1280×960 пикселей. При этом объём файла с изображением не может превышать 1,3 Мбайт, упаковка данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

Задание 4.

Задание 5. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 10 символов. В качестве символов используют прописные буквы латинского алфавита, т.е. 26 различных символов. В базе данных для хранения каждого пароля отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей. Для хранения данных о 50 пользователях потребовалось 1100 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных данных об одном пользователе?

Задание 6. Вася составляет 5-буквенные слова, в которых встречаются только буквы Ж, З, И, причём буква Ж появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается лю-

бая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Задание 7. Все 4-буквенные слова, составленные из букв М, А, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1.

Ниже приведено начало списка.

1. АААА
2. АААМ
3. АААР
4. АААТ
5. ААМА

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое начинается с буквы Т?

Вариант 10

Задание 1. Рассказ, набранный на компьютере, содержит 2 страницы, на каждой странице 32 строки, в каждой строке 64 символа. Определите информационный объём рассказа в одной из кодировок Unicode, в которой каждый символ кодируется 16 битами.

Задание 2. Файл размером 9 Кбайт передаётся через некоторое соединение со скоростью 1536 бит в секунду. Определите размер файла (в байтах), который можно передать за то же время через другое соединение со скоростью 512 бит в секунду.

Задание 3. Автоматическая камера производит растровые изображения размером 640×480 пикселей. При этом объём файла с изображением не может превышать 320 Кбайт, упаковка данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

Задание 4.

Задание 5. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 12-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H, K, L, M, N. В базе данных для хранения каждого пароля отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей. Для хранения данных о 200 пользователях потребовалось 4000 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных данных об одном пользователе?

Задание 6. Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы П, И, Р, причём буква П появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Задание 7. Все 4-буквенные слова, составленные из букв П, И, Т, О, Н, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1.

Ниже приведено начало списка.

1. ИИИИ
2. ИИИН
3. ИИИО
4. ИИИП
5. ИИИТ
6. ИИНИ

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое начинается с буквы О?

Контрольная работа 2. Теория кодирования

Краткие теоретические сведения

Основные задачи, решаемые в теории кодирования информации:

- разработка принципов наиболее экономичного кодирования информации;
- согласование параметров передаваемой информации с особенностями канала связи;
- разработка приемов, обеспечивающих надежность передачи информации по каналам связи, т.е. отсутствие потерь информации.

Код - это

- правило, описывающее соответствие знаков или их сочетаний одного алфавита знакам или их сочетаниям другого алфавита;
- знаки вторичного алфавита, используемые для представления знаков или их сочетаний первичного алфавита.

Кодирование – это перевод информации с одного языка на другой (запись в другой системе символов, в другом алфавите). Кодирование – перевод информации, представленной посредством первичного алфавита, в последовательность кодов.

Декодирование – восстановление информации в первичном алфавите по полученной последовательности кодов.

Операции кодирования и декодирования называются обратимыми, если их последовательное применение обеспечивает возврат к исходной информации без каких-либо ее потерь.

Кодирование может быть **равномерное** и **неравномерное**. При **равномерном кодировании** все символы кодируются кодами равной длины; при **неравномерном кодировании** разные символы могут кодироваться кодами разной длины, это затрудняет декодирование.

Первая теорема Шеннона о передаче информации (3 формулировки):

- При отсутствии помех передачи всегда возможен такой вариант кодирования сообщения, при котором среднее число знаков кода, приходящихся на один знак кодируемого алфавита, будет сколь угодно близко к отношению средних информаций на знак первичного и вторичного алфавитов.
- При отсутствии помех передачи всегда возможен такой вариант кодирования сообщения, при котором избыточность кода будет сколь угодно близкой к нулю.
- При отсутствии помех передачи средняя длина двоичного кода может быть сколь угодно близкой к средней информации, приходящейся на знак первичного алфавита.

Префиксный код - код со словом переменной длины, удовлетворяющий условию Фано.

Условие Фано (англ. Fano condition, в честь Роберта Фано) - необходимое условие построения самостерминирующегося (префиксного) кода:

- «Никакое кодовое слово не может быть началом другого кодового слова».
- «Если в код входит слово a , то для любой непустой строки b слова ab в коде не существует».

Вторая теорема Шеннона: при передаче информации по каналу с шумом всегда имеется способ кодирования, при котором сообщение будет передаваться со сколь угодно высокой достоверностью, если скорость передачи не превышает пропускной способности канала.

Помехоустойчивыми (корректирующими) называются коды, позволяющие обнаружить и при необходимости исправить ошибки в принятом сообщении.

Виды помехоустойчивых кодов:

- коды, обнаруживающие ошибку - кодирование обеспечивает только установление факта искажения информации; в этом случае исправление производится путем ее повторной передачи;

общений при наличии помех. Для кодирования букв Б, В, Г используются 5-битовые кодовые слова: Б: 00001, В: 01111, Г: 10110. 5-битовый код для буквы А начинается с 1 и заканчивается на 0. Определите кодовое слово для буквы А.

Решение:

Код А начинается с 1 и заканчивается на 0. Код Г также начинается с 1 и заканчивается на 0. Поэтому для того, чтобы коды отличались не менее чем в трёх позициях, нужно, чтобы в остальных позициях все цифры были разные. И раз у Г в середине 011, то у А должно быть 100. Итого получили код 11000.

Ответ: 11000.

Вариант 1

Задание 1. От разведчика была получена следующая зашифрованная радиграмма, переданная с использованием азбуки Морзе.

— · · · · — — — — — ·

При передаче радиграммы было потеряно разбиение на буквы, но известно, что в радиогамме использовались только следующие буквы.

| | | | | |
|----|----|----|-----|------|
| И | А | Н | Г | Ч |
| ·· | ·— | —· | —·— | —·—· |

Определите текст радиграммы. В ответе запишите получившееся слово (набор букв).

Задание 2. Вася и Петя играли в шпионов и кодировали сообщение собственным шифром. Фрагмент кодовой таблицы приведён ниже.

| | | | | | |
|---|---|----|-----|----|----|
| Н | М | Л | И | Т | О |
| ~ | * | *@ | @~* | @* | ~* |

Расшифруйте сообщение. Получившееся слово (набор букв) запишите в качестве ответа.

*@ @~**~*~

Задание 3. Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, Е, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы А использовали кодовое слово 1; для буквы Б – кодовое слово 01. Какова наименьшая возможная сумма длин кодовых слов для букв В, Г, Д, Е?

Задание 4. Для передачи данных по каналу связи используется 5-битовый код. Сообщение содержит только буквы А, Б и В, которые кодируются следующими кодовыми словами: А – 10010, Б – 11111, В – 00101.

При передаче возможны помехи. Однако некоторые ошибки можно попытаться исправить. Любые два из этих трёх кодовых слов отличаются друг от друга не менее чем в трёх позициях. Поэтому если при передаче слова произошла ошибка не более чем в одной позиции, то можно сделать обоснованное предположение о том, какая буква передавалась. (Говорят, что «код исправляет одну ошибку».) Например, если получено кодовое слово 01111, считается, что передавалась буква Б. (Отличие от кодового слова для Б только в одной позиции, для остальных кодовых слов отличий больше.) Если принятое кодовое слово отличается от кодовых слов для букв А, Б, В более чем в одной позиции, то считается, что произошла ошибка (она обозначается 'х').

Получено сообщение 10000 10101 11011 10111. Декодируйте это сообщение.

Вариант 2

Задание 1. От разведчика была получена следующая зашифрованная радиграмма, переданная с использованием азбуки Морзе.

· · · · · — — — — — ·

При передаче радиграммы было потеряно разбиение на буквы, но известно, что в радиогамме использовались только следующие буквы.

| | | | | |
|----|----|----|------|-------|
| И | А | Н | Г | Ч |
| ·· | ·- | -· | ---· | ----· |

Определите текст радиogramмы. В ответе запишите получившееся слово (набор букв).

Задание 2. Вася и Петя играли в шпионов и кодировали сообщение собственным шифром. Фрагмент кодовой таблицы приведён ниже.

| | | | | | |
|---|---|-----|-------|-----|-----|
| А | Б | В | Г | Д | Е |
| ~ | # | # + | + ~ # | + # | ~ # |

Расшифруйте сообщение. Получившееся слово (набор букв) запишите в качестве ответа.

~ # ~ # + + ~

Задание 3. Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, Е, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы А использовали кодовое слово 0; для буквы Б – кодовое слово 10. Какова наименьшая возможная сумма длин кодовых слов для букв В, Г, Д, Е?

Задание 4. Для передачи данных по каналу связи используется 5-битовый код. Сообщение содержит только буквы А, Б и В, которые кодируются следующими кодовыми словами: А – 11010, Б – 10111, В – 01101.

При передаче возможны помехи. Однако некоторые ошибки можно попытаться исправить. Любые два из этих трёх кодовых слов отличаются друг от друга не менее чем в трёх позициях. Поэтому если при передаче слова произошла ошибка не более чем в одной позиции, то можно сделать обоснованное предположение о том, какая буква передавалась. (Говорят, что «код исправляет одну ошибку».) Например, если получено кодовое слово 10110, считается, что передавалась буква Б. (Отличие от кодового слова для Б только в одной позиции, для остальных кодовых слов отличий больше.) Если принятое кодовое слово отличается от кодовых слов для букв А, Б, В более чем в одной позиции, то считается, что произошла ошибка (она обозначается 'х').

Получено сообщение 11000 11101 10001 11111. Декодируйте это сообщение.

Вариант 3

Задание 1. От разведчика была получена следующая зашифрованная радиogramма, переданная с использованием азбуки Морзе.

-.-----.....-

При передаче радиogramмы было потеряно разбиение на буквы, но известно, что использовались только следующие буквы.

| | | | | |
|---|----|-----|------|-------|
| Е | Н | О | З | Щ |
| · | -· | --- | ---· | ---·- |

Определите текст радиogramмы. В ответе укажите буквы, которые встречаются в тексте радиogramмы более одного раза.

Задание 2. Вася и Петя играли в шпионов и кодировали сообщение собственным шифром. Фрагмент кодовой таблицы приведён ниже.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-------|---|---|
| К | Л | М | Н | О | П |
| @ + | ~ + | + @ | @ ~ + | + | ~ |

Расшифруйте сообщение. Получившееся слово (набор букв) запишите в качестве ответа.

+ ~ + ~ + @ @ ~ +

Задание 3. По каналу связи передаются зашифрованные сообщения, содержащие только шесть букв: А, Б, В, Г, Д, Е. Для передачи используется неравномерный двоичный код. Для букв А, Б, В и Г используются кодовые слова 000, 010, 100, 1110 соответственно. Укажите

минимальную сумму длин кодовых слов для букв Д и Е, при котором код будет удовлетворять условию Фано.

Задание 4. Для передачи данных по каналу связи используется 5-битовый код. Сообщение содержит только буквы А, Б и В, которые кодируются следующими кодовыми словами: А – 11010, Б – 10111, В – 01101.

При передаче возможны помехи. Однако некоторые ошибки можно попытаться исправить. Любые два из этих трёх кодовых слов отличаются друг от друга не менее чем в трёх позициях. Поэтому если при передаче слова произошла ошибка не более чем в одной позиции, то можно сделать обоснованное предположение о том, какая буква передавалась. (Говорят, что «код исправляет одну ошибку».) Например, если получено кодовое слово 10101, считается, что передавалась буква Б. (Отличие от кодового слова для Б только в одной позиции, для остальных кодовых слов отличий больше.) Если принятое кодовое слово отличается от кодовых слов для букв А, Б, В более чем в одной позиции, то считается, что произошла ошибка (она обозначается ‘х’).

Получено сообщение 11000 11101 10011 11111. Декодируйте это сообщение.

Вариант 4

Задание 1. От разведчика была получена следующая зашифрованная радиোগрамма, переданная с использованием азбуки Морзе.

•••••–•••••–•••••–

При передаче радиোগраммы было потеряно разбиение на буквы, но известно, что в радиোগрамме использовались только следующие буквы.

| | | | | |
|---|----|-----|------|------|
| Т | А | У | Ж | Х |
| – | •– | ••– | •••– | •••• |

Определите текст радиোগраммы. В ответе запишите получившееся слово (набор букв).

Задание 2. Сообщение было зашифровано кодом. Использовались только буквы, приведённые в таблице.

| | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| А | Б | В | Г | Д | Е |
| ..0.. | .0..0 | .00.0 | .0000 | ...0. | .0.00 |

Определите, какие буквы в сообщении повторяются более одного раза, и запишите их в ответе.

...0..0.00...0..0000.0.00

Задание 3. По каналу связи передаются зашифрованные сообщения, содержащие только десять букв: А, Б, Е, И, К, Л, Р, С, Т, У; для передачи используется неравномерный двоичный код. Для девяти букв используются кодовые слова.

| Буква | Кодовое слово | Буква | Кодовое слово |
|-------|---------------|-------|---------------|
| А | 00 | Л | 1101 |
| Б | 1100 | Р | 1010 |
| Е | 010 | Т | 1011 |
| И | 011 | У | 100 |
| К | 1111 | | |

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы С, при котором код будет удовлетворять условию Фано. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Задание 4. Для передачи данных по каналу связи используется 5-битовый код. Сообщение содержит только буквы А, Б и В, которые кодируются следующими кодовыми словами: А – 11000, Б – 00010, В – 10101.

При передаче возможны помехи. Однако некоторые ошибки можно попытаться исправить. Любые два из этих трёх кодовых слов отличаются друг от друга не менее чем в трёх позициях.

ях. Поэтому если при передаче слова произошла ошибка не более чем в одной позиции, то можно сделать обоснованное предположение о том, какая буква передавалась. (Говорят, что «код исправляет одну ошибку».) Например, если получено кодовое слово 00000, считается, что передавалась буква Б. (Отличие от кодового слова для Б только в одной позиции, для остальных кодовых слов отличий больше.) Если принятое кодовое слово отличается от кодовых слов для букв А, Б, В более чем в одной позиции, то считается, что произошла ошибка (она обозначается 'х').

Получено сообщение 11110 10111 10010 10000. Декодируйте это сообщение.

Вариант 5

Задание 1. От разведчика была получена следующая зашифрованная радиোগрамма, переданная с использованием азбуки Морзе.

· - - - - · - - - - · - - - - · - - - - ·

При передаче радиোগраммы было потеряно разбиение на буквы, но известно, что в радиোগрамме использовались только следующие буквы.

| | | | | |
|----|----|-----|-----|----|
| М | Н | С | У | А |
| -- | -· | ··· | ··- | ·- |

Определите текст радиোগраммы. В ответе запишите получившееся слово (набор букв).

Задание 2. Сообщение было зашифровано кодом. Использовались только буквы, приведённые в таблице.

| | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| А | Б | В | Г | Д | Е |
| ..0.. | .0..0 | .00.0 | .0000 | ...0. | .0.00 |

Определите, какая(-ие) буква(-ы) в сообщении повторяется(-ются) более одного раза, и запишите её (их) в ответе.

·0..0.00.0.00.0...0..0.00

Задание 3. По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: А, Б, В, Г; для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, Б, В используются такие кодовые слова: А – 0; Б – 110; В – 101. Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Г, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наибольшим числовым значением.

Задание 4. Для передачи данных по каналу связи используется 5-битовый код. Сообщение содержит только буквы А, Б и В, которые кодируются следующими кодовыми словами: А – 11000, Б – 00010, В – 10101.

При передаче возможны помехи. Однако некоторые ошибки можно попытаться исправить. Любые два из этих трёх кодовых слов отличаются друг от друга не менее чем в трёх позициях. Поэтому если при передаче слова произошла ошибка не более чем в одной позиции, то можно сделать обоснованное предположение о том, какая буква передавалась. (Говорят, что «код исправляет одну ошибку».) Например, если получено кодовое слово 01010, считается, что передавалась буква Б. (Отличие от кодового слова для Б только в одной позиции, для остальных кодовых слов отличий больше.) Если принятое кодовое слово отличается от кодовых слов для букв А, Б, В более чем в одной позиции, то считается, что произошла ошибка (она обозначается 'х').

Получено сообщение 11100 10111 10010 10000. Декодируйте это сообщение.

Вариант 6

Задание 1. От разведчика была получена следующая зашифрованная радиোগрамма, переданная с использованием азбуки Морзе.

- · - - - - · - - - - · - - - - · - - - - ·

При передаче радиোগраммы было потеряно разбиение на буквы, но известно, что в радиোগрамме использовались только следующие буквы.

| | | | | |
|-----|-----|----|----|----|
| С | У | А | М | Н |
| ... | ..- | .- | -- | -. |

Определите текст радиogramмы. В ответе запишите получившееся слово (набор букв).

Задание 2. Мальчики играли в шпионов и закодировали сообщение придуманным шифром. В сообщении присутствуют только буквы из приведённого фрагмента кодовой таблицы.

| | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|----|----|-----|
| С | Т | У | Ф | Х | Ц | Ч |
| - | ++* | + - | +*+ | ** | -* | +** |

Расшифруйте сообщение. Получившееся слово (набор букв) запишите в качестве ответа.

-***++*++*+-

Задание 3. По каналу связи передаются шифрованные сообщения, содержащие только пять букв: А, Б, В, Г, Д. Для передачи используется неравномерный двоичный код. Для букв А, Б и В используются кодовые слова 101, 110, 1000 соответственно. Укажите минимальную сумму длин кодовых слов для букв Г и Д, при котором код будет удовлетворять условию Фано.

Задание 4. Для передачи данных по каналу связи используется 5-битовый код. Сообщение содержит только буквы А, Б и В, которые кодируются следующими кодовыми словами: А – 10001, Б – 01101, В – 10110.

При передаче возможны помехи. Однако некоторые ошибки можно попытаться исправить. Любые два из этих трёх кодовых слов отличаются друг от друга не менее чем в трёх позициях. Поэтому если при передаче слова произошла ошибка не более чем в одной позиции, то можно сделать обоснованное предположение о том, какая буква передавалась. (Говорят, что «код исправляет одну ошибку».) Например, если получено кодовое слово 01001, считается, что передавалась буква Б. (Отличие от кодового слова для Б только в одной позиции, для остальных кодовых слов отличий больше.) Если принятое кодовое слово отличается от кодовых слов для букв А, Б, В более чем в одной позиции, то считается, что произошла ошибка (она обозначается 'х').

Получено сообщение 00110 11101 11111 11001. Декодируйте это сообщение.

Вариант 7

Задание 1. От разведчика была получена следующая шифрованная радиogramма, переданная с использованием азбуки Морзе.

-. - - . . . - -

При передаче радиogramмы было потеряно разбиение на буквы, но известно, что использовались только следующие буквы.

| | | | | |
|---|----|-----|------|------|
| Т | А | У | Ж | Х |
| - | .- | ..- | ...- | |

Определите текст радиogramмы. В ответе запишите получившееся слово (набор букв).

Задание 2. Мальчики играли в шпионов и закодировали сообщение придуманным шифром. Кодовая таблица приведена ниже.

| | | | | | | |
|-------|-----|-----|-------|---|-------|-----|
| К | Л | М | Н | О | П | Р |
| + - + | - * | * + | - + + | * | - - + | - - |

Расшифруйте сообщение. Получившееся слово (набор букв) запишите в ответе.

* + - + + - + + - - - *

Задание 3. По каналу связи передаются шифрованные сообщения, содержащие только шесть букв: А, Б, В, Г, Д, Е. Для передачи используется неравномерный двоичный код. Для букв А, Б, В и Г используются кодовые слова 0, 11, 1000, 1011 соответственно. Укажите ми-

вых слов для букв А, Б, В более чем в одной позиции, то считается, что произошла ошибка (она обозначается 'х').

Получено сообщение 00111 11110 11000 10111. Декодируйте это сообщение.

Вариант 9

Задание 1. От разведчика была получена следующая зашифрованная радиogramма, переданная с использованием азбуки Морзе.

.....-.....-

При передаче радиogramмы было потеряно разбиение на буквы, но известно, что использовались только следующие буквы.

| | | | | |
|---|----|-----|------|------|
| Т | А | У | Ж | Х |
| - | ·- | ··- | ···- | ···· |

Определите текст радиogramмы. В ответе укажите буквы, которые встречаются в тексте радиogramмы более одного раза.

Задание 2. Мальчики играли в шпионов и закодировали сообщение придуманным шифром. В сообщении присутствуют только буквы из приведённого фрагмента кодовой таблицы.

| | | | | | | |
|-------|-----|-----|------|---|-------|-----|
| К | Л | М | Н | О | П | Р |
| + 0 + | 0 ~ | ~ + | 0 ++ | ~ | 0 0 + | 0 0 |

Расшифруйте сообщение. Получившееся слово (набор букв) запишите в качестве ответа.

~ + 0 ++ 0 ++ 0 0 0 ~

Задание 3. По каналу связи передаются зашифрованные сообщения, содержащие только десять букв: А, Б, Е, И, К, Л, Р, С, Т, У; для передачи используется неравномерный двоичный код. Для девяти букв используются кодовые слова.

| Буква | Кодовое слово | Буква | Кодовое слово |
|-------|---------------|-------|---------------|
| А | 00 | Л | 1001 |
| Б | 1000 | Р | 1110 |
| Е | 010 | С | 1010 |
| И | 011 | Т | 1111 |
| К | 1011 | | |

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы У, при котором код будет удовлетворять условию Фано. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Задание 4. Для передачи данных по каналу связи используется 5-битовый код. Сообщение содержит только буквы А, Б и В, которые кодируются следующими кодовыми словами: А – 11011; Б – 01110; В – 10000.

При передаче возможны помехи. Однако некоторые ошибки можно попытаться исправить. Любые два из этих трёх кодовых слов отличаются друг от друга не менее чем в трёх позициях. Поэтому если при передаче слова произошла ошибка не более чем в одной позиции, то можно сделать обоснованное предположение о том, какая буква передавалась. (Говорят, что «код исправляет одну ошибку».) Например, если получено кодовое слово 11110, считается, что передавалась буква Б. (Отличие от кодового слова для Б только в одной позиции, для остальных кодовых слов отличий больше.) Если принятое кодовое слово отличается от кодовых слов для букв А, Б, В более чем в одной позиции, то считается, что произошла ошибка, которую нельзя исправить. Такая ошибка обозначается 'х'.

Получено сообщение 10010 11010 00110 01011. Декодируйте это сообщение.

Контрольная работа 3. Системы счисления

Краткие теоретические сведения

Позиционными называются системы счисления, в которых значение каждой цифры в изображении числа определяется ее положением (позицией) в ряду других цифр.

Пусть p – основание системы счисления. Тогда любое число Z , удовлетворяющее условию $Z < p^k$ ($k \geq 0$, целое), может быть представлено в виде:

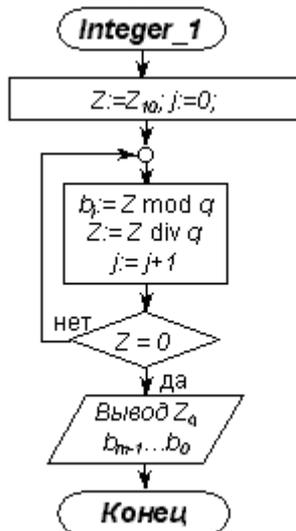
$$Z_p = a_{k-1} \cdot p^{k-1} + a_{k-2} \cdot p^{k-2} + \dots + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p^0 = \sum_{i=0}^{k-1} a_i \cdot p^i.$$

Из коэффициентов a_j при степенях основания строится сокращенная запись числа:

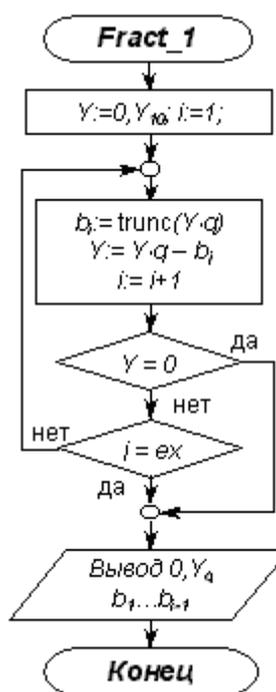
$$Z_p = (a_{k-1} a_{k-2} \dots a_1 a_0), \text{ где } 0 \leq a_i \leq p-1.$$

Значение целого числа, т.е. общее количество входящих в него единиц, не зависит от способа его представления и остается одинаковым во всех системах счисления; различаются только формы представления одного и того же количественного содержания числа.

Алгоритм перевода целых чисел из одной системы счисления в другую:



Алгоритм перевода дробных чисел из одной системы счисления в другую:



Перевод чисел между системами счисления с основаниями 2 – 8 – 16

| Представление чисел в системах счисления | | | | Представление чисел в системах счисления | | | |
|--|-------|----------|-----------|--|-------|----------|-----------|
| 10-ная | 2-ная | 8-ричная | 16-ричная | 10-ная | 2-ная | 8-ричная | 16-ричная |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 8 | 1000 | 10 | 8 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 9 | 1001 | 11 | 9 |
| 2 | 10 | 2 | 2 | 10 | 1010 | 12 | A |
| 3 | 11 | 3 | 3 | 11 | 1011 | 13 | B |
| 4 | 100 | 4 | 4 | 12 | 1100 | 14 | C |
| 5 | 101 | 5 | 5 | 13 | 1101 | 15 | D |
| 6 | 110 | 6 | 6 | 14 | 1110 | 16 | E |
| 7 | 111 | 7 | 7 | 15 | 1111 | 17 | F |

Для преобразования целого числа $Z_p \rightarrow Z_q$ в том случае, если системы счисления связаны соотношением $q = p^r$, где r - целое число большее 1, достаточно Z_p разбить **справа налево** на группы по r цифр и каждую из них независимо перевести в систему q .

Для преобразования целого числа $Z_p \rightarrow Z_q$ в том случае, если системы счисления связаны соотношением $p = q^r$, где r - целое число большее 1, достаточно каждую цифру Z_p заменить соответствующим r -разрядным числом в системе счисления q , дополняя его при необходимости незначащими нулями **слева** до группы в r цифр.

Арифметические операции в позиционных системах счисления

Арифметические операции в позиционных системах счисления с основанием q выполняются по правилам, аналогичным правилам, действующим в десятичной системе счисления.

Сложение в системах счисления с основанием q .

$$\begin{array}{r} + A_q \\ + B_q \\ \hline S_q \end{array}$$

Чтобы в системе счисления с основанием q получить сумму S двух чисел A и B , надо просуммировать образующие их цифры по разрядам i справа налево:

1. если $a_i + b_i < q$, то $s_i = a_i + b_i$, старший $(i + 1)$ -й разряд не изменяется;
2. если $a_i + b_i \geq q$, то $s_i = a_i + b_i - q$, старший $(i + 1)$ -й разряд увеличивается на 1.

Можно составить **таблицы сложения**:

| | | Восьмеричная система счисления | | | | | | | |
|---|---|--------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| + | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 |
| 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 5 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 6 | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 7 | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |

| Двоичная система счисления | | |
|----------------------------|---|----|
| + | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 10 |

Примеры:

$$\begin{array}{r} + \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \\ \hline 100000_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \overset{1}{1} \overset{1}{2} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{0} \overset{1}{1} \overset{1}{0} \overset{1}{1} \overset{1}{3} \\ \hline 122100_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \overset{1}{1} \overset{1}{2} \overset{1}{3} \overset{1}{4} \overset{1}{5} \overset{1}{6} \overset{1}{8} \\ \hline 124712_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \overset{1}{D} \overset{1}{2} \overset{1}{1} \overset{1}{B} \overset{1}{1}_{16} \\ \hline DECAF_{16} \end{array}$$

Вычитание в системах счисления с основанием q .

$$\begin{array}{r} - A_q \\ - B_q \\ \hline R_q \end{array}$$

Чтобы в системе счисления с основанием q получить разность R двух чисел A и B , надо вычислить разности образующих их цифр по разрядам i справа налево:

1. если $a_i \geq b_i$, то $r_i = a_i - b_i$, старший $(i + 1)$ -й разряд не изменяется;
2. если $a_i < b_i$, то $r_i = q + a_i - b_i$, старший $(i + 1)$ -й разряд уменьшается на 1.

Примеры:

$$\begin{array}{r} \overset{\cdot}{2} \overset{\cdot}{2} \overset{\cdot}{2} \\ - 1000_2 \\ \quad 1_2 \\ \hline 111_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{\cdot}{1} \overset{\cdot}{0} \overset{\cdot}{1} \overset{\cdot}{1} \overset{\cdot}{0} \overset{\cdot}{1} \overset{\cdot}{3} \\ - 10210_3 \\ \quad 20121_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{\cdot}{6} \overset{\cdot}{5} \overset{\cdot}{4} \overset{\cdot}{3} \overset{\cdot}{2} \overset{\cdot}{1} \overset{\cdot}{8} \\ - 563412_8 \\ \quad 70707_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{\cdot}{D} \overset{\cdot}{E} \overset{\cdot}{C} \overset{\cdot}{A} \overset{\cdot}{F}_{16} \\ - \text{CAFE}_{16} \\ \quad \text{D21B}_{16} \end{array}$$

Умножение чисел в системе счисления с основанием q .

Построим таблицы умножения в двоичной, троичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления:

| Двоичная система счисления | | | Троичная система счисления | | | | Восьмеричная система счисления | | | | | | | | |
|----------------------------|---|---|----------------------------|---|---|----|--------------------------------|---|---|----|----|----|----|----|----|
| x | 0 | 1 | x | 0 | 1 | 2 | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| | | | 2 | 0 | 2 | 11 | 2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| | | | | | | | 3 | 0 | 3 | 6 | 11 | 14 | 17 | 22 | 25 |
| | | | | | | | 4 | 0 | 4 | 10 | 14 | 20 | 24 | 30 | 34 |
| | | | | | | | 5 | 0 | 5 | 12 | 17 | 24 | 31 | 36 | 43 |
| | | | | | | | 6 | 0 | 6 | 14 | 22 | 30 | 36 | 44 | 52 |
| | | | | | | | 7 | 0 | 7 | 16 | 25 | 34 | 43 | 52 | 61 |

| Шестнадцатеричная система счисления | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
| 2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | A | C | E | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 1A | 1C | 1E |
| 3 | 0 | 3 | 5 | 6 | C | F | 12 | 15 | 18 | 1B | 1E | 21 | 24 | 27 | 2A | 2D |
| 4 | 0 | 4 | 8 | C | 10 | 14 | 18 | 1C | 20 | 24 | 28 | 2C | 30 | 34 | 38 | 3C |
| 5 | 0 | 5 | A | F | 14 | 19 | 1E | 23 | 28 | 2D | 32 | 37 | 3C | 41 | 46 | 4B |
| 6 | 0 | 6 | C | 12 | 18 | 1E | 24 | 2A | 30 | 36 | 3C | 42 | 48 | 4E | 54 | 5A |
| 7 | 0 | 7 | E | 15 | 1C | 23 | 2A | 31 | 38 | 3F | 46 | 4D | 54 | 5B | 62 | 69 |
| 8 | 0 | 8 | 10 | 18 | 20 | 28 | 30 | 38 | 40 | 48 | 50 | 58 | 60 | 68 | 70 | 78 |
| 9 | 0 | 9 | 12 | 1B | 24 | 2D | 36 | 3F | 48 | 51 | 5A | 63 | 6C | 75 | 7E | 87 |
| A | 0 | A | 14 | 1E | 28 | 32 | 3C | 46 | 50 | 5A | 64 | 6E | 78 | 82 | 8C | 96 |
| B | 0 | B | 16 | 21 | 2C | 37 | 42 | 4D | 58 | 63 | 6E | 79 | 84 | 8F | 9A | A5 |
| C | 0 | C | 18 | 24 | 30 | 3C | 48 | 54 | 60 | 6C | 78 | 84 | 90 | 9C | A8 | B4 |
| D | 0 | D | 1A | 27 | 34 | 41 | 4E | 5B | 68 | 75 | 82 | 8F | 9C | A9 | B6 | D2 |
| E | 0 | E | 1C | 2A | 38 | 46 | 54 | 62 | 70 | 7E | 8C | 9A | A8 | B6 | C4 | D2 |
| F | 0 | F | 1E | 2D | 3C | 4B | 5A | 69 | 78 | 87 | 96 | A5 | B4 | D2 | D2 | E1 |

Алгоритм умножения точно такой же, как и в десятичной системе.

$$\begin{array}{r} A_q \\ \times B_q \\ \hline M_q \end{array}$$

Чтобы в системе счисления q получить произведение M многозначного числа A и однозначного числа b , надо вычислить произведения b и цифр числа A по разрядам i :

- если $a_i \cdot b < q$, то $m_i = a_i \cdot b$, старший $(i + 1)$ -й разряд не изменяется;
- если $a_i \cdot b \geq q$, то $m_i = a_i \cdot b \bmod q$, старший $(i + 1)$ -й разряд увеличивается на $a_i \cdot b \div q$.

Примеры:

$$\begin{array}{r} \overset{\cdot}{1} \overset{\cdot}{1} \overset{\cdot}{1} \\ \times 1212_3 \\ \quad 2_3 \\ \hline 10201_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{\cdot}{2} \overset{\cdot}{1} \\ \times 1032_8 \\ \quad 7_8 \\ \hline 7266_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{\cdot}{2} \overset{\cdot}{1} \\ \times 1234_{16} \\ \quad A_{16} \\ \hline B608_{16} \end{array}$$

Деление чисел в системе счисления с основанием q .

Деление нельзя свести к поразрядным операциям над цифрами, составляющими число. Деление чисел в системе счисления с произвольным основанием q выполняется так же, как и в десятичной системе счисления. А значит, нам понадобятся правила умножения и вычитания чисел в системе счисления с основанием q .

Разберем деление в двоичной системе:

$$\begin{array}{r}
 10101_2 \mid 111_2 \\
 - 111_2 \quad \boxed{11} \\
 \hline
 111_2 \\
 - 111_2 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Попробуем теперь поделить в восьмеричной системе счисления:

$$\begin{array}{r}
 23363 \mid 73 \\
 \underline{166} \quad 251 \\
 -456 \\
 \underline{447} \\
 -73 \\
 \underline{73} \\
 0
 \end{array}$$

В числе 233_8 поместится $2 \cdot 73_8 = 166_8$

В числе 456_8 поместится $5 \cdot 73_8 = 447_8$

В числе 73_8 поместится $1 \cdot 73_8 = 73_8$

Вариант 0

Задание 1. Переведите в двоичную, троичную, пятеричную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления следующее десятичное число: 426.

Решение:

$$\begin{aligned}
 426_{10} &= 256 + 128 + 32 + 8 + 2 = 2^8 + 2^7 + 2^5 + 2^3 + 2^1 = 110101010_2 = 652_8 = 1AA_{16} = \\
 &= 1 \cdot 243 + 2 \cdot 81 + 2 \cdot 9 + 1 \cdot 3 = 1 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 = 120210_3 = \\
 &= 3 \cdot 125 + 2 \cdot 25 + 1 = 3 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^0 = 3201_5.
 \end{aligned}$$

Ответ: $426_{10} = 110101010_2 = 652_8 = 1AA_{16} = 120210_3 = 3201_5$.

Задание 2. Сколько существует целых чисел x , для которых выполняется неравенство $9B_{16} < x < 237_8$? В ответе укажите количество чисел, сами числа писать не нужно.

Решение:

Переведём числа в десятичную систему счисления: $9B_{16} = 155_{10}$, $237_8 = 159_{10}$. Заметим, что между числами 159 и 155 лежит 3 целых числа.

Ответ: 3.

Задание 3. Вычислите значение выражения $1D7_{16} - 1A6_{16}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

Решение:

Переведём числа в десятичную систему счисления: $1D7_{16} = 471_{10}$, $1A6_{16} = 422_{10}$. Найдём разность: $471 - 422 = 49$.

Ответ: 49.

Задание 4. Запись числа 338 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 2. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?

Решение:

Число 338 содержит три цифры. Следовательно, $N^2 < 338$, а $N^3 > 338$. Откуда получаем, что $7 \leq N \leq 18$. Последовательно проверяя основания систем счисления от большего

к меньшему, получаем, что наибольшее основание системы счисления, удовлетворяющее условию задачи, равно 16.

Ответ: 16.

Задание 5. Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения: $2^{4000} + 4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6$?

Решение:

Представим все операнды исходного выражения в виде степеней двойки. Исходное выражение $2^{4000} + 4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6$ примет вид: $2^{4000} + 2^{4032} + 2^{2018} - 2^{1800} + 2^2 + 2^1$.
Перепишем выражение в порядке убывания степеней: $2^{4032} + 2^{4000} + 2^{2018} - 2^{1800} + 2^2 + 2^1$.

Для работы с десятичными числами вида 2^n полезно иметь в виду следующие закономерности в их двоичной записи: $2^1 = 10 = 1 + 1$; $2^2 = 100 = 11 + 1$; $2^3 = 1000 = 111 + 1$; ...

В общем виде:

$$2^n = \underbrace{10\dots0}_n = \underbrace{1\dots1}_n + 1.$$

Для натуральных n и m таких, что $n > m$, получаем:

$$2^n + 2^m = \underbrace{10\dots0}_n + \underbrace{10\dots0}_m = \underbrace{10\dots0}_{n-m-1} \underbrace{10\dots0}_m,$$

$$2^n - 2^m = \underbrace{1\dots1}_n + 1 - (\underbrace{1\dots1}_m + 1) = \underbrace{1\dots1}_n - \underbrace{1\dots1}_m = \underbrace{1\dots1}_{n-m} \underbrace{0\dots0}_m.$$

Эти соотношения позволят подсчитать количество «1» в выражении без вычислений.

Двоичные представления чисел 2^{4032} и 2^{4000} внесут в двоичное представление суммы по одной «1». Разность $2^{2018} - 2^{1800}$ в двоичной записи представляет собой цепочку из 218 единиц и следующих за ними 1800 нулей. Слагаемые 2^2 и 2^1 дают ещё 2 единицы.

Так как в задаче надо найти единицы, то получаем: $1 + 1 + 218 + 1 + 1 = 222$.

Ответ: 222.

Задание 6. Значение арифметического выражения $9^{18} + 3^{54} - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

Представим все операнды исходного выражения в виде степеней тройки:

$$3^{36} + 3^{54} - 3^2 = (3^{54} + 3^{36}) - (3^2) = x - y, \text{ где:}$$

x – число в троичной системе счисления, в записи которого цифра «1» находится в 54 и 36 разрядах, а остальные цифры равны нулю;

y – число в троичной системе счисления, в записи которого цифра «1» находится во 2 разряде, а в 1 и 0 разрядах стоит цифра ноль.

Выполним вычитание в троичной системе счисления:

| | | | | | | | | | | | |
|--------|----|----|-----|-----|----|----|-----|-----|-------|---|-----|
| разряд | 54 | 53 | ... | 37 | 36 | 35 | ... | 3 | 2 | 1 | 0 |
| _ x | _ | 1 | 0 | ... | 0 | 1 | 0 | ... | 0 | 0 | 0 |
| _ y | | | | | | | | | 1 | 0 | 0 |
| | | | | | | | | | ----- | | |
| | | | | | | | | | 1 | 0 | ... |
| | | | | | | | | | 0 | 2 | ... |
| | | | | | | | | | 2 | 2 | 0 |
| | | | | | | | | | 0 | 0 | 0 |

В результате получаем число, в записи которого в троичной системе счисления цифры «2» находятся со 2 по 35 разряды. Всего этих цифр 34.

Ответ: 34.

Вариант 1

Задание 1. Переведите в двоичную, троичную, пятеричную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления следующие десятичные числа: 793, 388, 829, 446, 234.

Задание 2. Сколько существует натуральных чисел x , для которых выполнено неравенство $11011100_2 < x < EF_{16}$? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

Задание 3. Вычислите значение выражения $9C_{16} - 94_{16}$. В ответе запишите вычисленное значение в десятичной системе счисления.

Задание 4. Укажите основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 78 двузначна.

Задание 5. Сколько значащих нулей содержится в десятичной записи значения выражения: $100^{10} - 10^6 + 100$?

Задание 6. Значение арифметического выражения $9^{23} + 3^{69} - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Вариант 2

Задание 1. Переведите в двоичную, троичную, пятеричную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления следующие десятичные числа: 509, 666, 983, 862, 108.

Задание 2. Сколько существует натуральных чисел x , для которых выполнено неравенство $11011011_2 < x < FF_{16}$? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

Задание 3. Вычислите значение выражения $9E_{16} - 96_{16}$. В ответе запишите вычисленное значение в десятичной системе счисления.

Задание 4. Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 4 и 7 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

Задание 5. Сколько значащих нулей содержится в десятичной записи значения выражения: $100^{10} - 10^5 + 10$?

Задание 6. Значение арифметического выражения $9^{19} + 3^{57} - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Вариант 3

Задание 1. Переведите в двоичную, троичную, пятеричную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления следующие десятичные числа: 478, 870, 116, 242, 474.

Задание 2. Сколько существует натуральных чисел x , для которых выполнено неравенство $11001010_2 < x < CF_{16}$? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

Задание 3. Вычислите значение выражения $9E_{16} - 94_{16}$. В ответе запишите вычисленное значение в десятичной системе счисления.

Задание 4. Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись десятичного числа 63 двузначна.

Задание 5. Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения: $4^{2015} + 2^{2016} - 5$?

Задание 6. Значение арифметического выражения $9^7 + 3^{21} - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Вариант 4

Задание 1. Переведите в двоичную, троичную, пятеричную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления следующие десятичные числа: 66, 459, 566, 186, 895.

Задание 2. Сколько существует натуральных чисел x , для которых выполняется неравенство $27_{16} < x < CF_{16}$? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

Задание 3. Вычислите значение выражения $9E_{16} - 92_{16}$. В ответе запишите вычисленное значение в десятичной системе счисления.

Задание 4. Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись десятичного числа 30 имеет ровно три значащих разряда.

Задание 5. Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения: $4^{2013} + 2^{2012} - 16$?

Задание 6. Значение арифметического выражения $25^6 + 5^4 - 25$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» содержится в этой записи?

Вариант 5

Задание 1. Переведите в двоичную, троичную, пятеричную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления следующие десятичные числа: 624, 502, 401, 829, 215.

Задание 2. Сколько существует натуральных чисел x , для которых выполняется неравенство $A7_{16} < x < CF_{16}$? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

Задание 3. Вычислите значение выражения $6B_{16} - 65_{16}$. В ответе запишите вычисленное значение в десятичной системе счисления.

Задание 4. Укажите наибольшее основание системы счисления, в которой запись десятичного числа 15 имеет ровно три значащих разряда.

Задание 5. Значение арифметического выражения: $49^{14} + 7^{42} - 49$ – записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

Задание 6. Значение арифметического выражения: $9^{22} + 3^{66} - 9$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Вариант 6

Задание 1. Переведите в двоичную, троичную, пятеричную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления следующие десятичные числа: 108, 759, 54, 1003, 947.

Задание 2. Сколько существует натуральных чисел x , для которых выполняется неравенство $10110111_2 < x < 10111111_2$? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

Задание 3. Вычислите значение выражения $7E_{16} - 7A_{16}$. В ответе запишите вычисленное значение в десятичной системе счисления.

Задание 4. Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 6 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

Задание 5. Значение арифметического выражения: $49^{10} + 7^{30} - 49$ – записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

Задание 6. Значение арифметического выражения $9^8 + 3^5 - 27$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Вариант 7

Задание 1. Переведите в двоичную, троичную, пятеричную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления следующие десятичные числа: 969, 289, 763, 445, 346.

Задание 2. Сколько существует натуральных чисел x , для которых выполнено неравенство $10101100_2 < x < BF_{16}$? В ответе укажите только количество чисел, сами числа писать не нужно.

Задание 3. Вычислите значение выражения $9E_{16} - 99_{16}$. В ответе запишите вычисленное значение в десятичной системе счисления.

Задание 4. Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 5 и 7 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

Задание 5. Значение арифметического выражения: $49^8 + 7^{24} - 49$ – записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

Задание 6. Значение арифметического выражения $9^{12} + 3^8 - 3$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Вариант 8

Задание 1. Переведите в двоичную, троичную, пятеричную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления следующие десятичные числа: 798, 312, 704, 354, 129.

Задание 2. Сколько существует натуральных чисел x , для которых выполнено неравенство $10111010_2 < x < DF_{16}$?

Задание 3. Вычислите значение выражения $8F_{16} - 8B_{16}$. В ответе запишите вычисленное значение в десятичной системе счисления.

Задание 4. Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 3 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

Задание 5. Значение арифметического выражения: $49^{12} + 7^{36} - 49$ – записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

Задание 6. Значение арифметического выражения $9^{12} + 3^7 - 3$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Вариант 9

Задание 1. Переведите в двоичную, троичную, пятеричную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления следующие десятичные числа: 757, 994, 806, 176, 23.

Задание 2. Сколько существует натуральных чисел x , для которых выполнено неравенство $10101011_2 < x < AF_{16}$?

Задание 3. Вычислите значение выражения $DE_{16} - AA_{16}$. В ответе запишите вычисленное значение в десятичной системе счисления.

Задание 4. Укажите наибольшее основание системы счисления, в которой запись десятичного числа 29 имеет ровно три значащих разряда.

Задание 5. Значение арифметического выражения: $9^{26} + 3^{78} - 9$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Задание 6. Значение арифметического выражения: $49^{10} + 7^{30} - 7$ – записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

Вариант 10

Задание 1. Переведите в двоичную, троичную, пятеричную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления следующие десятичные числа: 130, 400, 513, 70, 452.

Задание 2. Сколько существует натуральных чисел x , для которых выполняется неравенство $47_{16} < x < 7F_{16}$?

Задание 3. Вычислите значение выражения $FC_{16} - AB_{16}$. В ответе запишите вычисленное значение в десятичной системе счисления.

Задание 4. Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 7 и 4 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

Задание 5. Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения $4^{12} + 2^{32} - 16$?

Задание 6. Значение арифметического выражения: $125 + 25^3 + 5^9$ – записали в системе счисления с основанием 5. Сколько значащих нулей содержит эта запись?

Контрольная работа 4. Логические основы ЭВМ

Краткие теоретические сведения

Математическая логика имеет непосредственную связь с теорией проектирования ЭВМ. С помощью логических функций и законов математической логики может быть описано поведение различных компонентов ЭВМ. Кроме того, современные языки программирования немыслимы без встроенных в них логических функций.

При записи тех или иных логических выражений используется специальный язык, который принят в математической логике. Ее основоположником является великий немецкий математик Готфрид Вильгельм Лейбниц. Ирландский математик Джордж Буль продолжил создание математической логики, которая оперирует не числами, а высказываниями. **Высказывание** - это любое утверждение, относительно которого можно сказать: истинно оно или ложно.

Так, например, предложение “7 - нечетное число” следует считать высказыванием, так как оно истинное. Предложение “Июль - зимний месяц” тоже высказывание, так как оно ложное.

Разумеется, не всякое предложение является логическим высказыванием. Высказываниями не являются, например, предложения “ученик десятого класса” и “информатика - интересный предмет”. Первое предложение ничего не утверждает об ученике, а второе использует слишком неопределённое понятие “интересный предмет”. Вопросительные и восклицательные предложения также не являются высказываниями, поскольку говорить об их истинности или ложности не имеет смысла.

Предложения типа “в городе А более миллиона жителей”, “у него голубые глаза” не являются высказываниями, так как для выяснения их истинности или ложности нужны дополнительные сведения: о каком конкретно городе или человеке идет речь. Такие предложения называются высказывательными формами.

Высказывательная форма - это повествовательное предложение, которое прямо или косвенно содержит хотя бы одну переменную и становится высказыванием, когда все переменные замещаются своими значениями.

Употребляемые в обычной речи связки: “не”, “и”, “или”, “если... , то”, “тогда и только тогда” и другие позволяют из уже заданных высказываний строить новые. Такие слова и словосочетания называются **логическими связками**.

Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются **составными**. Высказывания, не являющиеся составными, называются **элементарными**.

Элементарные высказывания соответствуют алгебраическим переменным, составные – функциям.

Так, например, из элементарных высказываний “Иванов - сыщик”, “Иванов - скрипач” при помощи связки “и” можно получить составное высказывание “Иванов - сыщик и скрипач”, понимаемое как “Иванов - сыщик, хорошо играющий на скрипке”.

При помощи связки “или” из этих же высказываний можно получить составное высказывание “Иванов - сыщик или скрипач”, понимаемое в алгебре логики как “Иванов или сыщик, или скрипач, или и сыщик и скрипач одновременно”.

Истинность или ложность получаемых таким образом составных высказываний зависит от истинности или ложности элементарных высказываний.

К основным логическим операциям относят операцию **НЕ** (отрицание, инверсия – NOT), операцию **И** (логическое умножение, конъюнкция – AND), операцию **ИЛИ** (логическое сложение, дизъюнкция – OR).

В математической логике определяется специальная алгебра – **алгебра логики**, содержащая операции конъюнкции, дизъюнкции и отрицания, которые позволят производить тождественные преобразования логических выражений.

В отличие от обычной алгебры, изучающей математические функции, алгебра логики изучает логические функции. Известно, что функция – это закон соответствия между переменными. Следовательно, **логическая функция** – это закон соответствия между логическими переменными. Логическая переменная – это такая переменная, которая может принимать одно из двух возможных значений: 0 («ложь») и 1 («истина»). Логическая функция может также принимать два значения. Из этого следует, что логические переменные и функции определены на множестве двух значений – $\{0,1\}$.

Совокупность логических переменных x_1, \dots, x_n называется **набором переменных**.

Логической функцией (функцией алгебры логики) от набора логических переменных $F(x_1, \dots, x_n)$ называется функция, которая может принимать только два значения: истина или ложь (1 или 0).

Логические функции характеризуются (**задаются**) так называемыми **таблицами истинности**, или **соответствия**. Таблица истинности представляет собой таблицу, устанавливающую соответствие между возможными значениями наборов переменных и значениями функции. **Сложные логические функции**, как правило, выражаются через простые. Простые логические функции, зависящие от одной или двух логических переменных, называются **элементарными**. Ниже приведены таблицы истинности **базовых логических операций**.

Таблицы истинности базисных логических операций

Отрицание

| a | $\neg a$ |
|---|----------|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Конъюнкция

| a | b | $a \wedge b$ |
|---|---|--------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Дизъюнкция

| a | b | $a \vee b$ |
|---|---|------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Законы алгебры логики

В алгебре логики выполняются следующие основные законы, позволяющие производить тождественные преобразования логических выражений:

| | | |
|---------------------|--|--|
| рефлексивности | $a \vee a = a$ | $a \wedge a = a$ |
| коммутативности | $a \vee b = b \vee a$ | $a \wedge b = b \wedge a$ |
| ассоциативности | $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$ | $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$ |
| дистрибутивности | $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ | $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ |
| де Моргана | $\neg (a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$ | $\neg (a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$ |
| поглощения | $a \vee (a \wedge b) = a$ | $a \wedge (a \vee b) = a$ |
| отрицания отрицания | $\neg (\neg a) = a$ | |

Другие полезные соотношения:

| | | |
|------------------------------|-------------|--|
| $A \rightarrow B$ | равносильно | $\neg A \vee B$ |
| $A \rightarrow (B \vee C)$ | равносильно | $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$ |
| $A \rightarrow (B \wedge C)$ | равносильно | $(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$ |
| $A \equiv B$ | равносильно | $(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$ |
| $A \equiv B$ | равносильно | $(\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$ |
| $A \equiv B$ | равносильно | $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ |
| $\neg(A \equiv B)$ | равносильно | $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$ |
| $\neg(A \equiv B)$ | равносильно | $(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$ |

Равносильные преобразования логических формул имеют то же назначение, что и преобразования формул в обычной алгебре. Они служат для упрощения формул или приведения их к определённому виду путем использования основных законов алгебры логики.

Под **упрощением формулы**, не содержащей операций импликации и эквиваленции, понимают равносильное преобразование, приводящее к формуле, которая либо содержит по сравнению с исходной меньшее число операций конъюнкции и дизъюнкции и не содержит отрицаний неэлементарных формул, либо содержит меньшее число вхождений переменных.

ЭВМ строятся из компонентов с двумя устойчивыми состояниями. Одно состояние обозначается **нулем**, другое – **единицей**. На такие компоненты воздействуют двоичные сигналы. Под воздействием сигналов компоненты изменяют свои состояния, т.е. состояние компонентов или значения их выходных сигналов зависят от значений воздействующих сигналов. Очевидно, что функционирование компонентов ЭВМ следует описывать логическими функциями. По этой причине алгебра логики находит непосредственное и широкое применение при разработке и использовании средств электронной вычислительной техники.

Математический аппарат алгебры логики очень удобен для описания функционирования аппаратных средств компьютера, поскольку основной системой счисления в компьютере является двоичная, в которой используются цифры 1 и 0, а значений логических переменных тоже два: “1” и “0”.

Из этого следует два вывода:

1. Одни и те же устройства компьютера могут применяться для обработки и хранения как числовой информации, представленной в двоичной системе счисления, так и логических переменных.

2. На этапе конструирования аппаратных средств алгебра логики позволяет значительно упростить логические функции, описывающие функционирование схем компьютера, и, следовательно, уменьшить число элементарных логических элементов, из десятков тысяч которых состоят основные узлы компьютера.

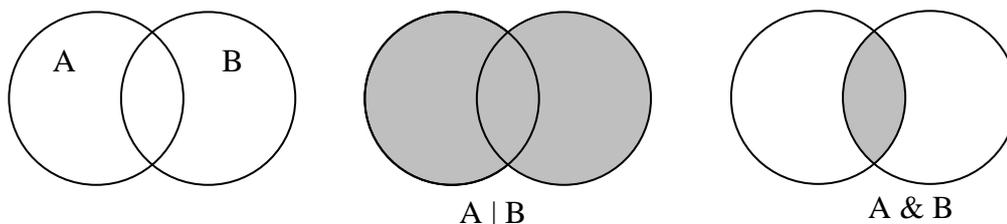
Поисковые запросы в сети Интернет

В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&».

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Пусть A – множество страниц, на которых встречается слово A , а B – множество страниц, на которых встречается слово B ; тогда:

- запрос $A \& B$ соответствует пересечению множеств $A \cap B$;
- запрос $A|B$ соответствует объединению множеств $A \cup B$;

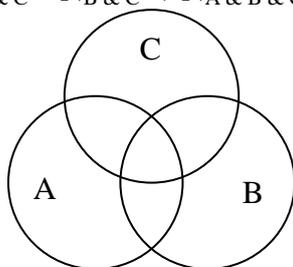


Для двух областей A и B справедлива **формула включений и исключений**:

$$N_{A|B} = N_A + N_B - N_{A \& B}.$$

Формула включений и исключений для трёх областей A , B и C :

$$N_{A|B|C} = N_A + N_B + N_C - N_{A \& B} - N_{A \& C} - N_{B \& C} + N_{A \& B \& C}.$$



Вариант 0

Задание 1. Логическая функция F задаётся выражением $(w \rightarrow y) \wedge (\neg y \equiv x) \wedge (x \vee z)$. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

| | | | | |
|---|---|---|---|----------|
| ? | ? | ? | ? | F |
| | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | | | 1 |
| | | | 1 | 1 |

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

| Переменная 1 | Переменная 1 | Функция |
|--------------|--------------|---------|
| ??? | ??? | F |
| 0 | 1 | 0 |

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение:

Способ 1:

Заметим, что чтобы выражение было истинным, достаточно, если выражения во всех скобках будут истинными.

Рассмотрим первую строку таблицы истинности. Для того чтобы первая скобка была истинной, переменная y должна быть равна единице. Тогда скобка $(\neg y \equiv x)$ будет принимать значение 1 только при $x = 0$. Значит, переменной x соответствует первый столбец таблицы истинности.

Рассмотрим вторую строку таблицы истинности. Переменная $x = 1$, тогда скобка $(\neg y \equiv x)$ будет принимать значение истинности только при $y = 0$. Чтобы скобка $(w \rightarrow y)$ принимала значение 1, w не должна равняться 1. Значит, переменной z соответствует второй столбец таблицы.

Рассмотрим третью строку таблицы истинности. Предположим, что третьему столбцу таблицы истинности соответствует переменная y , тогда вне зависимости от того, какие зна-

чения будут стоять в остальных столбцах третьей строки (при условии, что она не совпадает с первой), выражение всегда будет ложным. Следовательно, третьему столбцу соответствует переменная w , а четвёртому — переменная y .

Способ 2:

Составим таблицу истинности для выражения $(w \rightarrow y) \wedge (\neg y \equiv x) \wedge (x \vee z)$ и выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 0. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(0, 1, 1, 0),
 (0, 1, 1, 1),
 (1, 0, 0, 0),
 (1, 0, 1, 0).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Первая строка таблицы (как минимум три единицы) может соответствовать только набору (0, 1, 1, 1), следовательно, первый столбец таблицы соответствует переменной x , и в первом столбце первой строки стоит 0.

Рассмотрим вторую строку таблицы. В ней $x=1$, и еще как минимум одна переменная принимает единичное значение. Следовательно, эта строка может соответствовать только набору (1, 0, 1, 0). Тогда второй столбец таблицы соответствует переменной z .

В третьей строке таблицы единичное значение принимает одна из переменных y или w , следовательно, эта строка может соответствовать только набору (0, 1, 1, 0). Тогда четвертый столбец — это переменная y , а третий — переменная w .

Ответ: $xzwy$.

Задание 2. В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» — символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

| Запрос | Найдено страниц (в тысячах) |
|---------------------------|--------------------------------|
| рояль клавиатура мышь | 723 |
| рояль & клавиатура & мышь | 1 |
| рояль & мышь | 1 |
| рояль | 111 |
| клавиатура | 343 |
| клавиатура & мышь | 95 |
| клавиатура & рояль | 43 |

Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу **мышь**?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Решение:

Представим таблицу в виде кругов Эйлера. Пусть рояль — круг 1, клавиатура — круг 2, мышь — круг 3. Тогда задача — найти количество элементов N в областях 3, 5, 6, 7: $N_3 + N_5 + N_6 + N_7$.

По таблице известно:

$$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6 + N_7 = 723 \quad (1)$$

$$N_5 = 1$$

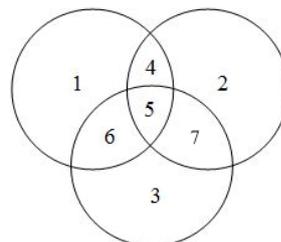
$$N_5 + N_6 = 1 \quad (2)$$

$$N_1 + N_4 + N_5 + N_6 = 111 \quad (3)$$

$$N_2 + N_4 + N_5 + N_7 = 343 \quad (4)$$

$$N_5 + N_7 = 95 \quad (5)$$

$$N_4 + N_5 = 43 \quad (6)$$



Подставим N_5 во второе уравнение и найдём N_6 : $N_6 = 1 - 1 = 0$. Теперь подставим N_5 в пятое уравнение и найдём N_7 : $N_7 = 95 - 1 = 94$. После этого подставим N_5 в шестое уравнение и найдём N_4 : $N_4 = 43 - 1 = 42$. Теперь подставим N_4 , N_5 и N_7 в четвёртое уравнение и найдём N_2 : $N_2 = 343 - 1 - 42 - 94 = 206$. Далее подставим N_4 , N_5 и N_6 в третье уравнение и найдём N_1 : $N_1 = 111 - 1 - 42 = 68$. Теперь подставим все найденные области в первое уравнение и найдём N_3 : $N_3 = 723 - 68 - 206 - 42 - 1 - 0 - 94 = 312$. Теперь можем найти количество элементов в областях 3, 5, 6, 7: $N_3 + N_5 + N_6 + N_7 = 312 + 1 + 0 + 94 = 407$.
 Ответ: 407.

Задание 3. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [25; 50]$ и $Q = [32; 47]$. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A , для которого формула

$$(\neg(x \in A) \rightarrow (x \in P)) \rightarrow ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Решение:

Преобразуем данное выражение:

$$\begin{aligned} & (\neg(x \in A) \rightarrow (x \in P)) \rightarrow ((x \in A) \rightarrow (x \in Q)) = ((x \in A) \vee (x \in P)) \rightarrow ((x \notin A) \vee (x \in Q)) = \\ & = \neg((x \in A) \vee (x \in P)) \vee ((x \notin A) \vee (x \in Q)) = (x \notin A) \wedge (x \notin P) \vee (x \notin A) \vee (x \in Q) = \\ & = (x \notin A) \vee (x \in Q) \end{aligned}$$

Таким образом, либо x должен принадлежать Q , либо не принадлежать A . Это значит, что для достижения истинности для всех x , необходимо, чтобы A полностью содержался в Q . Тогда максимум, каким он сможет стать, это всем Q , то есть длиной 15.

Ответ: 15.

Задание 4. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 25 \neq 0 \rightarrow (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Решение:

Перепишем логическое выражение в других обозначениях и упростим его с использованием законов алгебры логики:

$$\begin{aligned} & \neg Z_{25} \rightarrow (Z_{17} \rightarrow \neg Z_A) = Z_{25} \vee \neg Z_{17} \vee \neg Z_A = Z_{25} \vee \neg (Z_{17} \wedge Z_A) = (Z_{17} \wedge Z_A) \rightarrow Z_{25} = \\ & = Z_{(17 \vee A)} \rightarrow Z_{25}. \end{aligned}$$

Запишем число 25 в двоичной системе счисления: $25_{10} = 11001_2$. Единичные биты, стоящие в правой части, должны являться единичными битами левой. Поскольку $17_{10} = 10001_2$, двоичная запись искомого числа A должна содержать единичный бит в третьем разряде (как обычно, считая справа налево, начиная с нуля). Тем самым, наименьшее $A = 1000_2 = 8_{10}$.

Ответ: 8.

Задание 5. Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

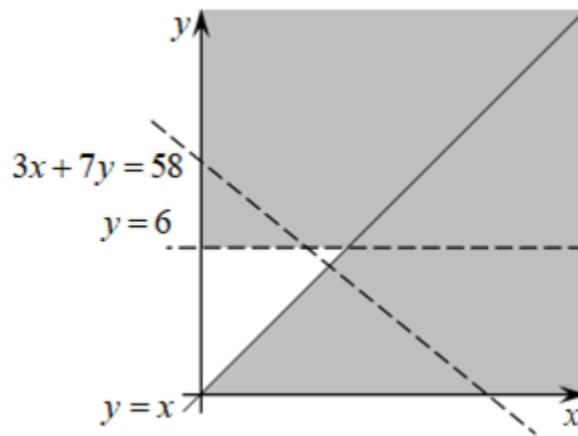
$$(3x + 7y < A) \vee (x \geq y) \vee (y > 6)$$

тождественно истинно, т. е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Решение:

Способ 1:

Решим задачу графически. Условия $(x \geq y)$ и $(y > 6)$ задают множество, отмеченное на рисунке закрашенной областью. Чтобы исходное выражение было тождественно истинно для любых целых и неотрицательных x и y , прямая $3x + 7y = A$ должна проходить через точку $(6; 6)$, но, поскольку неравенство $(x \geq y)$ нестрогое, прямая может проходить ниже точки $(6; 6)$ и выше точки $(5; 6)$. Таким образом, наименьшее целое неотрицательное A , удовлетворяющее условию задачи — это A равное 58.



Способ 2:

Приведем аналитическое решение. Если истинно одно из выражений $(x \geq y)$ или $(y > 6)$, то выражение $(3x + 7y < A) \vee (x \geq y) \vee (y > 6)$ истинно независимо от значения A .

Если же оба выражения $(x \geq y)$ и $(y > 6)$ ложны, то есть при выполнении условий $(x < y)$ и $(y \leq 6)$, выражение $3x + 7y < A$ должно быть истинным.

Найдем максимально возможное значение выражения $3x + 7y$ при выполнении условий $(x < y)$ и $(y \leq 6)$.

Заметим, что для целых чисел неравенство $(x < y)$ равносильно неравенству $(x \leq y-1)$. Тогда $3x+7y \leq 3(y-1) + 7y = 10y - 3 \leq 60 - 3 = 57$.

Таким образом, должно выполняться условие $57 < A$, откуда $A = 58$.

Ответ: 58.

Задание 6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \vee x_2) \wedge ((x_1 \wedge x_2) \rightarrow x_3) \wedge \neg(x_1 \wedge y_1) = 1$$

$$(x_2 \vee x_3) \wedge ((x_2 \wedge x_3) \rightarrow x_4) \wedge \neg(x_2 \wedge y_2) = 1$$

...

$$(x_5 \vee x_6) \wedge ((x_5 \wedge x_6) \rightarrow x_7) \wedge \neg(x_5 \wedge y_5) = 1$$

$$(x_6 \vee x_7) \wedge \neg(x_6 \wedge y_6) = 1$$

$$x_7 \wedge y_7 = 0$$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Решение:

Из последнего уравнения находим, что возможны варианты значений x_7 и y_7 : 10, 01, 00. Построим дерево вариантов для каждого из вариантов значений x_7 и y_7 . Для пары значений 00:

$$\begin{array}{ccccccc} x_7 y_7 & x_6 y_6 & x_5 y_5 & x_4 y_4 & & & x_1 y_1 \\ 00 & \rightarrow 10 & \rightarrow 0_1^0 & \rightarrow 10 & \rightarrow \dots & \rightarrow & 0_1^0 \end{array}$$

Переменная y принимает значение 1 или 0 в точках y_5, y_3, y_1 . Поэтому количество различных наборов переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, удовлетворяющих системе равно $2^3 = 8$.

Для пары значений 01 дерево решений аналогичное, поскольку y_7 входит только в одно уравнение. Следовательно, также имеем восемь наборов решений.

Дерево вариантов для пары значений 10:

Задание 3. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [20, 50]$ и $Q = [30, 65]$. Отрезок A таков, что формула $\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$ истинна при любом значении переменной x . Какова наименьшая возможная длина отрезка A ?

Задание 4. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 39 = 0 \vee (x \& 42 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Задание 5. Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение $(x \cdot y > A) \vee (x > y) \vee (8 > x)$ тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Задание 6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$x_1 \rightarrow y_1 = 1$$

$$(x_2 \rightarrow (x_1 \wedge y_2)) \wedge (y_2 \rightarrow y_1) = 1$$

$$(x_3 \rightarrow (x_2 \wedge y_3)) \wedge (y_3 \rightarrow y_2) = 1$$

...

$$(x_6 \rightarrow (x_5 \wedge y_6)) \wedge (y_6 \rightarrow y_5) = 1$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Вариант 2

Задание 1. Миша заполнял таблицу истинности функции $(\neg x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee \neg w$, но успел заполнить лишь фрагмент из трёх **различных** её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

| | | | | $(\neg x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee \neg w$ |
|---|---|---|---|--|
| 0 | 1 | | 1 | 0 |
| 1 | | 0 | 0 | 0 |
| | 1 | 0 | | 0 |

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Если бы функция была задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имел бы вид

| | | $\neg x \vee y$ |
|---|---|-----------------|
| 0 | 1 | 0 |

то первому столбцу соответствовала бы переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе следовало бы написать yx .

Задание 2. В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&».

В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

| Запрос | Найдено страниц (в сотнях тысяч) |
|-----------------|-------------------------------------|
| Горло | 35 |
| Корабль | 48 |
| Нос | 40 |
| Корабль & Нос | 30 |
| Горло & Нос | 10 |
| Горло & Корабль | 0 |

Какое количество страниц (в сотнях тысяч) будет найдено по запросу $\text{Горло} \mid \text{Корабль} \mid \text{Нос}$? Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Задание 3. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [30, 65]$ и $Q = [10, 35]$. Отрезок A таков, что формула

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

истинна при любом значении переменной x . Какова наименьшая возможная длина отрезка A ?

Задание 4. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 51 = 0 \vee (x \& 11 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Задание 5. Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение $(69 \neq y + 2x) \vee (A < x) \vee (A < y)$ тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Задание 6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \rightarrow (x_2 \wedge y_2)) \wedge (y_1 \rightarrow y_2) = 1$$

$$(x_2 \rightarrow (x_3 \wedge y_3)) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) = 1$$

...

$$(x_6 \rightarrow (x_7 \wedge y_7)) \wedge (y_6 \rightarrow y_7) = 1$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Вариант 3

Задание 1. Логическая функция F задаётся выражением $z \wedge \neg x \wedge (\neg w \vee y)$.

На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна.

Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

| Перем. 1 | Перем. 2 | Перем. 3 | Перем. 4 | Функция |
|----------|----------|----------|----------|---------|
| ??? | ??? | ??? | ??? | F |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Если бы функция была задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных: x и y , и был приведён фрагмент её таблицы истинности, содержащий все наборы аргументов, при которых функция *Истинна*.

| Перем. 1 | Перем. 2 | Функция |
|----------|----------|----------|
| ??? | ??? | <i>F</i> |
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Тогда первому столбцу соответствовала бы переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе следовало бы написать: yx .

Задание 2. В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

| Запрос | Найдено страниц (в сотнях тысяч) |
|--------------------------|-------------------------------------|
| <i>Слон</i> | 51 |
| <i>Хобот</i> | 26 |
| <i>Ладья</i> | 29 |
| <i>Слон & Хобот</i> | 18 |
| <i>Ладья & Слон</i> | 16 |
| <i>Ладья & Хобот</i> | 0 |

Какое количество страниц (в сотнях тысяч) будет найдено по запросу *Ладья | Слон | Хобот*? Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Задание 3. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [130; 171]$ и $Q = [150; 185]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинна при любом значении переменной x , т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Задание 4. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 39 = 0 \vee (x \& 11 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Задание 5. Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение $(99 \neq y + 2x) \vee (A < x) \vee (A < y)$ тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Задание 6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \rightarrow (x_2 \wedge y_1)) \wedge (y_1 \rightarrow y_2) = 1$$

$$(x_2 \rightarrow (x_3 \wedge y_2)) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) = 1$$

...

$$(x_6 \rightarrow (x_7 \wedge y_6)) \wedge (y_6 \rightarrow y_7) = 1$$

$$x_7 \rightarrow y_7 = 1$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Вариант 4

Задание 1. Миша заполнял таблицу истинности функции $(\neg x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee \neg w$, но успел заполнить лишь фрагмент из трёх **различных** её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

| | | | | |
|---|---|---|---|--|
| | | | | $(\neg x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee \neg w$ |
| 0 | | 0 | 1 | 0 |
| | 0 | | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | | 0 |

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Если бы функция была задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имел бы вид

| | | |
|---|---|-----------------|
| | | $\neg x \vee y$ |
| 0 | 1 | 0 |

то первому столбцу соответствовала бы переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе следовало бы написать yx .

Задание 2. В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

| Запрос | Найдено страниц (в сотнях тысяч) |
|----------------------------|-------------------------------------|
| <i>Горло</i> | 35 |
| <i>Корабль</i> | 35 |
| <i>Нос</i> | 40 |
| <i>Корабль & Нос</i> | 20 |
| <i>Горло & Нос</i> | 13 |
| <i>Горло & Корабль</i> | 0 |

Какое количество страниц (в сотнях тысяч) будет найдено по запросу *Горло | Корабль | Нос*? Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Задание 3. На числовой прямой даны два отрезка: $B = [133; 175]$ и $C = [140; 199]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(\neg(x \in B)) \rightarrow ((x \in C) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow (x \in B)$$

истинна, т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Задание 4. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 51 = 0 \vee (x \& 42 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Задание 5. Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение $(48 \neq y + 2x) \vee (A < x) \vee (A < y)$ тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Задание 6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(y_1 \rightarrow (y_2 \wedge x_1)) \wedge (x_1 \rightarrow x_2) = 1$$

$$(y_2 \rightarrow (y_3 \wedge x_2)) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) = 1$$

...

$$(y_6 \rightarrow (y_7 \wedge x_6)) \wedge (x_6 \rightarrow x_7) = 1$$

$$y_7 \rightarrow x_7 = 1$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Вариант 5

Задание 1. Миша заполнял таблицу истинности функции $(\neg x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee w$, но успел заполнить лишь фрагмент из трёх **различных** её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

| | | | | $(\neg x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee w$ |
|---|---|---|---|---|
| | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | | 1 | | 0 |
| 1 | 0 | | 1 | 0 |

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Если бы функция была задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имел бы вид

| | | $\neg x \vee y$ |
|---|---|-----------------|
| 0 | 1 | 0 |

то первому столбцу соответствовала бы переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе следовало бы написать yx .

Задание 2. В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

| Запрос | Найдено страниц (в сотнях тысяч) |
|----------------|-------------------------------------|
| <i>Горло</i> | 35 |
| <i>Корабль</i> | 36 |

| | |
|----------------------------|----|
| <i>Нос</i> | 45 |
| <i>Корабль & Нос</i> | 14 |
| <i>Горло & Нос</i> | 12 |
| <i>Горло & Корабль</i> | 0 |

Какое количество страниц (в сотнях тысяч) будет найдено по запросу *Горло | Корабль | Нос*? Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Задание 3. На числовой прямой даны два отрезка: $B = [115; 140]$ и $C = [121; 163]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(\neg(x \in B)) \rightarrow (((x \in C) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow (x \in B))$$

истинна, т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Задание 4. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наибольшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& A \neq 0 \rightarrow (x \& 12 = 0 \rightarrow x \& 5 \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Задание 5. Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(2x + y \neq 70) \vee (x < y) \vee (A < x)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Задание 6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_8, y_1, y_2, \dots, y_8$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \vee y_1) \equiv (\neg x_2 \wedge \neg y_2)$$

$$(x_2 \vee y_2) \equiv (\neg x_3 \wedge \neg y_3)$$

...

$$(x_7 \vee y_7) \equiv (\neg x_8 \wedge \neg y_8)$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_8, y_1, y_2, \dots, y_8$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Вариант 6

Задание 1. Миша заполнял таблицу истинности функции $(\neg x \vee \neg y) \wedge \neg(y \equiv z) \wedge \neg w$, но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

| | | | | |
|---|---|---|---|--|
| | | | | $(\neg x \vee \neg y) \wedge \neg(y \equiv z) \wedge \neg w$ |
| 1 | | 0 | 0 | 1 |
| | 1 | | | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Если бы функция была задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имел бы вид

| | | |
|---|---|-----------------|
| | | $\neg x \vee y$ |
| 0 | 1 | 0 |

то первому столбцу соответствовала бы переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе следовало бы написать yx .

Задание 2. В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&».

В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

| Запрос | Найдено страниц (в сотнях тысяч) |
|---------------------------------|-------------------------------------|
| <i>Часы</i> | 51 |
| <i>Башня</i> | 49 |
| <i>Будильник</i> | 46 |
| <i>Часы Будильник Башня</i> | 105 |
| <i>Башня & Часы</i> | 22 |
| <i>Башня & Будильник</i> | 0 |

Какое количество страниц (в сотнях тысяч) будет найдено по запросу *Часы & Будильник*? Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Задание 3. На числовой прямой даны два отрезка: $D = [117; 158]$ и $C = [129; 180]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(x \in D) \rightarrow ((\neg(x \in C) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in D))$$

истинна, т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Задание 4. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наибольшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& A \neq 0 \rightarrow ((x \& 17 = 0 \wedge x \& 5 = 0) \rightarrow x \& 3 \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Задание 5. Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение $(2x + y \neq 100) \vee (x < y) \vee (A < x)$ тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Задание 6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_9, y_1, y_2, \dots, y_9$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \wedge y_1) \equiv (\neg x_2 \vee \neg y_2)$$

$$(x_2 \wedge y_2) \equiv (\neg x_3 \vee \neg y_3)$$

...

$$(x_8 \wedge y_8) \equiv (\neg x_9 \vee \neg y_9)$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_9, y_1, y_2, \dots, y_9$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Вариант 7

Задание 1. Миша заполнял таблицу истинности функции $(\neg x \vee \neg y) \wedge \neg(x \equiv z) \wedge w$, но успел заполнить лишь фрагмент из трёх **различных** её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | $(\neg x \vee \neg y) \wedge \neg(x \equiv z) \wedge w$ |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | | | | 1 |
| | 1 | 0 | 0 | 1 |

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Если бы функция была задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имел бы вид

| | | |
|---|---|-----------------|
| | | $\neg x \vee y$ |
| 0 | 1 | 0 |

то первому столбцу соответствовала бы переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе следовало бы написать yx .

Задание 2. В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

| Запрос | Найдено страниц (в сотнях тысяч) |
|----------------------------|-------------------------------------|
| <i>Рыба</i> | 34 |
| <i>Серп</i> | 24 |
| <i>Молот</i> | 80 |
| <i>Рыба Серп Молот</i> | 102 |
| <i>Серп & Молот</i> | 17 |
| <i>Рыба & Серп</i> | 0 |

Какое количество страниц (в сотнях тысяч) будет найдено по запросу *Рыба & Молот*?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Задание 3. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [117; 158]$ и $Q = [129; 180]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинна, т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Задание 4. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 49 \neq 0 \rightarrow (x \& 33 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Задание 5. Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение $(x \cdot y < A) \vee (x < y) \vee (7 \leq x)$ тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Задание 6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \wedge y_1) \equiv (\neg x_2 \vee \neg y_2)$$

$$(x_2 \wedge y_2) \equiv (\neg x_3 \vee \neg y_3)$$

...

$$(x_5 \wedge y_5) \equiv (\neg x_6 \vee \neg y_6)$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Вариант 8

Задание 1. Логическая функция F задаётся выражением $\neg x \vee y \vee (\neg z \wedge w)$.

На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F ложна.

Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

| Переменная 1 | Переменная 2 | Переменная 3 | Переменная 4 | Функция |
|--------------|--------------|--------------|--------------|----------|
| ??? | ??? | ??? | ??? | F |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Если бы функция была задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных: x и y , и был приведён фрагмент её таблицы истинности, содержащий все наборы аргументов, при которых функция истинна.

| Переменная 1 | Переменная 2 | Функция |
|--------------|--------------|----------|
| ??? | ??? | F |
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Тогда первому столбцу соответствовала бы переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе следовало бы написать: yx .

Задание 2. В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

| Запрос | Найдено страниц (в сотнях тысяч) |
|----------------|-------------------------------------|
| <i>Горло</i> | 35 |
| <i>Корабль</i> | 30 |

| | |
|----------------------------|----|
| <i>Нос</i> | 40 |
| <i>Корабль & Нос</i> | 20 |
| <i>Горло & Нос</i> | 13 |
| <i>Горло & Корабль</i> | 0 |

Какое количество страниц (в сотнях тысяч) будет найдено по запросу *Горло | Корабль | Нос*? Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Задание 3. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [67; 108]$ и $Q = [79; 130]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинна, т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Задание 4. Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула $\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 4))$ тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задание 5. Сколько существует целых значений числа A , при которых формула $((x < A) \rightarrow (x^2 < 100)) \wedge ((y^2 \leq 64) \rightarrow (y \leq A))$ тождественно истинна при любых целых неотрицательных x и y ?

Задание 6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(\neg x_1 \vee x_2) \wedge (y_1 \vee \neg y_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg y_1) = 1$$

$$(\neg x_2 \vee x_3) \wedge (y_2 \vee \neg y_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg y_2) = 1$$

...

$$(\neg x_5 \vee x_6) \wedge (y_5 \vee \neg y_6) \wedge (\neg x_5 \vee \neg y_5) = 1$$

$$\neg x_6 \vee \neg y_6 = 1$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Вариант 9

Задание 1. Миша заполнял таблицу истинности функции $(x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee w$, но успел заполнить лишь фрагмент из трёх **различных** её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

| | | | | |
|---|---|---|---|--|
| | | | | $(x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee w$ |
| | | | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | | 0 |

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Если бы функция была задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имел бы вид

| | | |
|---|---|-----------------|
| | | $\neg x \vee y$ |
| 0 | 1 | 0 |

то первому столбцу соответствовала бы переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе следовало бы написать yx .

Задание 2. В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

| Запрос | Найдено страниц (в сотнях тысяч) |
|---|-------------------------------------|
| <i>Масло</i> | 48 |
| <i>Двигатель</i> | 28 |
| <i>Подсолнечник</i> | 52 |
| <i>Масло Двигатель Подсолнечник</i> | 83 |
| <i>Масло & Подсолнечник</i> | 19 |
| <i>Подсолнечник & Двигатель</i> | 0 |

Какое количество страниц (в сотнях тысяч) будет найдено по запросу *Двигатель & Масло*? Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Задание 3. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [135; 161]$ и $Q = [149; 174]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинна, т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Задание 4. Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 15) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 21)) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 15))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задание 5. Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение $(y + 2x < A) \vee (x > 30) \vee (y > 20)$ тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Задание 6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee y_1) = 1$$

$$(x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee y_2) = 1$$

...

$$(x_6 \vee x_7) \wedge (\neg x_6 \vee \neg x_7) \wedge (\neg x_6 \vee y_6) = 1$$

$$(\neg x_7 \vee y_7) = 1$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Вариант 10

Задание 1. Миша заполнял таблицу истинности функции $(x \vee \neg y) \wedge \neg(x \equiv z) \wedge w$, но успел заполнить лишь фрагмент из трёх **различных** её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

| | | | | |
|---|---|---|---|--|
| | | | | $(x \vee \neg y) \wedge \neg(x \equiv z) \wedge w$ |
| | | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | | | 1 |

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Если бы функция была задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имел бы вид

| | | |
|---|---|-----------------|
| | | $\neg x \vee y$ |
| 0 | 1 | 0 |

то первому столбцу соответствовала бы переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе следовало бы написать yx .

Задание 2. В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

| Запрос | Найдено страниц (в сотнях тысяч) |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| <i>Рыба</i> | 45 |
| <i>Меч</i> | 69 |
| <i>Самурай</i> | 39 |
| <i>Рыба Меч Самурай</i> | 99 |
| <i>Рыба & Меч</i> | 31 |
| <i>Рыба & Самурай</i> | 0 |

Какое количество страниц (в сотнях тысяч) будет найдено по запросу *Меч & Самурай*?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Задание 3. На числовой прямой даны два отрезка: $D = [135; 161]$ и $B = [149; 174]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(x \in D) \rightarrow ((\neg(x \in B) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in D))$$

истинна, т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Задание 4. Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 4))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задание 5. Сколько существует целых значений числа A , при которых формула

$$((x < A) \rightarrow (x^2 < 81)) \wedge ((y^2 \leq 36) \rightarrow (y \leq A))$$

тождественно истинна при любых целых неотрицательных x и y ?

Задание 6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$((x_1 \equiv y_1) \rightarrow (x_2 \equiv y_2)) \wedge (x_1 \rightarrow y_1) = 1$$

$$((x_2 \equiv y_2) \rightarrow (x_3 \equiv y_3)) \wedge (x_2 \rightarrow y_2) = 1$$

...

$$((x_5 \equiv y_5) \rightarrow (x_6 \equiv y_6)) \wedge (x_5 \rightarrow y_5) = 1$$

$$x_6 \rightarrow y_6 = 1$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Список рекомендуемой литературы

Основная учебная литература

1. Стариченко, Б. Е. Теоретические основы информатики : учебник / Б. Е. Стариченко. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Горячая линия-Телеком, 2017. — 400 с. — ISBN 978-5-9912-0462-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/111107> (дата обращения: 28.04.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Черпаков, И. В. Теоретические основы информатики : учебник и практикум для вузов / И. В. Черпаков. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 353 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8562-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/450871> (дата обращения: 28.04.2020).

Дополнительная учебная литература

1. Горелик, В.А. Пособие по дисциплине «Теоретические основы информатики» : учебное пособие / В.А. Горелик, О.В. Муравьева, О.С. Трембачева ; Московский педагогический государственный университет. — Москва : Московский педагогический государственный университет (МПГУ), 2015. — 120 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=472092> (дата обращения: 28.04.2020). — Библиогр. в кн. — ISBN 978-5-4263-0220-4. — Текст : электронный.
2. Петрищев, И. О. Теоретические основы информатики : учебно-методическое пособие / И. О. Петрищев, Е. А. Фёдорова. — Ульяновск : УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. — 70 с. — ISBN 978-5-86045-933-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112083> (дата обращения: 28.04.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Теоретические основы информатики [Текст] : учебное пособие для вузов / В. Л. Матросов, В. А. Горелов, С. А. Жданов и др. - Москва : Академия, 2009. - 345 с. - (Высшее профессиональное образование).
4. Теоретические основы информатики [Электронный ресурс] : учебник для вузов / Р. Ю. Царев [и др.] — Эл. текстовые данные. - Красноярск : СФУ, 2015. - 176 с. - ISBN 978-5-7638-3192-4. — URL: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=549801> (дата обращения: 28.04.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Образовательный портал для подготовки к экзаменам «Сдам ГИА: решу ВПР, ОГЭ, ЕГЭ и ЦТ» [Электронный ресурс] // Гущин Д. Д., 2011-2020. - Режим доступа: <https://sdamgia.ru/> <http://kpolyakov.spb.ru/>, свободный. - Загл. с экрана. - Яз. рус.
2. Открытый банк заданий ЕГЭ [Электронный ресурс] // Федеральный институт педагогических измерений», 2004-2020. - Москва - Режим доступа: <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>, свободный. - Загл. с экрана. - Яз. рус.
3. Открытый банк заданий ОГЭ [Электронный ресурс] // Федеральный институт педагогических измерений, 2004-2020. - Москва - Режим доступа: <https://fipi.ru/oge/otkrytyy-bank-zadaniy-oge>, свободный. - Загл. с экрана. - Яз. рус.
4. Персональный сайт К.В. Полякова. Преподавание, наука и жизнь [Электронный ресурс].— СПб., 2000-2020. - Режим доступа: <http://kpolyakov.spb.ru/>, свободный. - Загл. с экрана. - Яз. рус.

Приложение

Образец титульного листа контрольной работы

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Новокузнецкий институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Кемеровский государственный университет»**

Факультет информатики, математики и экономики

Кафедра информатики и общетехнических дисциплин

Иванов Иван Иванович
гр. МИа-18-1

Контрольная работа № __
по дисциплине «Теоретические основы информатики»

Вариант № __

Проверил::
канд. пед. наук, доцент
Г.Н. Бойченко

Общий балл: _____

Оценка: _____

_____ подпись

«__» _____ 20__ г.

Новокузнецк, 2020