Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Новокузнецкий институт (филиал)

Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

Ю. А. Степанов

Разработка алгоритмов для решения задач геоинформатики.

Создание электронного атласа с использованием QUANTUMGIS

Методические указания
к выполнению лабораторных работ
для обучающихся по направлению подготовки
02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, профиль «Программное и математическое обеспечение информационных технологий»

Новокузнецк

2020

Степанов Ю.А.

Разработка алгоритмов для решения задач геоинформатики. Создание электронного атласа с использованием quantumgis: методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Б1.В.ДВ.01.02 Разработка алгоритмов для решения задач геоинформатики» для студентов факультета информатики, математики и экономики, обучающихся по направлению подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, профиль «Программное и математическое обеспечение информационных технологий» / Ю. А. Степанов Новокузнецкий ин-т (фил.) Кемеров. гос. ун-та. – Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2020 – 36 с.

Методические указания содержат общие сведения о работе с геоинформационной системой QuantumGIS. Подробно рассмотрены примеры создания электронных карт и геокодирование объектов. По каждой теме предложены задания. Приведены примеры решения типовых задач электронного картографирования.

Методические указания предназначены для наиболее рациональной организации аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работы студентов

Рекомендовано на заседании
кафедры математики, физики и математического моделирования
Протокол № 3 от 22.10.2020

Заведующий каф. МФММ
_____ / Е.В.Решетникова

© Степанов Юрий Александрович
© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кемеровский государственный университет»,
Новокузнецкий институт (филиал), 2020
текст представлен в авторской редакции

Содержание

Предисловие 4
Введение 6
1 Программная система Quantum GIS 9
2 Интерфейс QuantumGIS 11
3 Создание и редактирование карт в QuantumGIS 14
3.1 Геокодирование растровых изображений 14
3.2 Добавление слоев 16
3.3 Геокодировнаие пространственных объектов 17
3.4 Подготовка карты к печати 21
4 Программная реализация алгоритмов для ГИС 22
4.1 Алгоритм Евклида для поиска НОД 22
4.2 Простые дроби 23
4.3 Задача трансформации 25
5 Задания для лабораторных работ 31
Лабораторная работа 1. Геокодирование растрового материала 31
Лабораторная работа 2. Геокодирование пространственных объектов 31
Лабораторная работа 3. Подготовка карты к печати 32
Лабораторная работа 4. Реализация алгоритма для нахождения НОД 32
Лабораторная работа 5. Работа с простыми дробями 33
Лабораторная работа 6. Метод Гаусса 33
Лабораторная работа 7. Задача трансформации 33
Лабораторная работа 8. Геокодирование растрового материала 34
Литература 34

Предисловие

Методические указания предназначены для реализации практической части дисциплины «Б1.В.ДВ.01.02 Разработка алгоритмов для решения задач геоинформатики» для подготовки специалистов для подготовки бакалавров, предусмотренной учебным планом направления подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, профиль «Программное и математическое обеспечение информационных технологий».

Многоцелевое использование геоинформационных систем (ГИС) представлено не только в виде справочного инструмента, но и в виде исследовательской среды, что привело к разработке альтернативных систем. Электронная карта рассматривается как модель, где каждый отображаемый на ней элемент соответствует определенному набору данных. Таким образом, ГИС превращают карты в динамический проект, в котором представлены не только традиционные атрибуты карт (легенда, масштаб, математическая основа и т.д.), но и дополнительная информация о картографируемых объектах. Пользовательский интерфейс позволяет манипулировать данными, начиная от масштабирования и заканчивая пространственным анализом.

В методических указаниях для проведения лабораторных работ приведены общие сведения по работе с геоинформационной системой QuantumGIS. Подробно рассмотрены примеры создания электронных карт и геокодирование объектов. По каждой теме предложены задания. Приведены решения типовых задач электронного картографирования.

Таким образом, данные методические материалы позволяют студенту подготовиться к лабораторным занятиям по соответствующим темам, успешно выполнить индивидуальные лабораторные задания.

Методические указания могут оказаться полезными при написании курсовых и выпускных квалификационных работ.

Введение

Геоинформатика – наука, наука, технология и производственная деятельность по научному обоснованию, проектированию, созданию, эксплуатации и использованию географических информационных систем, по разработке геоинформационных технологий, по прикладным аспектам, или приложениям ГИС для практических или научных целей.

Геоинформационные системы являются базовой составляющей геоинформатики. ГИС является сложной интегрированной системой, в связи с чем, подчиняется принципам системного анализа. Под системным анализом понимается совокупность методов и средств исследования сложных систем, объектов и процессов, опирающихся на комплексный подход. Учёт взаимосвязей между элементами системы. Сложной называется система, характеризующаяся большим числом элементов и большим числом взаимосвязей. Интеграцией называется восстановление и повышение качественного уровня взаимосвязей между элементами системы, а также, процесс создания из нескольких разнородных систем единой системы с целью повышения общей эффективности функционирования.

С точки зрения системотехники, геоинформационная система состоит из следующих компонентов:

1) Аппаратные средства
2) Прикладное программное обеспечение
3) Геопространственные данные
4) Геоинформационный менеджмент.

Аппаратные средства. Сюда относятся ЭВМ поддерживающие функционирование ГИС, включая периферийные устройства ввода-

вывода. В настоящее время геоинформационные системы могут функционировать на различных компьютерных платформах, начиная от серверов и заканчивая персональными коммуникаторами. Примеры частей аппаратной платформы:

1) Компьютеры (рабочие станции, ноутбуки, карманные ПК)

2) Средства хранения данных (винчестеры, компакт-диски, дискеты, флэш-память)

3) Устройства ввода информации (дигитайзеры, сканеры, цифровые камеры и фотоаппараты, клавиатуры, компьютерные мыши)

4) Устройства вывода информации (принтеры, плоттеры, проекторы, дисплеи).

Прикладное программное обеспечение. Инструменты, необходимые для хранения анализа и визуализации географической геоинформации. Ключевыми компонентами являются: инструменты для ввода и оперирования пространственно-атрибутивными данными, СУБД, GUI.

Геопространственные данные. Один из наиболее важных компонентов ГИС. Данные о пространственном положении объектов и связанные с ними метаданные могут собираться самим пользователем или приобретаться у поставщиков. В процессе работы, ГИС интегрирует пространственные данные с другими типами данных, а также может использовать СУБД для упорядочивания и поддержки имеющихся данных.

Геоинформационный менеджмент. Применение ГИС-технологий, при решении реальных задач, практически невозможно без участия людей. Людей, условно можно разделить на исполнителей и пользователей. Исполнителями именуют людей, которые работают с программными продуктами и разрабатывают планы их использования при решении

прикладных задач. Пользователями ГИС могут быть как технические специалисты, разрабатывающие и поддерживающие систему, так и конечные пользователи. Успешность и эффективность (в том числе экономическая) применения ГИС во многом зависит от правильно составленного плана и правил работы, которые составляются в соответствии со спецификой задач и работы каждой организации.

1 Программная система Quantum GIS

Quantum GIS (QGIS) является географической информационной системой (ГИС) с эргономичным интерфейсом и открытым исходным кодом. QGIS распространяется на условиях лицензии GNU General Public License и работает в Linux, Unix, Mac OSX и Windows.

Программная система QGIS поддерживает векторные и растровые форматы (в том числе широко распространённые ESRI Shapefile и GeoTIFF), а также работу с пространственными базами данных. Для QGIS существует множество разнообразных дополнительных модулей-расширений сторонних разработчиков (плагинов), управление которыми осуществляется при помощи подсистемы «Менеджер плагинов».

Графический интерфейс QGIS обеспечивает доступ к следующим инструментам:

- изменение системы проекций в режиме реального времени;
- компоновщик карт;
- работа с геометрическими характеристиками объектов;
- пространственные закладки;
- выборка объектов;
- редактирование, просмотр и поиск атрибутов;
- создание подписей для объектов;
- изменение символики векторных и растровых слоёв;
- добавление слоя координатной сетки.

В QGIS можно создавать и редактировать векторные карты и экспортировать их в разные форматы. Для редактирования и экспорта растровых данных в другие форматы, необходимо использовать GRASS

GISS. Программная система QGIS предоставляет следующие возможности работы с пространственно-атрибутивными данными:

- оцифровки для форматов, поддерживаемых библиотекой OGR, и векторных слоев GRASS;
- создание и редактирование shape-файлов и векторных слоёв GRASS;
- геокодирование изображений с помощью модуля пространственной привязки;
- инструменты GPS для импорта и экспорта данных в формате GPX, преобразования прочих форматов GPS в формат GPX или скачивание/загрузка непосредственно в прибор GPS (в Linux usb: был добавлен в список устройств GPS);
- визуализация и редактирование данных OpenStreetMap;
- создание слоёв PostGIS из shape-файлов с помощью плагина SPIT;
- обработка слоёв PostGIS;
- управление атрибутами векторных данных с помощью модуля «Table Manager»;
- сохранение снимков экрана как изображений с пространственной привязкой.

Для анализа векторных пространственные данные в PostgreSQL/PostGIS и других форматах, поддерживаемых OGR, используя модуль fTools, написанный на языке программирования Python. В настоящее время QGIS предоставляет возможность использовать инструменты анализа, выборки, геопроцессинга, управления геометрией и базами данных. Помимо этого, можно использовать интегрированные

инструменты GRASS, которые включают в себя функциональность более чем 300 модулей GRASS

Модульная архитектура QGIS способствует его адаптации к специфике предметной области. Средства QGIS могут использовать отдельно, в качестве библиотек или подключаемых модулей. Следовательно, существует возможность создавать отдельные приложения, используя языки программирования C++ или Python.

2 Интерфейс QuantumGIS

В приложении QGIS, графический интерфейс пользователя (ГИП) разделяется на три основные области (рисунок 1). Большую часть рабочего пространства занимает браузер для работы с электронными картами. В левой части окна расположен редактор слоёв и окно обзора электронного атласа. При первом запуске доступно шесть основных панелей инструментов.

Рассмотрим элементы интерфейса QGIS более детально:

1. Главное меню

Главное меню предоставляет доступ ко всем возможностям QGIS в виде стандартного иерархического меню.

2. Панель инструментов

Панели инструментов обеспечивают быстрый доступ к функциям меню, и предоставляет дополнительные инструменты для работы с электронной картой. Для каждого пункта панели инструментов доступна всплывающая подсказка.

Панели инструментов можно перемещать в зависимости от потреб-

ностей пользователя. Скрыть панель инструментов можно с помощью контекстного меню, которое вызывается щелчком правой кнопкой мыши на соответствующей панели.

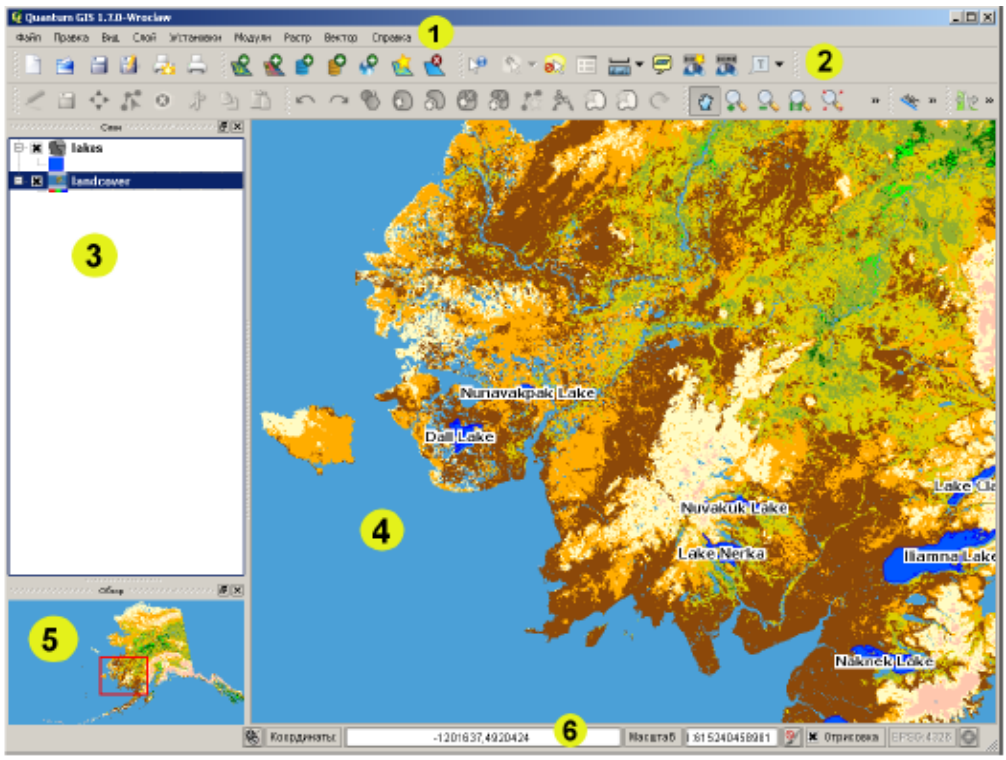

Рисунок 1 – Интерфейс QGIS

3. Легенда

Область легенды содержит список всех слоёв проекта. Флажок у каждого элемента легенды используется для показа или сокрытия слоя. Выделенный слой можно перетаскивать выше или ниже других слоёв, меняя их порядок расположения. Порядок расположения слоев означает, что слои находящиеся ближе к верхней части легенды, отображаются в окне карты над слоями, перечисленными в легенде ниже.

Слои можно объединять в группы. Для этого необходимо поместить курсор мыши в окне легенды карты, щёлкнуть правой кнопкой мыши и выберите пункт «*Добавить группу*». После чего потребуется ввести название группы, и нажать клавишу «Enter». Теперь можно осу-

ществлять группировку слоёв. Если при добавлении нового слоя была выделена группа, слой будет помещен в эту группу. Исключить слой из группы можно перетащив его из группы на свободное место в области легенды, или выбрав пункт «*Сделать элементом первого уровня»* в контекстном меню слоя.

4. Область карты

Это наиболее важная часть QGIS – в этой области отображаются и редактируются карты. На карту могут быть добавлены векторные и растровые слои, загруженные в QGIS. Данные в окне карты можно панорамировать (прокручивать, смещать фокус отображения карты на другую область) и масштабировать (увеличивать или уменьшать). Также с картой можно выполнять другие операции, которые перечислены выше в описаниях меню и панелей инструментов. Область карты и легенда тесно связаны друг с другом – карта отображает изменения, вносимые в легенду.

5. Обзорная карта

Панель обзора (или обзорная карта) предоставляет вид полного охвата слоёв, добавленных в атлас. Внутри окна обзора находится прямоугольник, который показывает текущую рабочую область. Это позволяет быстро определять, какая часть карты сейчас просматривается в данный момент. Подписи в окне обзора не отображаются, даже если они включены для соответствующих слоёв.

Добавить в «Обзор» единичный слой можно, щёлкнув правой кнопкой мыши на этом слое в легенде и выбрав «*Показать в обзоре»*. Можно добавлять и удалять слои из обзорной карты, используя соответ-

ствующие пункты в меню «*Слой»*.

Если нажать и переместить красный прямоугольник, показывающий текущий охват в обзорной карте, область карты обновится соответствующим образом.

6. Строка состояния

Строка состояния отображает текущую позицию в координатах карты (например, в метрах или десятичных градусах) курсора мыши при его перемещении в окне карты. Слева от отображаемых в строке состояния координат, находится кнопка переключения между отображением координат позиции курсора и координат границ вывода карты. Индикатор выполнения в строке состояния, отображает процесс рендеринга каждого слоя в окне карты. В некоторых случаях, таких, как подсчёт статистики в растровых слоях, индикатор состояния используется для отображения статуса длительных операций.

3 Создание и редактирование карт в QuantumGIS

3.1 Геокодирование растровых изображений

Задача: Использую QGIS осуществить привязку растрового изображения к географической системе координат.

Для осуществления привязки растрового материала необходимо выбрать пункт «*Модули»* главного меню. В открывшемся контекстном меню выберите пункт «*Привязка растров»,* после чего загрузится соответствующий модуль. Воспользуйтесь инструментом «*Открыть растр».* Название инструмента можно узнать из всплывающей подсказки.

Выберите растровое изображение для загрузки, и укажите систему координат. Выбранное растровое изображение отобразится в окне просмотра модуля (рисунок 2).

Добавьте географические координаты известных точек (три или более). Для этого воспользуйтесь инструментом «*Добавить точку*», активировав соответствующий пункт на панели инструментов. Для добавления точки необходимо указать её координаты (рисунок 3).

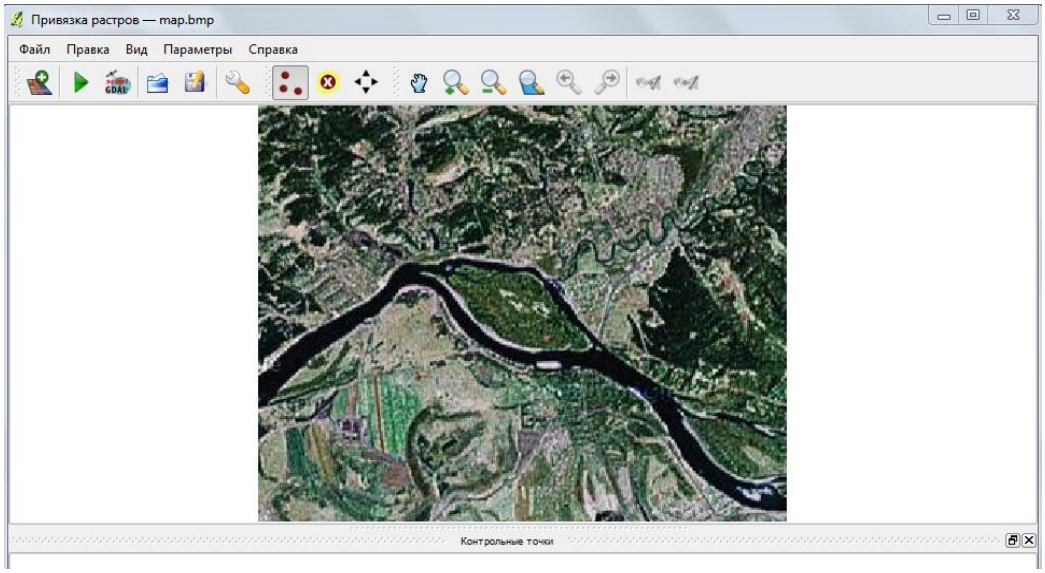

Рисунок 2 – Подготовка растрового изображения к геокодированию

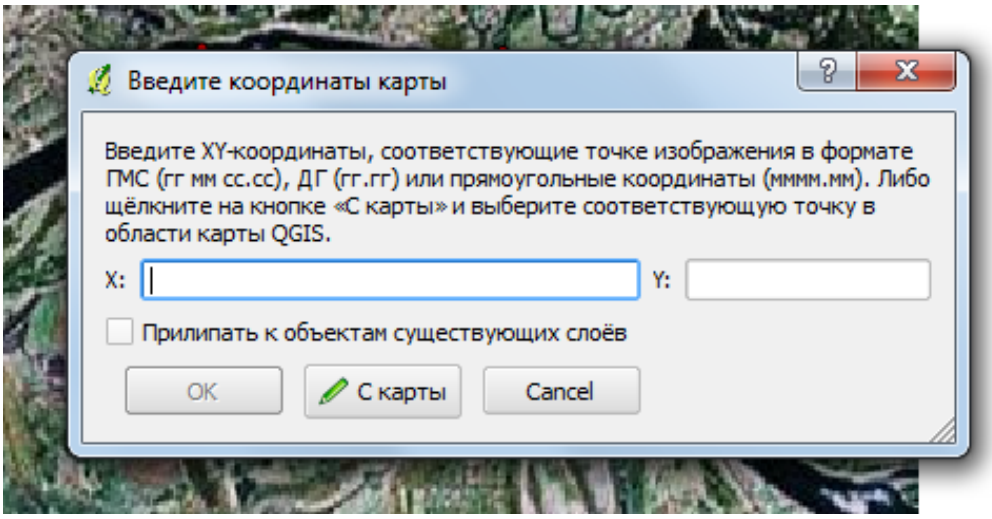

Рисунок 3 – Добавление точек для геокодирования

После добавления точек используйте инструмент «*Начать привязку*». По завершению выполнения данной операции будет создана векторная электронная карта с системой координат, базирующейся на указанных точках.

3.2 Добавление слоев

Задача: добавить на карту растровый слой.

Для добавления дополнительного слоя необходимо использовать соответствующий инструмент, вынесенный на панель работы со слоями (рисунок 4).

Рисунок 4 – Панель добавления слоёв

Примените инструмент «*Добавить растровый слой*», для добавления к проекту растровый слой. После выбора растрового изображения и системы координат добавленный слой отобразится в области легенды (рисунок 5).

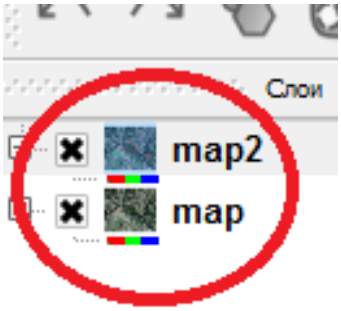

Рисунок 5 – Отображение слоёв карты в легенде

Новый слой располагается поверх остальных. В связи с этим, после

добавления нового слоя всегда виден слой, добавленный последним.

Настройка параметров отображения слоя осуществляется в окне работы со свойствами слоя. Для работы со свойствами слоя, щёлкните правой кнопкой мышки по его названию в области легенды и выберите пункт *«Свойства»*. Настройте прозрачность добавленного слоя таким образом, чтобы через него было видно предыдущий слой (рисунок 6). Внимательно изучите все вкладки окна «*Свойства слоя*».

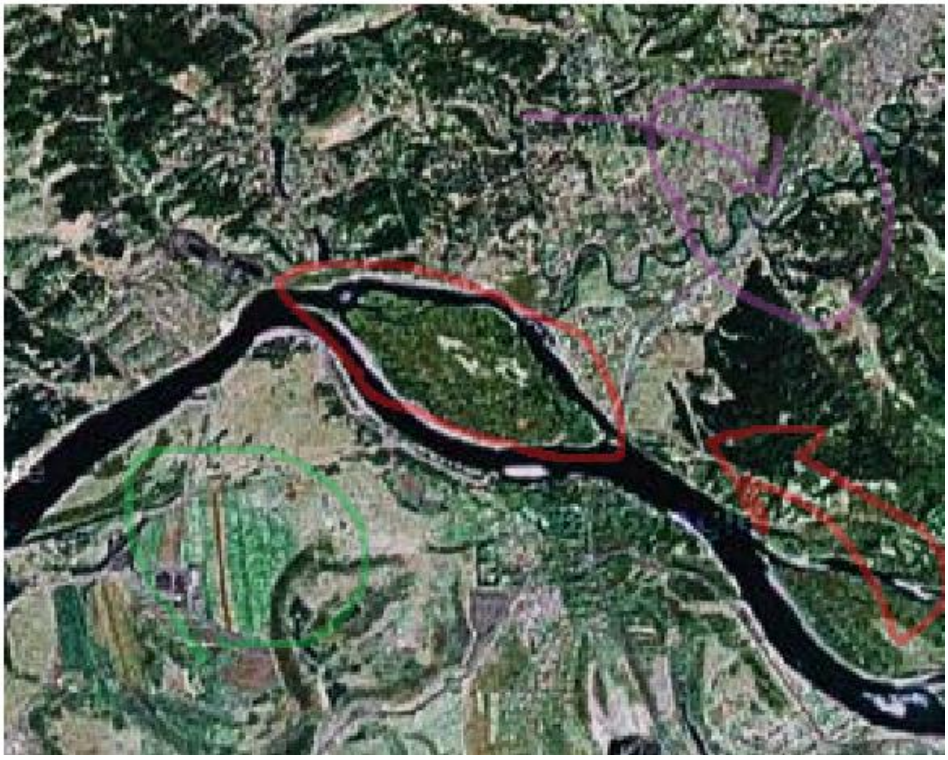

Рисунок 6 – Изменение свойства слоя «прозрачность»

3.3 Геокодировнаие пространственных объектов

Задача: добавить на электронную карту точечный объект «*Больница*».

Создайте новый shape-файл воспользовавшись соответствующим инструментом. Задайте необходимую проекцию и выберите тип объек-

тов (рисунок 7). После этого введите имя файла.

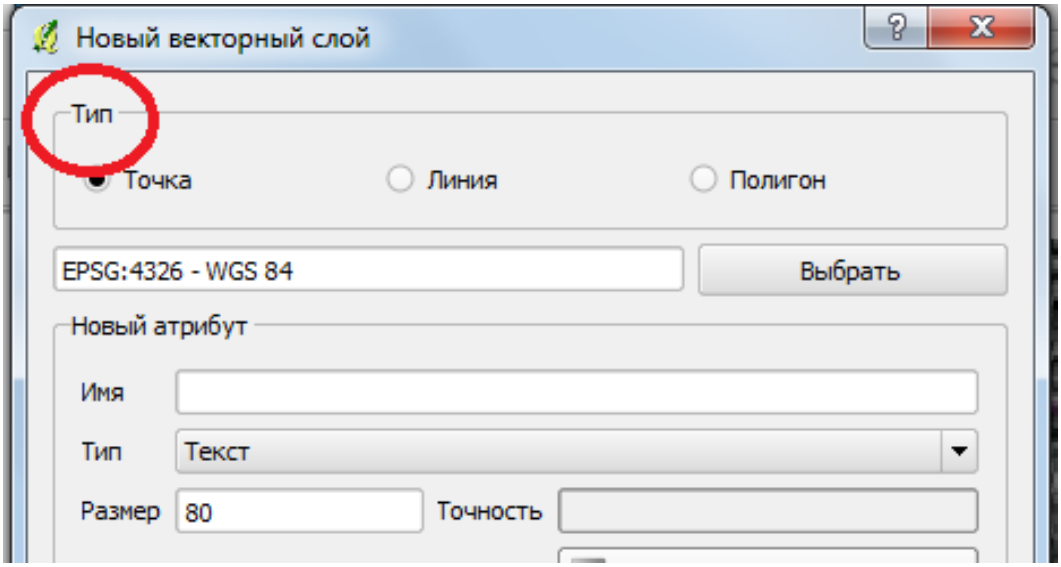

Рисунок 7 – Добавление нового векторного слоя

Для редактирования shape-файла и нанесения объектов на карту войдите в режим редактирования используя инструмент «*Режим редактирования*». После чего, выберите «*Создать точку*» и укажите место добавления точки на карте. В результате на электронную карту будет добавлен новый векторный объект (в данном случае, изображение больницы – рисунок 8).

Рисунок 8 – Электронная карта после добавления объекта «Больница»

Стиль объекта можно изменить в свойствах shape-файла. На вклад-

ке «*Поля*» задайте новые свойства объекта. Перейдите в «*Режим конструктора*» и добавьте новое поле. Для заполнения поля необходимо в контекстном меню слоя выбрать пункт «*Открыть таблицу атрибутов*» и перейти к окну редактирования атрибутов объектов. Присвойте полю «type» значение «Госпиталь» и нажмите клавишу «Enter». В меню «*Свойства*» shape-файла выберите «*Общие*» и изменить отображаемое поле с «id» на «type».

Включите *«Всплывающие описания» используя одноимённый инструмент*. Теперь при наведении на объект будет показано значение поля «type», а выбрав инструмент *«Определить объект»* можно увидеть всю доступную информацию об объекте, щёлкнув по нему правой кнопкой мыши (рисунок 9).

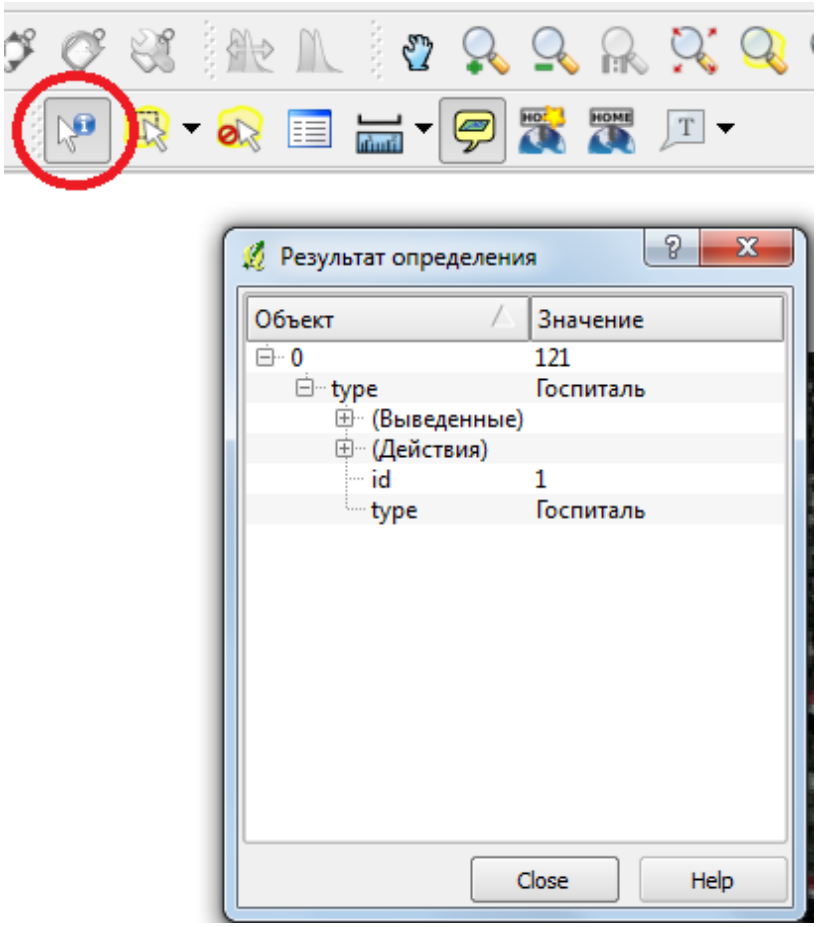

Рисунок 9 – Дополнительная информация об объекте

Задача: Обозначить на карту двумерный объект река использую стандартный инструмент «Линия».

Создайте новый shape-файл, воспользовавшись одноименным пунктом на панели инструментов. В качестве типа укажите «*Линия*». Войдите в «Режим редактирования» и выберите «*Создать линию»*. Поместите объект на карту и присвойте ему «*id*» (рисунок 10).

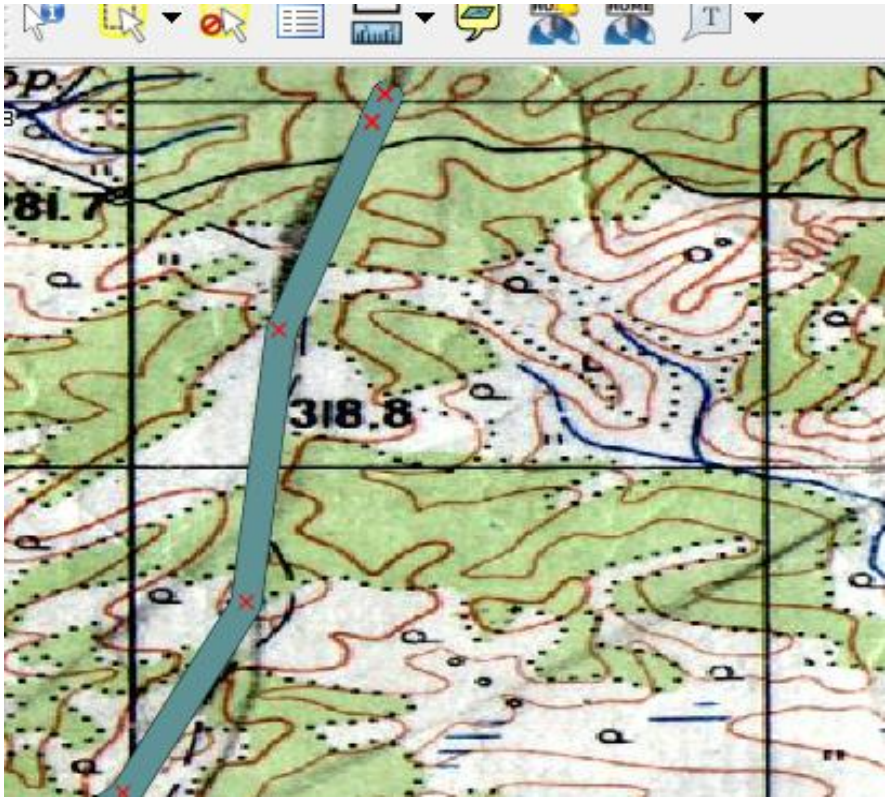

Рисунок 10 – Добавление на карту двумерного объекта

Задайте свойства объекта так, чтобы его можно было идентифицировать как объект типа «Река».

3.4 Подготовка карты к печати

Задача: Создайте макет карты в формате pdf, включающий карту, линейку и легенду.

В меню «*Файл*» выбрать пункт «*Создать макет*». В появившемся окне задайте единицы измерения, размер будущей карты и параметры сохранения.

Для добавления карты воспользуйтесь соответствующим инструментом. В процессе работы с макетом, добавьте легенду, линейку и таблицу атрибутов (рисунок 11).

Выполните сохранение макета в формате pdf.

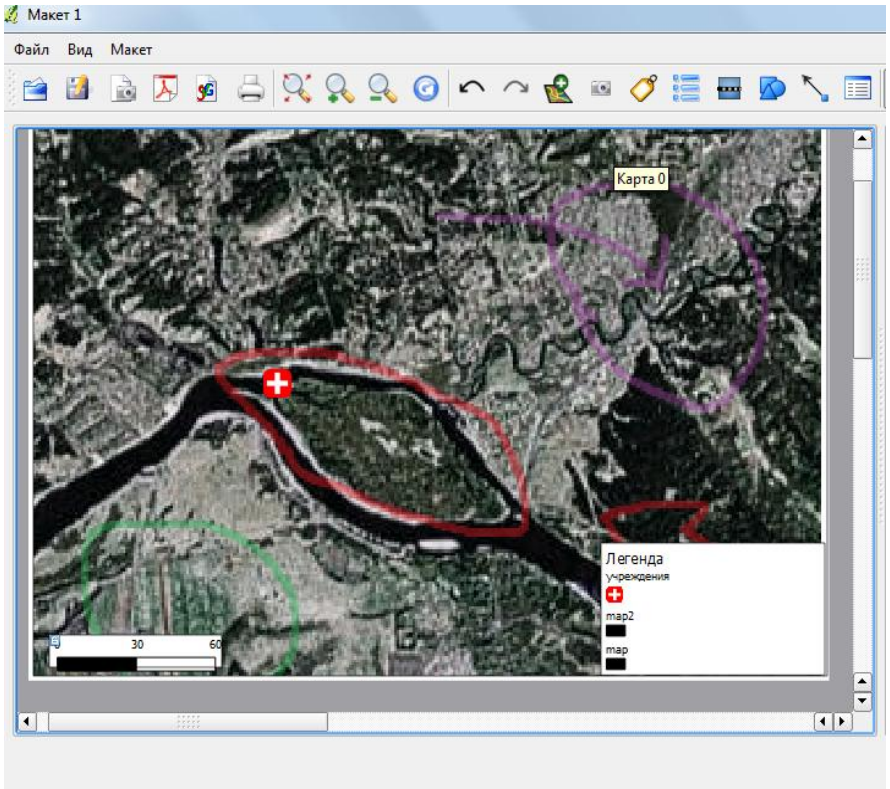

Рисунок 11 – Макет электронной карты

4 Программная реализация алгоритмов для ГИС

4.1 Алгоритм Евклида для поиска НОД

Алгоритм Евклида – алгоритм для нахождения наибольшего общего делителя двух целых чисел (в общем случае полиномов). При реализации алгоритма Евклида используется функция нахождения остатка от деления.

В большинстве языков высокого уровня функция деления с остатком реализована с учетом знаков операндов. Её использование без дополнительных проверок в частном случае реализации алгоритма Евклида не допустимо.

Задача: Реализовать операцию деления с остатком без учета знаков операндов.

Решение: Рассмотрим операцию деления с остатком (x mod y) используя функцию пол ($\lfloor A \rfloor$). Функция пол – функция дискретной математики, округляющая число до наименьшего целого. То есть $\lfloor 5.2 \rfloor$=5, а=5. Также необходимо учитывать, что делитель должен быть меньше делимого, поэтому следует делить большее число на меньшее число:

$$X_1 = x - y * \left\lfloor \frac{x}{y} \right\rfloor,$$
$$X_2 = [X_1 < 0] * (-X_1) + [X_1 > 0] * X_1 \text{ (*)}. \qquad (1)$$

Листинг 1 – Реализация функции mod (*)

```
int mod ( int& x , int& y ) {
```

```
    x = ( x < 0 ) * ( -x ) + ( x>0 ) * ( x );
    y = ( y < 0 ) * ( -y ) + ( y>0 ) * ( y );
    if( x < y ) x = x + y , y = x - y , x = x - y;
    x = x - y * ( int( x / y ) );
    return  x ;
}
```

Задача: реализовать алгоритм Евклида с использованием функции mod(x,y).

Решение:

Листинг 2 – Реализация алгоритма Евклида при помощи функции mod()

```
int nod ( int n , int m ) {
   int d  = mod( n , m );
   if ( !d ) return m;
   else d = nod ( m , d);
  return d;
}
```

4.2 Простые дроби

При реализации класса обычной дроби необходимо учитывать операции, которые могут понадобиться в дальнейшем: умножение, деление, вычитание сложение.

Прежде чем реализовать класс, необходимо выделить из общих знаний о простых дробях только необходимые. Простая дробь представляет собой два целых числа. Множество **целых чисел** – $Z = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, определяется как замыкание множества натуральных чисел N относительно арифметических операций сложения (+) и вычитания (−). Таким образом, сумма, разность и произведение двух целых чисел дает снова целые числа. Оно состоит из натуральных чисел

(1, 2, 3...), чисел вида $-n(n \in N)$ и числа нуль. Сложение и вычитание в сущности являются одной и той же операцией (разница лишь в знаке второго слагаемого).Поэтому достаточно реализовать только операцию сложения, а в случае вычитания домножать второе слагаемое на -1. Деление – умножение на обратную дробь.

Решение:

Листинг 3 – Пример реализации класса для работы с простыми дробями

```
template < class t > class derDigit
{
private :
    t a,b;

public:
  derDigit(t a, t b){ this->a=a,this->b=b; }
  derDigit operator=(derDigit s) {
        this->a=s.a;
        this->b=s.b;

       return *this;
    }
  derDigit operator+(derDigit f) {
  derDigit s=*this;
  derDigit temp( f.getDigA()*s.getDigB()+
        s.getDigA()*f.getDigB(),
        f.getDigB()*s.getDigB());

    return temp;
   }

   derDigit operator*(derDigit f) {
   derDigit s=*this;
   derDigit temp( f.getDigA()*s.getDigA(),
                  f.getDigB()*s.getDigB()
                 );
```

```
        return temp;
        }
         tgetDigA( void ){ return a; }
         tgetDigB( void ){ return b; }
};
```

Для решения такой задачи привязки растрового или векторного материала (в данном случае карты) необходимо осуществить преобразование из локальной системы координат (система координат изображения) в одну из возможных географических систем координат (например осуществить привязку прямоугольной сетки изображения к сетке географических координат) в таком случае необходимо решить систему линейных уравнений.

4.3 Задача трансформации

Решение задачи трансформации сводится к нахождению коэффициентов системы уравнений. Напомним, что в случае аффинного преобразования, система уравнений выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a_0 + a_1 x + a_2 y, \\ \dot{y} &= b_0 + b_1 x + b_2 y, \end{aligned} \qquad (2)$$

где: x,y – координаты в исходной системе координат (известны),

$x^{'}$,$y^{'}$ – координаты в конечной системе координат (известны),

$a_{0\text{-}2}$,$b_{0\text{-}2}$ – коэффициенты (неизвестны).

Таким образом, имея 6 неизвестных, понадобится 3 пар точек с известными координатами до и после трансформации (x1,y1; x2,y2; x3,y3 и x1',y1'; x2',y2'; x3',y3'), соответственно получено 3 пары уравнений:

$$\dot{x}_1 = a_0 + a_1 x_1 + a_2 y_1, \qquad (3)$$

$$\dot{y}_1 = b_0 + b_1 x_1 + b_2 y_1,$$
$$\dot{x}_2 = a_0 + a_1 x_2 + a_2 y_2,$$
$$\dot{y}_2 = b_0 + b_1 x_2 + b_2 y_2,$$
$$\dot{x}_3 = a_0 + a_1 x_3 + a_2 y_3,$$
$$\dot{y}_3 = b_0 + b_1 x_3 + b_2 y_3 \ .$$

Или, перегруппируя этот набор уравнений по x и y:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_0 + a_1 x_1 + a_2 y_1, \\ \dot{x}_2 &= a_0 + a_1 x_2 + a_2 y_2, \\ \dot{x}_3 &= a_0 + a_1 x_3 + a_2 y_3, \\ \dot{y}_1 &= b_0 + b_1 x_1 + b_2 y_1, \\ \dot{y}_2 &= b_0 + b_1 x_2 + b_2 y_2, \\ \dot{y}_3 &= b_0 + b_1 x_3 + b_2 y_3 \ . \end{aligned} \tag{4}$$

Каждая группа используется соответственно для получения коэффициентов a_i и b_i. В матричной форме это выглядит следующим образом, для a и b :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{5}$$

Для решения систем линейных уравнений (СЛАУ) на ЭВМ существует множество способов. В качестве примера рассмотрим метод простой итерации. В основе метода заложено понятие сжимающего отображения.

Говорят, что функция φ осуществляет сжимающее отображение на [a,b], если

$$\forall x \in [a,b]: \varphi(x) \in [a,b]$$
$$\exists \alpha < 1: \forall x_1, x_2 \in [a,b] \ \ \|\varphi(x_1) - \varphi(x_2)\| \le \alpha \|x_1 - x_2\| \tag{6}$$

Теорема Банаха (принцип сжимающих отображений). Если φ – сжимающее отображение на [a,b], то $x = \varphi(x) \exists! x^* \in [a,b]$ – корень. Итерационная последовательность $x_{i+1} = \varphi(x_i)$ сходится к этому корню. Для очередного члена x_n справедливо:

$$\|x_n - x^*\| \le \frac{\|x_1 - x_2\| \alpha^n}{1 - \alpha} \tag{7}$$

Согласно теореме Лагранжа имеем:

$$\varphi(x) \in C^1[a,b] \ \forall x_1,$$
$$x_2 \in (a,b),$$
$$x_1 < x_2 \ \exists \varepsilon \in (x_1, x_2): \ \varphi'(\varepsilon)(x_2 - x_1) = \varphi(x_2) - \varphi(x_1).$$

Отсюда следует, что $\alpha \approx |\varphi'(\varepsilon)|$. Таким образом, для сходимости метода достаточно, чтобы $\forall x \in [a,b] \ \ |\varphi'(x)| \le 1$, пока $\|x_{i+1} - x_i\| > \epsilon$

Рассмотрим систему:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{n1}x_1 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \tag{8}$$

Для неё итерационное вычисление запишется следующим образом:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}^{i+1} = \begin{pmatrix} a_{11} + 1 & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}^{i} - \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \tag{9}$$

Сходимость метода будет осуществлять

$$\left\| \begin{matrix} a_{11} + 1 & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} + 1 \end{matrix} \right\| < 1$$

Следует отметить, что для оценки сходимости вычисляется не определитель матрицы, а норма матрицы. Поэтому в данном случае поставлены двойные вертикальные черты, а не одинарные.

Для упрощения задачи реализации рассмотрим некоторые простые процедуры, которые могут понадобиться при реализации метода простой итерации.

Первоочередной является задачи приведения матрицы к итерационному виду. Для этого необходимо заменить элементы находящиеся на главной диагонали на элементы столбца b.

Решение:

Листинг 4 – Приведение матрицы к итерационному виду

```
void getIterationForm( vector<vector<double> >& A ,
                       vector <double>& B,
                       vector <double>& Xn )
{
  int sizeOfMatrixA = A.size();
  for ( unsigned int i = 0; i<sizeOfMatrixA; ++i)
{
      Xn [ i ] = - A[ i ] [ i ] ;
      A [ i ] [ i ] = - B [ i ] ;
  }
    for(unsigned int i = 0 ; i < sizeOfMatrixA;
++i) {
  for(unsigned int j = 0 ;j < sizeOfMatrixA ; ++j)
{
         A [ i ] [ j ] /= Xn [ i ] ;
     }
  }
}
```

Необходимо произвести расчёт новых приближенных значений для [X]. Для этого достаточно посчитать значение выражения для каждой

строки полученной матрицы. Для достижения поставленной задачи можно использовать процедуру getLineSumm():

Решение:

Листинг 5 – Приближенный расчёт значений

```
template<class digitIterator , class digit>
digit getLineSumm( vector< digit>& Xn,
                   digitIterator EnStart ,
                   digitIterator EnEnd )
{
digit tempDigit = static_cast<digit>( NULL );

for (digitIterator i=EnStart; i!= EnEnd ;++i )
{
       tempDigit += Xn [ EnStart-i ]* ( *i );
    }
return tempDigit ;
}
```

Где «EnStart» и «EnEnd» указатели на начало и конец строки коэффициентов при «x».

В качестве примера процедуры рассчитывающей значение компоненты вектора невязки рассмотрим реализацию процедуры getEnEpsilon():

Решение:

Листинг 6 – Реализация расчёта вектора невязки

```
template < class digitIterator , class digit >
digit getEnEpsilon( digit& B,vector < digit>& Xn,
                    digitIterator EnStart,
                    digitIterator EnEnd ) {
    digit tempDigit = static_cast<digit> ( NULL );
       for (digitIterator i= EnStart; i!= EnEnd;
++i) {
```

```
        tempDigit += Xn [ i-EnStart ] * ( *i );
    }
        return tempDigit - B;
}
```

Длина вектора невязки представляет собой некоторый аналог отклонения нашего решения системы от точного. Поэтому после расчёта вектора невязки необходимо посчитать его норму. В качестве примера приведена реализация расчёта нормы Евклида.

Листинг 7 – Расчёт нормы Евклида

```
template < class ElementOfVector,
           class VectorIterator >
ElementOfVector getNormOfVector (
               VectorIterator EnStart,
               VectorIterator EnEnd
                           )
{
    ElementOfVector  temp =
       static_cast< ElementOfVector>( NULL );
for( VectorIterator i= EnStart; i!= EnEnd;
                 ++i){
        temp +=  ( *i ) * ( *i ) ;
    }

    return getSqrt( temp );
}
```

5 Задания для лабораторных работ

Лабораторная работа 1. Геокодирование растрового материала

Подготовка растра для привязки.

Провести покоординатную привязку растрового изображения без преобразования координат. То есть необходимо оставить исходную систему координат карты. Систему координат карты определить самостоятельно.

Таблица 1 - Варианты заданий

Вариант	Растр	Вариант	Растр
1	N45-55, N45-63, N45-64	8	N45-92, N45-93, N45-94
2	N45-65, N45-66, N45-68	9	N45-102,N45-103,N45-104
3	N45-69, N45-70, N45-71	10	N45-105, N45-105a, N45-106
4	N45-76, N45-77, N45-78	11	N45-107,N45-114, N45-115
5	N45-79, N45-80, N45-81	12	N45-116,N45-117,N45-118
6	N45-82, N45-83, N45-89	13	N45-119, N45-127, N45-128
7	N45-90, N45-90, N45-91	14	N45-129, N45-130, N45-131
15	N45-141, N45-142, N45-I	22	N45-XXI, N45-XXII, N45-XXIII
16	N45-II, N45-III, N45-IV	23	N45-XXIV,N45-XXIX,N45-XXV
17	N45-V, N45-VI, N45-VII	24	N45-XXVI, N45-XXVII, N45-XXX
18	N45-VIII, N45-X, N45-XI	25	N45-XXXI,N45-XXXII, N45-XXXIII
19	N45-XII, N45-XIII, N45-XIV	26	N45-XXXIV,N45-XXXV,N45-XXXVI
20	N45-XIX, N45-XV, N45-XVI	27	Темиртау, N45-127, N45-130
21	N45-XVII, N45-XVIII, N45-XX	28	N45-129, N45-70 , N45-131

Лабораторная работа 2. Геокодирование пространственных объектов

1. Используя результаты лабораторной работы 1, обозначить на векторном слое (привязанных карт) дороги, реки, озера, лесные массивы. Использовать отдельные слои для дорог и лесных массивов.

2. Отметить заводы, фабрики больницы, вокзалы, если таковые присутствуют

Лабораторная работа 3. Подготовка карты к печати

Создать макет карты, содержащий линейку, легенду и объекты, нанесённые на карту в предыдущих лабораторных работах.

Лабораторная работа 4. Реализация алгоритма для нахождения НОД

1.Реализовать алгоритм нахождения НОД двух целых чисел.

Входные данные: x & y целые числа. Результат вывести в виде несократимой дроби:

$$\frac{y/\text{нод}(x,y)}{y/\text{нод}(x,y)}$$

2.Объяснить, почему реализованный вами алгоритм предпочтительнее для использования в ГИС. Сравнить с любым другим алгоритмом нахождения НОД, который на ваш взгляд хуже реализованного.

3.Возможно ли обобщить реализованный вами алгоритм для вычисления НОД чисел гаусса? Если нет, то почему?

В случае положительного ответа рассказать, что необходимо добавить или убрать при реализации.

Лабораторная работа 5. Работа с простыми дробями

1.Разработать и реализовать класс для работы с простыми дробями (v / u). Определить операции +,-,*,/. Ввести отношение порядка. Определить операцию сравнения простых дробей

2.Реализовать программный модуль, использующий определённые операции.

Программный модуль должен проводить разбор введённого выражения с учётом приоритетов операторов и скобок. Пример выражения (a+b*k)-(b/(z-s)).Ответ вывести виде несократимой дроби (в случае неправильной дроби для вывода использовать смешанное число ($K\frac{a}{b}$)).

Лабораторная работа 6. Метод Гаусса

1. Используйте класс из лабораторной работы 2 реализовать (в виде программного модуля) метод Гауссова исключения.
2. Используя числа с двойной точностью реализовать (в виде программного модуля) метод Гаусса.
3. Сравнить результаты вычислений с использованием десятичных и простых дробей.
4. Если результаты различны, выяснить какой метод точнее и почему.
5. Какое из решений лучше использовать для привязки растровых материалов. Объяснить почему.

Лабораторная работа 7. Задача трансформации

Используя результаты лабораторной работы 3 разработать и реализовать программный модуль для перевода, при помощи аффинного преобразования из одной декартовой системы координат (ДСК1) в другую (ДСК2).

Входные данные – опорные точки (кол-во необходимое для осуществления аффинного преобразования).

Программный модуль должен иметь графический или псевдографический интерфейс, позволяющий наглядно показать перевод из ДСК1 в ДСК2.

Лабораторная работа 8. Геокодирование растрового материала

Используя результаты лабораторной работы 4, разработайте программный модуль для выполнения покоординатной привязки растровой карты.

Литература

а) основная учебная литература:

1. Степанов, Ю. А. Геоинформационные системы и основы электронного картографирования : учебное пособие / Ю. А. Степанов, В. С. Фанасков. — Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2014. — 186 с. — ISBN 978-5-8353-1356-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/45932 (дата обращения: 19.10.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) дополнительная учебная литература:

1. Ловцов, Д.А. Геоинформационные системы : учебное пособие / Д.А. Ловцов, А.М. Черных. – Москва : Российская академия правосудия, 2012. – 191 с. – Режим доступа: по подписке. –

URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=140619 (дата обращения: 19.10.2020). – ISBN 978-5-93916-340-8. – Текст : электронный.

2. Жуковский, О.И. Геоинформационные системы : учебное пособие / О.И. Жуковский ; Томский Государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск : Эль Контент, 2014. – 130 с. : схем., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480499 (дата обращения: 19.10.2020). – Библиогр.: с. 125-126. – ISBN 978-5-4332-0194-1. – Текст : электронный.

3. Геоинформационные системы : учебное пособие : [16+] / авт.-сост. О.Л. Гиниятуллина, Т.А. Хорошева ; Кемеровский государственный университет. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2018. – 122 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573536 (дата обращения: 19.10.2020). – Библиогр.: с. 116-117. – ISBN 978-5-8353-2232-9. – Текст : электронный.

4. Шошина, К.В. Геоинформационные системы и дистанционное зондирование : учебное пособие / К.В. Шошина, Р.А. Алешко ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2014. – Ч. 1. – 76 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=312310 (дата обращения: 19.10.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-261-00917-7. – Текст : электронный.

5. Документация разработчика QuantumGIS [Электронный ресурс]. –URL:http://qgis.org/en/documentation/manuals.html (дата обращения 19.10.2020).

6. Официальный сайт GRASS GIS [Электронный ресурс]. –URL: http://grass.osgeo.org/ (дата обращения 19.10.2020)