

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Новокузнецкий институт (филиал)

Факультет физики, математики, информатики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

Каледин Валерий Олегович

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

*Методические указания к практическим занятиям
для обучающихся по направлению подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»,
профиль «Математическое моделирование и информационные технологии»*

Год набора - 2019

Каледин В.О. (сост.)

Основы математического моделирования: метод. указ. к практическим занятиям по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль «Математическое моделирование и информационные технологии» (уровень бакалавриата) / В.О. Каледин (сост.). - Новокузнецк ин-т (фил.) Кемеров. гос. ун-та. – Новокузнецк: НФИ КемГУ, 2020. – 12 с. - Текст: непосредственный.

В настоящих методических указаниях для студентов представлены рекомендации для подготовки к практическим занятиям выполнения учебных практических заданий по дисциплине «Основы математического моделирования».

Рекомендовано
на заседании кафедры
математики, физики и математического модели-
рования
22 октября 2020г.
Заведующий кафедрой

 / Е.В. Решетникова

Каледин В.О. (сост.), 2020
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный
университет», Новокузнецкий
институт (филиал), 2020

Текст представлен в авторской редакции

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРАКТИЧЕСКОМУ ЗАНЯТИЮ	5
2. ПЛАН ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ	7
2.1. Назначение и свойства математических моделей.....	7
2.2. Типовые математические модели простой структуры и задачи математического моделирования	7
2.3. Программное обеспечение математического моделирования: универсальные математические программы	8
2.4. Программное обеспечение математического моделирования: специализированные программные комплексы.....	8
2.5. Структурные и функциональные математические модели.....	8
2.6. Имитационное моделирование	9
2.7. Методы адаптации и настройки математических моделей	9
2.8. Апостериорная оценка погрешности численного решения.....	10
2.9. Структура математических моделей естественных и технических объектов и процессов в них	10
2.10. Методы модификации определяющих уравнений модели	11
2.11. Методы модификации структуры модели	11
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	12

ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания к практическим занятиям по учебной дисциплине «Основы математического моделирования» подготовлены в соответствии с учебным планом направления подготовки 01.04.03 «Прикладная математика и информатика» (уровень бакалавриата) и рабочей учебной программы по дисциплине.

Дисциплина изучается в семестре 4 студентами очной формы обучения.

Цель учебной дисциплины - формирование общепрофессиональных знаний, умений и навыков математического моделирования для решения задач профессиональной деятельности.

В результате изучения данной учебной дисциплины обучающийся должен быть способен:

- применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (ОПК-3).

Студент, изучивший дисциплину «Основы математического моделирования», должен:
знать:

- типовые математические модели в области прикладной математики и информатики;
- типовые задачи математического моделирования;
- структуру типовых математических моделей технических и естественных объектов и процессов в них;
- способы модификации типовых математических моделей объектов и процессов в них;

уметь:

- выбирать математическую модель для решения задач математического моделирования;
- адаптировать математические модели технических и естественных объектов и процессов в них к решению конкретных профессиональных задач;
- модифицировать математические модели для решения задач математического моделирования объектов с нестандартными свойствами;

владеть:

- типовым программным обеспечением математического моделирования;
- методами адаптации, настройки и верификации математических моделей;
- методами модификации математических моделей и верификации модифицированных моделей.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 108 часов, в том числе 18 часов лекционного курса и 26 часов практических занятий и 64 часа самостоятельной работы. Форма промежуточной аттестации – зачёт в 4-м семестре.

Задачи практических занятий:

- повторить и закрепить учебный материал, полученный на лекциях или в ходе самостоятельной подготовки студентов;
- углубить знания и сформировать у обучающихся практические умения и навыки по наиболее важным разделам курса;
- способствовать формированию у обучающихся навыков оперирования научным аппаратом и опыта творческой деятельности в области математического моделирования;
- способствовать формированию навыков самостоятельной работы с учебной литературой.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРАКТИЧЕСКОМУ ЗАНЯТИЮ

В ходе подготовки к практическому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы. Начинать надо с изучения рекомендованной литературы. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная его часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студентов. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения, проследить их логику и тем самым проникнуть в творческую лабораторию автора.

Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе.

Важно развивать умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал.

Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования. Преподаватель может рекомендовать студентам следующие основные формы записи: план (простой и развернутый), выписки, тезисы.

Результаты конспектирования могут быть представлены в различных формах.

План – это схема прочитанного материала, краткий (или подробный) перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Подробно составленный план вполне заменяет конспект.

Конспект – это систематизированное, логичное изложение материала источника. Различаются четыре типа конспектов:

- План-конспект – это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении.
- Текстуальный конспект – это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника.
- Свободный конспект – это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания материала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом.
- Тематический конспект – составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то схеме (вопросу).

В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь.

При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю.

После практического занятия необходимо не откладывая, в тот же день, выполнить все задания, оставленные для самостоятельной работы.

Ввиду трудоемкости подготовки к практическому занятию преподавателю следует предложить студентам алгоритм действий, рекомендовать еще раз внимательно прочитать записи лекций, тщательно продумать ответы на теоретические вопросы.

В начале практического занятия происходит обсуждение задач, решенных студентами самостоятельно дома. Это возможность для студентов еще раз обратить внимание на не понятные

до сих пор моменты и окончательно разобрать их. Преподаватель может (выборочно) проверить записи с самостоятельно решенными задачами.

Затем начинается опрос по теме, обозначенной для данного практического занятия. В процессе этого опроса студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия. Творческое обсуждение, дискуссии вырабатывают умения и навыки использовать приобретенные знания для различного рода ораторской деятельности.

На практическом занятии каждый его участник должен быть готовым к ответам на все теоретические вопросы, поставленные в плане, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Ответы должны строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы ответы были точными, логично построенными и не сводилось к чтению конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял глубокое понимание того, о чем он говорит, сопоставлял теоретические знания (определений, теорем, утверждений и т.д.) с их практическим применением для решения задач, был способен привести конкретные примеры тех математических объектов и положений, о которых рассуждает теоретически.

В ходе обсуждения теоретического материала могут разгореться споры, дискуссии, к участию в которых должен стремиться каждый. Преподавателю необходимо внимательно и критически слушать, подмечать особенное в суждениях студентов, улавливать недостатки и ошибки, корректировать их знания, и, если нужно, выступить в роли рефери. При этом обратить внимание на то, что еще не было сказано, или поддержать и развить интересную мысль, высказанную выступающим студентом.

В заключение опроса преподаватель, еще раз кратко резюмирует теоретический материал, необходимый для решения задач. Также преподаватель может (выборочно) проверить конспекты студентов и, если потребуется, внести в них исправления и дополнения.

Затем приступают к решению практических задач, используя изученные теоретические положения.

2. ПЛАН ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

2.1. Назначение и свойства математических моделей

Вопросы для подготовки к занятию

1. Что такое точность математической модели? Как практически оценивается точность?
2. Что такое чувствительность математической модели? Какие этапы включает оценка чувствительности?
3. Какая задача решается факторным экспериментом? Как определить значимость факторов модели?

Типовые учебные задачи

1. Мощность отопительного радиатора равна произведению его площади, коэффициента теплоотдачи и разности средних температур радиатора и воздуха в помещении. Разработайте простую аналитическую модель отопительного радиатора, проанализируйте ее с позиций сложности объекта, операторов, типа входных и выходных параметров, цели моделирования.
2. Проведите факторные эксперименты для различных значений входных переменных.
3. Определите коэффициенты чувствительности мощности (отклика) к вариациям факторов (средних температур, площади и коэффициента теплоотдачи). Дайте сравнительную оценку значимости факторов.
4. Оцените погрешность моделирования в условиях приближённых (с известной погрешностью) исходных данных.

Результат работы

Для проверки представляется отчёт о решении учебных задач.

2.2. Типовые математические модели простой структуры и задачи математического моделирования

Вопросы для подготовки к занятию

1. Какие уравнения используются при моделировании движения систем с упругими, инерционными и вязкими элементами?
2. Какие уравнения используются при моделировании теплопереноса в твёрдых телах?
3. Какие уравнения используются при моделировании массо- и теплопереноса в жидкостях и газах?
4. Какие уравнения используются при моделировании популяций типа «хищник-жертва»?

Типовые учебные задачи

1. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей движения железнодорожного состава. В первом приближении вагоны можно считать абсолютно жесткими телами, связи между ними — линейными или нелинейно упругими.
2. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей процесс нагревания и закипания чайника.

2.3. Программное обеспечение математического моделирования: универсальные математические программы

Вопросы для подготовки к занятию

1. Охарактеризуйте общематематические программы, используемые в вычислительном эксперименте с моделями простой структуры.
2. Какие численные методы применимы к решению: а) линейных стационарных задач; б) линейных нестационарных задач; в) нелинейных стационарных задач; г) линейных нестационарных задач?

Типовые учебные задачи

1. Получите численное или аналитическое решение прямой задачи моделирования для модели, сформулированной на занятии 2.
2. Найдите апостериорную оценку погрешности численного решения.

Указание: Рекомендуется использовать общематематическую программу MathCAD. Допускается использование электронных таблиц Excel.

2.4. Программное обеспечение математического моделирования: специализированные программные комплексы

Вопросы для подготовки к занятию

1. Изучите инструментальные программные средства комплекса «Алгозит» для конструирования вычислительных алгоритмов, используя входящие в него интерактивные уроки.
2. Какие виды алгомонов используются: а) для программирования циклических вычислений; б) для программирования многостраничных сетей; в) для программирования алгоритмов с ветвлением?

Типовые учебные задачи

1. Постройте функционально-объектную схему алгоритма решения одномерной прямой задачи теплопереноса.
2. Выполните полученную программу в пошаговом режиме.
3. Проведите (в автоматическом режиме) параметрическое исследование.

2.5. Структурные и функциональные математические модели

Вопросы для подготовки к занятию

1. Что такое тополого-геометрическая модель пространственного объекта?
2. Назовите и охарактеризуйте существующие программные средства построения тополого-геометрических моделей.
3. Какая математическая модель называется функциональной?
4. Как выполняется декомпозиция объекта по составляющим элементам?
5. В каких случаях и как выполняется декомпозиция модели по процессам?

Типовые учебные задачи

1. Постройте тополого-геометрическую модель арки моста, используя один из стандартных программных комплексов (AutoCAD, T-Flex). Экпортируйте таблицы топологии и координат в текстовые файлы.
2. Импортируйте полученные таблицы в редактор моделей комплекса «Алгозит».

3. Постройте функциональную модель, описывающую деформирование арки моста под нагрузкой.

2.6. Имитационное моделирование

Вопросы для подготовки к занятию

1. Охарактеризуйте различие детерминированных и стохастических функциональных моделей.
2. Как ставится задача имитационного моделирования объекта со случайными свойствами?

Типовые учебные задачи

1. Проанализируйте следующую концептуальную постановку задачи. На участке имеется N однотипных станков. Производительность одного станка такова, что в среднем в течение смены на нем можно обработать μ деталей. Детали поступают на обработку партиями по M штук. Партии поступают неравномерно и их поток близок к пуассоновскому. Интенсивность поступления составляет λ партий в смену.

2. Постройте граф состояний данной системы и запишите систему уравнений Колмогорова для финальных вероятностей.

3. Выполните имитационное моделирование, используя генератор случайных чисел для имитации потока событий.

4. Оцените отличие результатов имитационного моделирования от вычисленных вероятностей.

Указание: Рекомендуется использовать пакет MathCAD. Допускается использование вычислений в электронных таблицах Excel.

2.7. Методы адаптации и настройки математических моделей

Вопросы для подготовки к занятию

1. Какие параметры модели называются настроечными?
2. В чём состоит задача параметрической идентификации модели?
3. Какой метод используется для оценки значений настроечных параметров по данным эксперимента?
4. В чём состоит задача структурной идентификации модели?

Типовые учебные задачи

1. При изучении развития эпидемии некоторого заболевания обычно выделяют три группы людей: x — группа людей, восприимчивых к данному заболеванию, но еще не заразившаяся им; y — группа уже больных или инфицированных людей, которые могут выступать разносчиками болезни; z — группа людей, невосприимчивых к этой болезни или получившие иммунитет после перенесенного заболевания. Математическая модель развития эпидемии сформулирована в виде:

$$\frac{dx}{dt} = -ax, \quad \frac{dy}{dt} = ax - by, \quad \frac{dz}{dt} = by$$

Приняв коэффициенты a и b за настроечные параметры, постройте алгоритм настройки модели. Какие данные эксперимента необходимо использовать?

2. Лодку массы m оттолкнули от берега и, разогнав, отпустили при начальной скорости v_0 . Необходимо исследовать движение лодки в предположении, что сила сопротивления движению прямо пропорциональна скорости. Коэффициент сопротивления движению μ . Постройте модель

движения, используя аналитическое решение. Настройте модель, считая v_0 и μ настроенными параметрами.

2.8. Апостериорная оценка погрешности численного решения

Вопросы для подготовки к занятию

1. Что называется верификацией математической модели? Какие свойства модели исследуются при верификации?
2. Как оценить фактическую погрешность численного решения?
3. Что такое эффективный порядок сходимости сеточного метода? Чем он отличается от асимптотического порядка?
4. Сформулируйте правило Рунге для апостериорной оценки погрешности.

Типовые учебные задачи

1. Для задачи 2 занятия 7 используйте численное интегрирование по времени: по схеме Эйлера, по схеме Рунге-Кутты второго порядка, по неявной разностной схеме второго порядка.
2. Для каждой схемы выполните вычисления с последовательным удвоением шага. Определите эффективный порядок сходимости и оцените погрешность.
3. Выясните влияние величины шага интегрирования и разностной схемы на результаты идентификации. Устойчиво ли решение задачи идентификации?

2.9. Структура математических моделей естественных и технических объектов и процессов в них

Вопросы для подготовки к занятию

1. Перечислите группы уравнений, входящих в дифференциальную математическую модель балансного типа.
2. Определите тип уравнений для задач: а) стационарной и нестационарной теплопроводности; б) электропроводности при постоянном токе; в) равновесия деформируемого тела; г) колебаний упругих тел.
- 3) Как формулируются граничные и начальные условия для каждого из этих видов уравнений?
- 4) Что такое определяющее уравнение материала? Приведите примеры определяющих уравнений теплопроводных, электропроводных, упругих и вязкоупругих материалов.

Типовые учебные задачи

1. Сформулируйте концептуальную и математическую постановки для модели, описывающей свободные колебания упругого стержня заданной жесткости и плотности.
2. Определите, какие процессы происходят в стержне при движении. Какие переменные состояния характеризуют эти процессы?
3. Запишите определяющие уравнения: для процесса движения с ускорением; для процесса упругой деформации. Составьте уравнения баланса (равновесия внутренних сил и сил инерции). Какие граничные условия обеспечивают единственность решения?
4. Определите, какими уравнениями связаны конечные и дифференциальные характеристики процесса (перемещения и деформации).
5. Постройте численную схему и алгоритм решения прямой задачи.

Примечание: задания могут быть сформулированы по вариантам, с различными содержательными постановками задач описания процессов разной физической природы.

2.10. Методы модификации определяющих уравнений модели

Вопросы для подготовки к занятию

1. Перечислите уравнения модели, которые определяют линейность или системы уравнений баланса.
2. В каких случаях могут быть заменены линейными: а) определяющие уравнения; б) уравнения связи конечных и дифференциальных характеристик; в) граничные условия?
3. Охарактеризуйте решение нелинейных систем уравнений методом последовательной линеаризации. Как должна быть модифицирована математическая модель?

Типовые учебные задачи

1. Для задачи занятия 9 выполните замену определяющего уравнения, считая реакцию материала нелинейной (например, нелинейно-упругий материал вместо линейно-упругого).

2. Одномерное поле температуры в стене описывается уравнением теплопроводности:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \text{с граничными условиями на поверхностях стены: внутри здания}$$

$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h(T_0 - T)$ (конвекция), снаружи $\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = r(T^4 - T_\infty^4)$ (излучение). Постройте численную схему.

3. Модифицируйте модель путём линеаризации граничного условия на наружной поверхности стены.

2.11. Методы модификации структуры модели

Вопросы для подготовки к занятию

1. Приведите примеры математических аналогий в постановке задач: теплопроводности и электропроводности; теплопроводности и упругости; колебаний систем с вязкими и упругими элементами.
2. Дайте определение понятию структуры системы уравнений.
3. Приведите примеры структур определяющих уравнений деформирования материалов с различными физическими свойствами.
4. Приведите примеры изменения структуры уравнений при изменении топологической схемы объекта.

Типовые учебные задачи

1. Для задачи занятия 9 измените тополого-геометрическую схему объекта, заменив стержень на систему из двух стержней с различными свойствами.

2. Выполните изменение структуры модели, учитывая вязкоупругие свойства одного из стержней: а) по модели последовательного соединения вязкого и упругого элемента; б) по модели параллельного соединения вязкого и упругого элемента.

3. Постройте численные схемы, получите численные решения и определите качественные различия в поведении моделей.

Указание: Рекомендуется использовать комплекс программ «Алгозит».

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Данилов, Н.Н. Математическое моделирование [Электронный ресурс] : учебн. пособие / Н.Н. Данилов. - Электрон. текстовые дан. – Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2014. – 98 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=278827

Дополнительная литература

2. Введение в математическое моделирование [Электронный ресурс] : учебн. пособие / под ред П.В. Трусова - - Электрон. Текстовые дан. – Москва: Логос, 2004 – 440 с. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=84691

3. Губарь, Ю.В. Введение в математическое моделирование / Ю.В. Губарь ; Национальный Открытый Университет "ИНТУИТ". - Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий, 2007. - 153 с. : табл., схем. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233992>

4. Иванов, В.В. Математическое моделирование : учебно-методическое пособие / В.В. Иванов, О.В. Кузьмина ; Поволжский государственный технологический университет. - Йошкар-Ола : ПГТУ, 2016. - 88 с. : схем., табл. - ISBN 978-5-8158-1744-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459482>