

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00  
Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки  
образовательное учреждение высшего образования  
«Кемеровский государственный университет»  
Новокузнецкий институт (филиал)

Факультет информатики, математики и экономики  
Кафедра математики, физики и математического моделирования

*Долматова Татьяна Альбертовна*

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

*Методические указания по изучению дисциплины  
по направлению подготовки*

*44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)*

*Математика и Информатика*

*Математика и Физика*

Новокузнецк - 2020

**Долматова Т.А.**

Математический анализ: метод. указ. к семинарским занятиям по направлениям подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» (уровень бакалавриата) / Т.А. Долматова. - Новокузнецк ин-т (фил.) Кемеров. гос. ун-та. – Новокузнецк: НФИ КемГУ, 2020. – 13 с. - Текст: непосредственный.

В настоящих методических указаниях для студентов представлены методические указания по подготовке к лекционным и практическим занятиям, по подготовке к промежуточному контролю и по работе с учебной литературой. Также представлены примерные темы письменных учебных работ.

Рекомендовано  
на заседании  
кафедры  
математики, физики и  
математического  
моделирования  
Протокол № 3 от  
22 октября 2020г.  
Заведующий кафедрой

 / Е.В. Решетникова

Долматова Т.А., 2020  
Федеральное государственное  
бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Кемеровский государственный  
университет», Новокузнецкий  
институт (филиал), 2020

Текст представлен в авторской редакции

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|  |    |
|--|----|
| 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ПОДГОТОВКЕ К УЧЕБНЫМ<br>ЗАНЯТИЯМ .....   | 4  |
| 1.1. Методические указания обучающимся по подготовке к лекционным занятиям .....                                       | 4  |
| 1.2. Методические указания обучающимся по подготовке к практическим занятиям .....                                     | 5  |
| 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ВНЕАУДИТОРНОЙ<br>САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ ..... | 7  |
| 2.1. Методические указания обучающимся по подготовке к промежуточному контролю .....                                   | 7  |
| 2.2. Методические указания обучающимся по работе с учебной литературой .....   | 7  |
| 3. ПРИМЕРНЫЕ ТЕМЫ ПИСЬМЕННЫХ УЧЕБНЫХ РАБОТ .....   | 10 |
| 3.1. Контрольная работа № 1 .....  | 10 |
| 3.2. Контрольная работа № 2 .....  | 10 |
| 3.3. Контрольная работа № 3 .....  | 10 |
| 3.4. Контрольная работа № 4 .....  | 11 |
| 3.5. Контрольная работа № 5 .....  | 12 |
| 3.6. Контрольная работа № 6 .....  | 12 |
| 4. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....   | 13 |

## **1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ПОДГОТОВКЕ К УЧЕБНЫМ ЗАНЯТИЯМ**

### **1.1. Методические указания обучающимся по подготовке к лекционным занятиям**

На лекциях преподаватель рассматривает вопросы рабочей программы учебной дисциплины, составленной в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки).

Знакомство с учебной дисциплиной происходит уже на первой лекции, где от обучающегося требуется не просто внимание, но и самостоятельное оформление конспекта. При работе с конспектом лекций необходимо учитывать тот фактор, что одни лекции дают ответы на конкретные вопросы темы, другие – лишь выявляют взаимосвязи между явлениями, помогая студенту понять глубинные процессы развития изучаемого предмета.

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется конспектировать содержание учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Конспектирование лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы, предполагающий интенсивную умственную деятельность студента. Конспект является полезным тогда, когда он оформляется самим обучающимся. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Целесообразно вначале понять основную мысль, излагаемую лектором, а затем записать ее. Желательно запись осуществлять на одной странице листа или оставляя поля, на которых позднее, при самостоятельной работе с конспектом, можно сделать дополнительные записи, отметить непонятные места.

Конспект лекции лучше подразделять на пункты, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать вопросы плана лекции, предложенные преподавателем. Следует обращать внимание на акценты, выводы, которые делает выступающий, отмечая наиболее важные моменты в лекционном материале замечаниями «важно», «хорошо запомнить» и т.п., выделяя их и с помощью разноцветных маркеров или ручек, подчеркивая термины и определения.

Целесообразно разработать собственную систему сокращений, аббревиатур и символов. Однако при дальнейшей работе с конспектом символы лучше заменить обычными словами для быстрого зрительного восприятия текста.

Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту учебную литературу, которую дополнительно рекомендовал преподаватель. Именно такая серьезная, кропотливая работа с текстом лекции позволит глубоко овладеть теоретическим материалом.

При подготовке к лекционным занятиям студентам важно соблюдать следующие правила:

– перед каждой лекцией просматривать рабочую программу дисциплины, что позволит сэкономить время на записывание темы лекции, ее основных вопросов, рекомендуемой литературы;

– на отдельные лекции приносить соответствующий материал на бумажных носителях, представленный лектором на портале или присланный на «электронный почтовый ящик группы» (таблицы, графики, схемы); данный материал будет охарактеризован, прокомментирован, дополнен непосредственно на лекции;

– перед очередной лекцией необходимо просмотреть по конспекту материал предыдущей лекции; при затруднениях в восприятии материала следует обратиться к основным учебным источникам; если разобраться в материале опять не удалось, то необходимо обратиться к лектору (по графику его консультаций) или к преподавателю на практических занятиях;

– студенты, присутствующие на лекционном занятии, обязаны не только внимательно слушать преподавателя кафедры, но и конспектировать излагаемый им материал; при этом

конспектирование материала представляет собой запись основных теоретических положений, излагаемых лектором. Конспектирование лекций дает студенту не только возможность пользоваться записями лекций при самостоятельной подготовке к семинарам и зачету (экзамену), но и глубже и основательней вникнуть в существо излагаемых в лекции вопросов, лучше усвоить и запомнить материал.

– для студента важно выработать свой стереотип написания слов, однако по возможности надо стараться избегать различных ненужных сокращений и записывать слова, обычно не сокращаемые, полностью; если существует необходимость прибегнуть к сокращению, то надо употреблять общепринятые сокращения, так как произвольные сокращения по истечении некоторого времени забываются, и при чтении конспекта бывает, в связи с этим, очень трудно разобрать написанное.

– студенту, пропустившему лекционное занятие (независимо от причин), рекомендуется не позже чем в 10-дневный срок явиться на консультацию к преподавателю и отчитаться по теме, изучавшейся на лекции (студенты, не отчитавшиеся за каждое пропущенное занятие к началу зачетной сессии, упускают возможность получить положенные баллы за работу в соответствующем семестре).

## **1.2. Методические указания обучающимся по подготовке к практическим занятиям**

Значительную роль в изучении предмета выполняют практические занятия, которые призваны, прежде всего, закреплять теоретические знания, полученные в ходе прослушивания и запоминания лекционного материала, ознакомления с учебной и научной литературой, а также выполнения самостоятельных заданий. Тем самым, практические занятия способствуют получению наиболее качественных знаний, помогают приобрести навыки самостоятельной работы.

Приступая к подготовке темы практического занятия, необходимо внимательно ознакомиться с его планом. Затем следует изучить соответствующие конспекты лекций, главы учебников и методических пособий, разобрать примеры, ознакомиться с дополнительной литературой (справочниками, энциклопедиями, словарями). Предлагается к наиболее важным и сложным вопросам темы составлять конспекты ответов. Конспектирование дополнительных источников также способствует более плодотворному усвоению учебного материала. Следует готовить все вопросы соответствующего занятия: необходимо уметь давать определения основным понятиям, знать основные положения теории, правила и формулы, предложенные для запоминания к каждой теме

Перед очередным практическим занятием целесообразно выполнить все задания, предназначенные для самостоятельного рассмотрения, изучить лекцию, соответствующую теме следующего практического занятия, подготовить ответы на вопросы по теории, разобрать примеры. В процессе подготовки к практическому занятию закрепляются и уточняются уже известные и осваиваются новые категории, «язык» становится богаче. Столкнувшись в ходе подготовки с недостаточно понятными моментами темы, необходимо найти ответы самостоятельно или зафиксировать свои вопросы для постановки и уяснения их на самом практическом занятии.

В начале занятия следует задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении.

Самое главное на практическом занятии – уметь изложить свои мысли окружающим, поэтому необходимо обратить внимание на нижеследующие полезные советы.

1. Если студент чувствует, что не владеет навыком устного изложения, необходимо составить подробный план материала, который он будет излагать. Но только план, а не подробный ответ, чтобы избежать зачитывания.

2. Студенту необходимо стараться отвечать, придерживаясь пунктов плана.

3. При устном ответе не волноваться, так как вокруг друзья, а они очень благожелательны к присутствующим.

4. Следует говорить внятно при ответе, не употреблять слова-паразиты.
5. Полезно изложить свои мысли по тому или иному вопросу дома, в общежитии.

## **2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

### **2.1. Методические указания обучающимся по подготовке к промежуточному контролю**

Готовиться к зачету/экзамену необходимо последовательно, с учетом контрольных вопросов, разработанных ведущим преподавателем кафедры. Сначала следует определить место каждого контрольного вопроса в соответствующем разделе темы учебной программы, а затем внимательно прочитать и осмыслить рекомендованные научные учебные работы, соответствующие разделы рекомендованных учебников. При этом полезно делать хотя бы самые краткие выписки и заметки. Деятельность над темой можно считать завершенной, если вы сможете ответить на все контрольные вопросы и дать определение понятий по изучаемой теме. Для обеспечения полноты ответа на контрольные вопросы и лучшего запоминания теоретического материала рекомендуется составлять план ответа на контрольный вопрос. Это позволит сэкономить время для подготовки непосредственно перед зачетом за счет обращения не к учебной литературе, а к своим записям. При подготовке необходимо выявлять наиболее сложные, дискуссионные вопросы, с тем, чтобы обсудить их с преподавателем на обзорных лекциях и консультациях. Нельзя ограничивать подготовку к зачету простым повторением изученного материала. Необходимо углубить и расширить ранее приобретенные знания за счет новых идей и положений. Результат по сдаче зачета/экзамена объявляется студентам, вносится в зачетную/экзаменационную ведомость. При получении отметки «не засчитено»/«неудовлетворительно» повторная сдача осуществляется в другие дни, установленные деканатом.

### **2.2. Методические указания обучающимся по работе с учебной литературой**

Работу с учебной литературой целесообразно начать с изучения общих работ по теме, а также учебников и учебных пособий. Далее рекомендуется перейти к анализу монографий и статей, рассматривающих отдельные аспекты проблем, изучаемых в рамках курса, а также официальных материалов и неопубликованных документов (научно-исследовательские работы, диссертации), в которых могут содержаться основные вопросы изучаемой проблемы.

Работу с источниками надо начинать с ознакомительного чтения, т.е. просмотреть текст, выделяя карандашом его структурные единицы. При ознакомительном чтении закладками отмечаются те страницы, которые требуют более внимательного изучения.

В зависимости от результатов ознакомительного чтения выбирается дальнейший способ работы с источником. Если для разрешения поставленной задачи требуется изучение некоторых фрагментов текста, то используется метод выборочного чтения. Если в книге нет подробного оглавления, следует обратить внимание ученика на предметные и именные указатели.

Избранные фрагменты или весь текст (если он целиком имеет отношение к теме) требуют вдумчивого, неторопливого чтения с «мысленной проработкой» материала. Такое чтение предполагает выделение: 1) главного в тексте; 2) основных аргументов; 3) выводов. Особое внимание следует обратить на то, вытекает ли тезис из аргументов или нет.

Необходимо также проанализировать, какие из утверждений автора носят проблематичный, гипотетический характер.

Умение работать с текстом приходит постепенно. Наилучший способ научиться выделять главное в тексте, определять проблематичный характер утверждений, давать оценку авторской позиции – это сравнительное чтение, в ходе которого происходит знакомство с различными мнениями по одному и тому же вопросу, сравнивается весомость и доказательность аргументов сторон и делается вывод о наибольшей убедительности той или иной позиции.

Если в учебной литературе встречаются разные точки зрения по тому или иному вопросу из-за сложности прошедших событий и правовых явлений, нельзя их отвергать, не разобравшись. При наличии расхождений между авторами необходимо найти рациональное зерно у каждого из них, что позволит глубже усвоить предмет изучения и более критично оценивать изучаемые вопросы. Знакомясь с особыми позициями авторов, нужно определять их схожие суждения, аргументы, выводы, а затем сравнивать их между собой и применять из них ту, которая более убедительна.

Следующим этапом работы с научной и учебной литературой является создание записей. Форма записей может быть разнообразной: простой или развернутый план, тезисы, цитаты, конспект и др.

*План* – структура письменной работы, определяющая последовательность изложения материала. Он является наиболее краткой и потому самой доступной и распространенной формой записей содержания исходного источника информации; это перечень основных вопросов, рассматриваемых в источнике. План может быть простым и развернутым. Их отличие состоит в степени детализации содержания и, соответственно, в объеме. Преимущество плана состоит в том, что план позволяет наилучшим образом уяснить логику мысли автора, упрощает понимание главных моментов произведения. Кроме того, он позволяет быстро и глубоко проникнуть в сущность построения произведения и, следовательно, гораздо легче ориентироваться в его содержании и быстрее обычного вспомнить прочитанное. С помощью плана гораздо удобнее отыскивать в источнике нужные места, факты, цитаты и т.д.

*Выписки* представляют собой небольшие фрагменты текста (неполные и полные предложения, отделы абзацы, а также дословные и близкие к дословным записи об излагаемых в нем фактах), содержащие в себе квинтэссенцию содержания прочитанного. Выписки представляют собой более сложную форму записи содержания исходного источника информации. Выписки позволяют в концентрированной форме и с максимальной точностью воспроизвести наиболее важные мысли автора, статистические и даталогические сведения. В отдельных случаях – когда это оправдано с точки зрения продолжения работы над текстом – вполне допустимо заменять цитирование изложением, близким дословному.

*Тезисы* – сжатое изложение содержания изученного материала в утвердительной (реже опровергающей) форме. Отличие тезисов от обычных выписок состоит в том, что тезисам присуща значительно более высокая степень концентрации материала. В тезисах отмечается преобладание выводов над общими рассуждениями. Записываются они близко к оригинальному тексту, т.е. без использования прямого цитирования.

*Аннотация* – краткое изложение основного содержания исходного источника информации, дающее о нем обобщенное представление. К написанию аннотаций прибегают в тех случаях, когда подлинная ценность и пригодность исходного источника информации исполнителю письменной работы окончательно неясна, но в то же время о нем необходимо оставить краткую запись с обобщающей характеристикой.

*Резюме* – краткая оценка изученного содержания исходного источника информации, полученная, прежде всего, на основе содержащихся в нем выводов. Резюме весьма сходно по своей сути с аннотацией. Однако, в отличие от последней, текст резюме концентрирует в себе данные не из основного содержания исходного источника информации, а из его заключительной части, прежде всего выводов. Но резюме излагается своими словами – выдержки из оригинального текста в нем практически не встречаются.

*Конспект* представляет собой сложную запись содержания исходного текста, включающую в себя заимствования (цитаты) наиболее примечательных мест в сочетании с планом источника, а также сжатый анализ записанного материала и выводы по нему. При выполнении конспекта требуется внимательно прочитать текст, уточнить в справочной литературе непонятные слова и вынести справочные данные на поля конспекта. Нужно выделить главное, составить план. Затем следует кратко сформулировать основные положения текста, отметить аргументацию автора. Записи материала следует проводить, четко следя пунктам плана и выражая мысль своими словами. Цитаты должны быть записаны грамотно, учитывать лаконичность, значимость мысли. В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства.

При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Конспекты пишутся на одной стороне листа, с полями и достаточным для исправления и ремарок межстрочным расстоянием (эти правила соблюдаются для удобства редактирования). Если в конспектах приводятся цитаты, то непременно должно быть дано указание на источник (автор, название, выходные данные, № страницы). Впоследствии эта информации может быть использована при написании текста реферата или другого задания.

Таким образом, при работе с научными источниками и учебной литературой важно уметь:

- сопоставлять, сравнивать, классифицировать, группировать, систематизировать информацию в соответствии с определенной учебной задачей;
- обобщать полученную информацию, оценивать прослушанное и прочитанное;
- фиксировать основное содержание сообщений; формулировать, устно и письменно, основную идею сообщения; составлять план, формулировать тезисы;
- готовить и презентовать развернутые сообщения типа доклада;
- работать в разных режимах (индивидуально, в паре, в группе), взаимодействуя друг с другом;
- пользоваться реферативными и справочными материалами;
- контролировать свои действия и действия своих товарищей, объективно оценивать свои действия;
- обращаться за помощью, дополнительными разъяснениями к преподавателю, другим студентам;
- пользоваться различными словарями, опорами в тексте (ключевые слова, структура текста, предваряющая информация и др.);
- использовать при говорении и письме синонимичные средства, слова-описания общих понятий, разъяснения, примеры, толкования и др.;
- повторять или перефразировать реплику собеседника в подтверждении понимания его высказывания или вопроса;
- обратиться за помощью к собеседнику (уточнить вопрос, переспросить и др.)

### 3. ПРИМЕРНЫЕ ТЕМЫ ПИСЬМЕННЫХ УЧЕБНЫХ РАБОТ

#### 3.1. Контрольная работа № 1

##### *Функции, пределы, непрерывность* Вариант (образец)

1. Найти область определения функций: а)  $f(x) = \lg(x+7) - \frac{1}{2}\lg(2x-1)$ ;
- б)  $f(x) = \log_{\frac{x-1}{x+5}} 0,3$ .
2. Выяснить, является ли заданная функция четной или нечетной или не является ни четной, ни нечетной: а)  $y = x^3 - 2x^5$ ; б)  $y = \frac{3x \cdot \operatorname{tg} 3x}{x^2 + 4}$ .
3. Построить графики функций: а)  $y = 4 - 4x^2$ ; б)  $y = 4 \sin x$ .
4. Изобразить точками на плоскости последовательность, заданную общим членом  $a_n = \frac{n+1}{2n}$ .
5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 3x^2 - x}{7x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}$ ;  
г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3+x+x^2} - \sqrt{9-2x+x^2}}{x^2 - 3x + 2}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$ ; ж)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$ .
6. Пользуясь методом замены бесконечно малых эквивалентными, найти пределы:  
а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 10^x}{3^x - 7^x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x} - 1}{\arcsin x}$ .

#### 3.2. Контрольная работа № 2

##### *Дифференциальное исчисление* Вариант (образец)

1. Найдите производные функций:
  - 1)  $y = 5x^6 - \cos x + \operatorname{tg} x$ ;
  - 2)  $y = x^6 - \frac{2}{x^2} + \operatorname{arctg} x$ ;
  - 3)  $y = \ln(\cos 2x - \sqrt{x})$ ;
  - 4)  $y = \cos^2(\sqrt{2x} - 5^{2x})$ ;
  - 5)  $y = \sin 2x \cdot \cos 5x$ ;
  - 6)  $y = e^{2x} \cdot \operatorname{tg}(6x - 1)$ ;
  - 7)  $y = \frac{2 \cos 5x}{\sin^3 2x}$ ;
  - 8)  $y = \frac{13\sqrt{x}}{\sin(2x - 1)}$ .
2. Найти производные второго порядка:
  - 1)  $y = \sin^2 x$ ;
  - 2)  $y = \sqrt{1+x^2}$ ;
  - 3)  $y = \ln(2x - 3)$ .
3. Исследовать функцию и построить её график:
  - 1)  $y = x^3 - 3x$ ;
  - 2)  $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2$ ;
  - 3)  $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$ ;
  - 4)  $y = x^2 \ln^2 x$ .

#### 3.3. Контрольная работа № 3

##### *Интегральное исчисление* Вариант (образец)

1. Найти интегралы:
  - 1)  $\int (x^2 + 3x^3 + x + 1) dx$ ;
  - 2)  $\int (x^4 + \sqrt[5]{x} + 3\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}) dx$ ;

$$3) \int e^{\cos x} \sin x dx; \quad 4) \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$$

2. Вычислить интегралы:

$$\begin{aligned} 1) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}; & \quad 2) \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx; & \quad 3) \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right) dx; & \quad 4) \int_1^2 \frac{dx}{x}; \\ 5) \int_0^{\pi} \sin x dx; & \quad 6) \int_{2\pi}^{3\pi} x \sin x dx; & \quad 7) \int_0^4 \left(1 + e^{\frac{x}{4}}\right) dx; & \quad 8) \int_{-1}^7 \frac{dx}{\sqrt{3x+4}}. \end{aligned}$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$1) x = 1/2y^2, x = 0, y = 1, y = -3; \quad 2) y = x^2, y^2 = -x.$$

4. Найти объем тела вращения, образованного линиями:

$$\begin{aligned} 1) xy = 4, x = 1, x = 4, y = 0 \text{ вокруг оси } Ox; \\ 2) y = x^3, x = 0, y = 8 \text{ вокруг оси } Oy. \end{aligned}$$

### 3.4. Контрольная работа № 4

#### *Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных*

Вариант (образец)

1. Найти область определения функций:

$$1) z = 4 - x + 2y; \quad 2) z = \frac{3}{x^2 + y^2}.$$

2. Найти частные производные первого порядка

$$1) z = 2x^5 + 3x^3y^2 - y^2 - 5x^4y; \quad 2) z = \frac{xy}{x-y};$$

$$3) z = \sin(x+y); \quad 4) z = x^2y + (2x-3y)^2.$$

3. Найти частные производные для функции в указанной точке:

$$z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}} \text{ в точке } B(1; 1).$$

$$4. \text{ Дана функция } z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y}). \text{ Доказать, что } x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}.$$

5. Найти указанные частные производные третьего порядка от функции

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - ? \quad \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} - ? \text{ от } z = x^5 + 3y^3 + 2x - y.$$

6. Найти полный дифференциал функции  $z = 2y + e^{x^2-y} + 1$ .

$$7. \text{ Вычислить интегралы: } 1) \int_0^2 dx \int_0^x 3dy; \quad 2) \int_1^2 dx \int_x^{x^2} (2x-y) dy.$$

8. Поменять порядок интегрирования:

$$1) \int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy; \quad 2) \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy; \quad 3) \int_0^1 dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy.$$

9. Вычислить двойные интегралы по указанным областям G:

$$1) \iint_G x\sqrt{y} dxdy; \quad G: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1; \quad 2) \iint_G (x+2y) dxdy; \quad G: y = x^2, y = 0, x+y-2=0$$

### 3.5. Контрольная работа № 5

#### Ряды

Вариант (образец)

1. Выяснить сходимость и найти сумму ряда:

$$1) 1 + q + q^2 + q^3 + \dots, |q| < 1; 2) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots;$$
$$3) 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots; 4) \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots$$

2. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1};$$
$$4) \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \sin \frac{1}{n}; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

3. Исследовать на сходимость ряд:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1 + 2^{2n}}; 4) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(2^n + 1)}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3 + 2^n}.$$

4. Исследовать сходимость ряда:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{n^2+1}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{2^n}.$$

### 3.6. Контрольная работа № 6

#### Дифференциальные уравнения

Вариант (образец)

1. Решить дифференциальные уравнения: 1)  $x^2 y' + y = 0$ ; 2)  $y' = -\frac{y}{x}$ .

2. Найти интегральную кривую уравнения, проходящую через точку  $M$ :

$$1) xy' = 2y, M(2;3); 2) y'(x^2 - 4) = 2xy, M(0;1).$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) (1 + e^{2x}) y^2 \cdot y' = e^x; 2) y' + (2y + 1) \operatorname{ctgx} x = 0; 3) xy' + y = e^{-x};$$

$$4) xy' = x^3 + y; 5) y'x + y = -xy^2; 6) y' - xy = -y^3 e^{-x^2};$$

$$7) y'' = xe^{-x}, y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

4. Проверить, будут ли указанные функции общими решениями для данного дифференциального уравнения:  $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$  для  $y'' + y = 0$ .

5. Найти решение, удовлетворяющее начальным условиям:

$$1) y'' + 5y' + 6y = 0; y(0) = 1, y'(0) = -6; 2) y'' - 10y' + 25y = 0; y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

#### **4. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

##### **Основная учебная литература:**

1. Баврин, И. И. Математический анализ : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 327 с. — (Бакалавр. Академический курс).— Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/427808>.

##### **Дополнительная учебная литература:**

1. Бурмистрова, Е. Б. Математический анализ и дифференциальные уравнения [Текст] : учебник для вузов / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. - Москва : Академия, 2010. - 367 с. - (Университетский учебник. Высшая ма-тематика и ее приложения к экономике). - Библиогр.: с. 361-362. – ISBN 9785769562655 Количество: 15