

Подписано электронной подписью:

Вержицкий Данил Григорьевич

Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»

Дата и время: 2024-02-21 00:00:00

471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

Федеральное государственное бюджетное

образовательное учреждение высшего образования

«Кемеровский государственный университет»

Новокузнецкий институт (филиал)

Факультет информатики, математики и экономики

Кафедра информатики и вычислительной техники им. В. К. Буторина

И. А. Жибинова

Метрология, стандартизация и сертификация

*Методические указания к выполнению расчетно-графической работы
по теме «Обработка результатов прямых многократных измерений»
для обучающихся по направлению подготовки*

*09.03.01 Информатика и вычислительная техника
(направленность (профиль) Автоматизированные системы обработки ин-
формации и управления*

Новокузнецк

2019

УДК 378.147.88(072)
ББК 74.484(2Рос-4Кем)я73

Ж66

Жибинова И. А.

Ж66 «Метрология, стандартизация и сертификация: метод. указ. к выполнению расчетно-графической работы по теме «Обработка результатов прямых многократных измерений» для обучающихся по направлению 09.03.01 - Информатика и вычислительная техника / И. А. Жибинова ; Новокузнец. ин-т (фил.) Кемеров. гос. ун-та. – Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2019. – 37 с.

Приводятся варианты заданий к выполнению расчетно-графической работы; список рекомендуемой литературы; краткие теоретические сведения; вопросы для самоконтроля; порядок выполнения работы; требования к структуре работы и представлению результатов, которые студент должен показать в отчете с примерами их изложения; технология работы с инструментами программной надстройки «Пакет анализа» Microsoft Excel, которые могут быть использованы в работе.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению 09.03.01 Информатика и вычислительная техника (профиль Автоматизированные системы обработки информации и управления) при освоении дисциплины «Метрология, стандартизация и сертификация».

Рекомендовано
на заседании кафедры информатики
и вычислительной техники
им. В. К. Буторина
26 ноября 2019 года

Заведующий кафедрой



А. В. Маркидонов

Утверждено
методической комиссией факультета
информатики, математики и
экономики
12 декабря 2019 г.

Председатель методкомиссии



Г. Н. Бойченко

УДК 378.147.88(072)
ББК 74.484(2Рос-4Кем)я73

©Жибинова И. А., 2019

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кемеровский государственный университет»,

Новокузнецкий институт (филиал), 2019

Текст представлен в авторской редакции

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Общие положения	4
2 Задание к расчетно-графической работе	6
3 Теоретические сведения	6
3.1 Основные понятия	6
3.2 Порядок обработки результатов прямых многократных измерений.....	8
3.2.1 Исключение известных систематических погрешностей из результатов измерений	9
3.2.2 Вычисление оценки измеряемой величины.....	9
3.2.3 Вычисление среднего квадратического отклонения результатов измерений.....	9
3.2.4 Исключение грубых погрешностей	11
3.2.5 Вычисление доверительной границы случайной погрешности оценки измеряемой величины	12
3.2.6 Округление при обработке результатов измерений.....	14
3.2.7 Оформление записи результата измерений	15
4 Графическое изображение ряда результатов измерений	16
4.1 График протокола измерений.....	16
4.2 Гистограмма	16
5 Решение задачи средствами Excel.....	20
5.1 Технология работы в режиме «Анализ данных»	20
5.2 Технология работы в режиме "Описательная статистика"	21
5.3 Технология работы в режиме "Гистограмма"	23
6 Методические указания к выполнению задания	26
7 Структура и содержание отчета по выполнению расчетно-графической работы.....	27
7.1 Нормативные ссылки.....	28
7.2 Содержание основной части отчета.....	28
8 Вопросы для самоконтроля.....	31
9 Список рекомендуемой литературы	32
Приложение А Исходные данные для выполнения расчетно-графической работы.....	34

Введение

Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника (направленность (профиль) Автоматизированные системы обработки информации и управления), при освоении ими дисциплины «Метрология, стандартизация и сертификация».

С целью формирования компетенций, необходимых для решения профессиональных задач, связанных с метрологическим обеспечением проектно-конструкторской и научно-исследовательской деятельности, обучающийся должен овладеть практическими навыками и умениями обработки и интерпретации измерительной информации, а также опытом использования нормативно-технической документации различного назначения (в частности государственных стандартов). Поэтому рабочей программой дисциплины «Метрология, стандартизация и сертификация» предусмотрено выполнение расчетно-графической работы на тему «Обработка результатов прямых многократных измерений» на основе ГОСТ Р 8.736-2011 ГСИ. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений.

В методических указаниях приведены варианты задания; содержатся список рекомендуемой литературы, краткие теоретические сведения, необходимые для их выполнения, систематизированные по материалам учебной литературы по дисциплине и нормативных документов по метрологии, вопросы для самоконтроля; детально изложен порядок выполнения работы; приведены требования к структуре работы и представлению результатов, которые студент должен показать в отчете с примерами их изложения.

Описана технология работы с инструментами программной надстройки «Пакет анализа» Microsoft Excel, которые могут быть использованы при обработке результатов измерений.

1 Общие положения

Расчетно-графическая работа выполняется согласно рабочей программе дисциплины (РПД) «Метрология, стандартизация и сертификация» по завершении изучения темы «Обработка результатов прямых многократных (статистических) измерений», являющейся составной частью раздела «Математическая обработка результатов измерений».

РПД размещена на официальном сайте НФИ КемГУ. Режим доступа: https://skado.dissw.ru/public_list/103/#2019-6

Преподаватель выдает задание, методические указания по выполнению и оформлению РГР, рекомендует студенту основную литературу, справочные и нормативные материалы, знакомит студента с порядком оценивания работы, проводит при необходимости консультации.

Работа выполняется по вариантам. Варианты отличаются видом физических величин, количеством измерений, величиной систематической погрешности. Номер варианта определяется по номеру фамилии студента в списке группы.

РГР представляется преподавателю на проверку в виде отчета – текстового документа, оформленного в соответствии с требованиями и правилами, установленными в вузе [6].

Отчет должен быть распечатан и сброшюрован. К отчету - приложен электронный вариант в формате Microsoft Word и файл с расчетами, выполненными в Microsoft Excel.

Выполненная РГР подлежит защите. Защита осуществляется в назначенное преподавателем время в форме собеседования и включает устный доклад студента о выполненной работе и ее результатах с демонстрацией на компьютере, а также ответы на вопросы, поставленные преподавателем.

Работа оценивается по балльно-рейтинговой системе. Порядок оценивания приведен в РПД.

Максимальный балл ставится в том случае, если: работа выполнена в установленные сроки; отчет оформлен в полном соответствии требованиям к содержанию и оформлению; расчетная часть выполнена верно; при собеседовании студент уверенно и доказательно отвечает на поставленные вопросы, показывает глубокие знания вопросов темы, свободно оперирует данными; количество правильных ответов на защите составляет от 80 до 100 процентов.

Пороговый балл ставится в том случае, если: без уважительной причины нарушен установленный срок представления работы; отчет не в полной мере отвечает установленным требованиям к содержанию или оформлению; допущены некоторые ошибки в расчетах; при защите студент проявляет неуверенность, не дает полного, аргументированного ответа на заданные вопросы; количество правильных ответов на защите составляет от 51 до 65 процентов.

2 Задание к расчетно-графической работе

Задание: Ряды n равноточных прямых измерений температуры заданы в таблице (см. приложение А). Систематическая погрешность измерений составляет 10 С.

Необходимо провести метрологическую оценку результата прямых многократных измерений согласно ГОСТ Р 8.736-2011 ГСИ. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения.

Считать, что полученная совокупность результатов подчиняется нормальному закону распределения.

Уровень доверительной вероятности принять равным $P_{\text{дов}}=0,95$ и $P_{\text{дов}}=0,99$.

Результат измерения записать в стандартной форме, с учетом округления.

3 Теоретические сведения

3.1 Основные понятия

Результат измерения физической величины; результат измерения; – результат - значение величины, полученное путем ее измерения.

Погрешность измерения - разность между результатом измерения величины и действительным (опорным) значением величины.

$$\Delta x = x_{\text{изм}} - x_{\text{ист(дст)}}, \quad (1)$$

где Δx - абсолютная погрешность измерения;

$x_{\text{изм}}$ -- результат, полученный при измерении;

$x_{\text{ист}}$ - истинное значение измеряемой величины;

$x_{\text{(дст)}}$ - действительное значение измеряемой величины.

Систематическая погрешность измерения; систематическая погрешность - составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же величины, проведенных с одинаковой тщательностью.

Отличительный признак систематических погрешностей заключается в том, что они могут быть предсказаны, обнаружены и, благодаря этому, почти полностью устранены введением соответствующей поправки в результат измерения.

Неисправленный результат измерений величины - результат измерений величины, полученный до введения в него поправки в целях устранения систематических погрешностей.

Неисключенная систематическая погрешность измерения - составляющая погрешности измерения, обусловленная погрешностью оценивания систематической погрешности, на которую введена поправка, или систематической погрешностью, на которую поправка не введена.

Случайная погрешность измерения; случайная погрешность - составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом (по знаку и значению) при повторных измерениях одной и той же величины, проведенных с одинаковой тщательностью.

Эти погрешности неизбежны, неустранимы и всегда присутствуют в результате измерения. Их можно существенно уменьшить путем увеличения числа наблюдений.

В основе теории случайных погрешностей лежит теория вероятностей и методы математической статистики. Из этого следует, что точный расчет погрешностей невозможен. Их можно только *оценить* с некоторой определенной вероятностью. Оценку случайной погрешности и определение интервала, внутри которого с заданной вероятностью лежит истинное значение физической величины, проводят по результатам статистической обработки ее многократных измерений.

Под *многократными измерениями* понимают не менее четырех измерений.

Группа результатов измерений величин: несколько результатов измерений (не менее четырех), полученных при измерениях одной и той же величины, выполненных с одинаковой тщательностью, одним и тем же средством измерений, одним и тем же методом и одним и тем же оператором.

Среднее квадратическое отклонение; стандартное отклонение - параметр функции распределения измеренных значений или показаний, характеризующий их рассеивание, и равный положительному корню квадратному из дисперсии этого распределения.

Выборочное стандартное отклонение среднего - оценка стандартного отклонения распределения среднего арифметического.

Выборочное стандартное отклонение иногда неправильно называют средней квадратической погрешностью.

Доверительные границы (погрешности измерения) - верхняя и нижняя границы интервала, внутри которого с заданной вероятностью находится значение погрешности измерений.

Неисправленная оценка измеряемой величины: Среднее арифметическое значение результатов измерений величины до введения в них поправки в целях устранения систематических погрешностей.

Исправленная оценка измеряемой величины: среднее арифметическое значение результатов измерений величины после введения поправки в целях устранения систематических погрешностей в неисправленную оценку измеряемой величины.

Грубая погрешность измерения: погрешность измерения, существенно превышающая зависящие от объективных условий измерений значения систематической и случайной погрешностей.

3.2 Порядок обработки результатов прямых многократных измерений

Необходимость выполнения прямых многократных измерений устанавливают в конкретных методиках измерений.

При статистической обработке группы результатов прямых многократных независимых измерений выполняют следующие операции:

1. Исключают известные систематические погрешности из результатов измерений.
2. Вычисляют оценку измеряемой величины;
3. Вычисляют среднее квадратическое отклонение результатов измерений.
4. Проверяют наличие грубых погрешностей и при необходимости исключают их.
5. Проверяют гипотезу о принадлежности результатов измерений нормальному распределению.
6. Вычисляют доверительные границы случайной погрешности (доверительную случайную погрешность) оценки измеряемой величины.
7. Вычисляют доверительные границы (границы) неисклученной систематической погрешности оценки измеряемой величины (НСП).
8. Вычисляют доверительные границы погрешности оценки измеряемой величины путем построения композиции распределений случайных погрешностей и НСП, рассматриваемых как случайные величины в соответствии.

Так как по условию задачи НСП не определены, исключим связанные с ними операции из дальнейшего рассмотрения.

3.2.1 Исключение известных систематических погрешностей из результатов измерений

Полученный в процессе измерения результат, содержащий систематическую погрешность, называется *неисправленным результатом* ($x_{изм}^*$).

Для исправления полученного результата надо внести *поправку*.

Поправка ($x_{п}$) - величина абсолютной систематической погрешности, взятая с обратным знаком, т.е.

$$x_{п} = - \Delta x_{сист} , \quad (2)$$

где $\Delta x_{сист}$ – систематическая погрешность измерения.

Поправка прибавляется к неисправленному результату измерений

$$x_{изм} = x_{изм}^* + x_{п}, \quad (3)$$

где $x_{изм}$ - *исправленный результат измерений величины* - результат измерений величины, полученный после введения поправки в целях устранения систематических погрешностей в неисправленный результат измерений величины.

3.2.2 Вычисление оценки измеряемой величины

Оценку измеряемой величины (действительного значения), за которую принимают среднее арифметическое значение \bar{x} исправленных результатов измерений, вычисляют по формуле

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i , \quad (4)$$

где x_i - i -й результат измерений;

n - число результатов измерений.

Если во всех результатах измерений содержится постоянная систематическая погрешность, ее допускается исключить после вычисления среднего арифметического значения неисправленных результатов измерений.

3.2.3 Вычисление среднего квадратического отклонения результатов измерений

Наличие случайных погрешностей вызывает рассеяние результатов измерений. В качестве основной числовой характеристики случайного рассеяния результатов измерений принята дисперсия $D = \sigma^2$ или стандартное откло-

нение σ . Ограниченное число результатов измерений позволяет получать лишь оценки этих характеристик (S^2 и S).

Оценку средней квадратической погрешности *единичного измерения* (S) в ряду равноточных измерений, за которую принимают среднее квадратическое отклонение группы, содержащей n результатов измерений, вычисляют по формуле

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad . , \quad (5)$$

где (\bar{x}) - среднее арифметическое значение исправленных результатов измерений;

x_i - i -й результат измерений;

n - число исправленных результатов измерений.

Среднее квадратическое отклонение среднего арифметического (оценки измеряемой величины) вычисляют по формуле

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad . \quad (6)$$

Полученные по формулам(4 – 6) числовые характеристики выражаются определенным числом и называются *точечными оценками*.

С использованием точечных оценок результат измерения с учетом случайной погрешности может быть представлен в виде:

$$x_{\text{дст}} = \bar{x} \pm S_{\bar{x}} \quad (7)$$

Такая запись говорит о том, что действительное значение измеряемой ФВ может находиться в интервале значений $x_{\text{дст.н}} = \bar{x} - S_{\bar{x}}$ до $x_{\text{дст.в}} = \bar{x} + S_{\bar{x}}$. Вероятность этого события пока не определена. Более того, результат измерения может находиться и вне интервала ограниченного значения $x_{\text{дст. н}}$ и $x_{\text{дст. в}}$. Вероятность этого события также пока не определена.

Более полную информацию о действительном значении измеряемой величины дает представление результата измерения в виде *доверительного интервала* при заданной доверительной вероятности $P_{\text{дов}}$ (см. 3.2.5 методических указаний).

3.2.4 Исключение грубых погрешностей

Ряд экспериментальных данных, полученных при многократном измерении одного и того же значения измеряемой ФВ, может содержать результаты, имеющие в своем составе грубые погрешности. Для того, чтобы эти данные не искажали результат измерений, их следует исключить.

Для исключения грубых погрешностей по ГОСТ Р 8.736-2011 используют *критерий Граббса*. Статистический критерий Граббса исключения грубых погрешностей основан на предположении о том, что группа результатов измерений принадлежит нормальному распределению. Для этого вычисляют критерии Граббса G_1 и G_2 , предполагая, что наибольший или наименьший результат измерений вызван грубыми погрешностями:

$$G_1 = \frac{|x_{\max} - \bar{x}|}{S}, \quad G_2 = \frac{|\bar{x} - x_{\min}|}{S}. \quad (8)$$

Сравнивают G_1 и G_2 с теоретическим значением G_T критерия Граббса при выбранном уровне значимости q . Критические значения критерия Граббса приведены в таблице 1.

Таблица 1 - Таблица критических значений критерия Граббса

n	Одно наибольшее или одно наименьшее значение при уровне значимости q	
	Свыше 1%	Свыше 5%
3	1,155	1,155
4	1,496	1,481
5	1,764	1,715
6	1,973	1,887
7	2,139	2,020
8	2,274	2,126
9	2,387	2,215
10	2,482	2,290
11	2,564	2,355
12	2,636	2,412
13	2,699	2,462
14	2,755	2,507
15	2,806	2,549
16	2,852	2,585

n	Одно наибольшее или одно наименьшее значение при уровне значимости q	
	Свыше 1%	Свыше 5%
17	2,894	2,620
18	2,932	2,651
19	2,968	2,681
20	3,001	2,709
21	3,031	2,733
22	3,060	2,758
23	3,087	2,781
24	3,112	2,802
25	3,135	2,822
26	3,157	2,841
27	3,178	2,859
28	3,199	2,876
29	3,218	2,893
30	3,236	2,908
31	3,253	2,924
32	3,270	2,938
33	3,286	2,952
34	3,301	2,965
36	3,330	2,991
38	3,356	3,014
40	3,381	3,036

Если $G_1 > G_T$, то x_{\max} исключают как маловероятное значение. Если $G_2 > G_T$, то x_{\min} исключают как маловероятное значение. Далее вновь вычисляют среднее арифметическое и среднее квадратическое отклонения ряда результатов измерений и процедуру проверки наличия грубых погрешностей повторяют.

Если $G_1 \leq G_T$, то x_{\max} не считают промахом и его сохраняют в ряду результатов измерений. Если $G_2 \leq G_T$, то x_{\min} не считают промахом и его сохраняют в ряду результатов измерений.

3.2.5 Вычисление доверительной границы случайной погрешности оценки измеряемой величины

Для определения доверительных границ погрешности оценки измеряемой величины доверительную вероятность $P_{\text{дов}}$ обычно принимают равной 0,95.

В особых случаях, например при измерениях, результаты которых имеют значение для здоровья людей, допускается кроме доверительной вероятности $P_{\text{дов}} = 0,99$ указывать более высокую доверительную вероятность.

Доверительные границы случайной погрешности оценки измеряемой величины устанавливают для результатов измерений, принадлежащих *нормальному распределению*.

При невыполнении этого условия методы вычисления доверительных границ случайной погрешности должны быть указаны в методике измерений.

При числе результатов измерений $n \leq 15$ принадлежность их к нормальному распределению не проверяют. При этом вычисление доверительных границ случайной погрешности оценки измеряемой величины по приведенной методике, допускается только в том случае, если заранее известно, что результаты измерений принадлежат нормальному распределению.

При числе результатов измерений $15 < n \leq 50$ для проверки принадлежности их к нормальному распределению предпочтителен составной критерий.

При числе результатов измерений $n > 50$ для проверки принадлежности их к нормальному распределению предпочтителен один из критериев:

К.Пирсона или Мизеса-Смирнова.

Доверительные границы (без учета знака) случайной погрешности оценки измеряемой величины вычисляют по формуле

$$\varepsilon = t S_{\bar{x}}, \quad (9)$$

где t - коэффициент Стьюдента, который в зависимости от доверительной вероятности и числа результатов измерений находят по таблице 2.

Таблица 2 - Значения коэффициентов t для случайной величины, имеющей распределение Стьюдента с $n-1$ степенями свободы

$n-1$	$P=0,95$	$P=0,99$
3	3,182	5,841
4	2,776	4,604
5	2,571	4,032
6	2,447	3,707

$n-1$	$P=0,95$	$P=0,99$
7	2,365	2,998
8	2,306	3,355
9	2,262	3,250
10	2,228	3,169
12	2,179	3,055
14	2,145	2,977
16	2,120	2,921
18	2,101	2,878
20	2,086	2,845
22	2,074	2,819
24	2,064	2,797
26	2,056	2,779
28	2,048	2,763
30	2,042	2,750
∞	1,960	2,576

3.2.6 Округление при обработке результатов измерений

Погрешность результата измерений позволяет определить те цифры результата, которые являются достоверными. При расчете величины погрешности, особенно с помощью ЭВМ, значение погрешности получается с большим числом знаков. Это создает впечатление о высокой точности измерений, что не соответствует действительности. Вследствие этого рассчитанное значение погрешности и результата измерения следует округлять.

Округление при обработке результатов измерений выполняют в соответствии со следующими правилами (П):

П.1. Точность результатов измерений и точность вычислений при обработке результатов измерений должны быть согласованы с требуемой точностью получаемой оценки измеряемой величины.

П.2. Погрешность оценки измеряемой величины следует выражать не более чем двумя значащими цифрами.

Значащими цифрами называют все цифры, включая 0, если он стоит в середине или конце числа.

Погрешность результата измерения указывают двумя значащими цифрами если первая из них равна 1 или 2, и одной, если первая равна 3 и более.

П.3. Результат измерения округляют до того же десятичного разряда, которым оканчивается значение абсолютной погрешности;

П.4. Число цифр в промежуточных вычислениях при обработке результатов измерений должно быть на две больше, чем в окончательном результате.

П.5. Погрешность при промежуточных вычислениях должна быть выражена не более чем тремя значащими цифрами.

П.6. Сохраняемую значащую цифру в погрешности оценки измеряемой величины при округлении увеличивают на единицу, если отбрасываемая цифра неукзываемого младшего разряда больше либо равна пяти, и не изменяют, если она меньше пяти.

3.2.7 Оформление записи результата измерений

Оформление записи оценок измеряемых величин проводят в соответствии с правилами по межгосударственной стандартизации.

При симметричных доверительных границах погрешности оценку измеряемой величины представляют в форме

$$x = \bar{x} \pm \Delta, P=P_{\text{дов}}$$

где \bar{x} - оценка измеряемой величины, рассчитанная по формуле (4);

Δ - доверительные границы погрешности оценки измеряемой величины, которые находят путем построения композиции распределений случайных погрешностей и НСП, рассматриваемых как случайные величины; в случае отсутствия данных о НСП(что соответствует условию задачи) Δ рассчитывают по формуле (9);

P – доверительная вероятность.

4 Графическое изображение ряда результатов измерений

Результаты измерений и применения статистических процедур при их обработке наглядно представляются в виде графиков, как правило, это график протокол измерений и гистограмма.

4.1 График протокола измерений

При построении графика протокола измерений по горизонтали откладывается номер измерения i , а по вертикали - значение измерения x_i . Соседние точки соединяются отрезками.

Для построения графика протокола измерений средствами MS Excel используется «**Мастер диаграмм**», выбирается тип диаграммы – *точечная с прямыми отрезками и маркерами*.

Параметры шкалы для построения графика требуется подобрать так, чтобы изображение графика было максимально крупным, а узлы сетки (маркеры) наиболее удобными для восприятия. Для этого следует:

- найти минимальное (x_{min}) и максимальное (x_{max}) значения,
- вычислить Размах = $x_{max} - x_{min}$;
- в качестве минимального значения шкалы выбирать округленное с недостатком число x_{min} и, округленное с избытком число x_{max} – в качестве максимального значения шкалы так, чтобы шаг шкалы был представлен числом с минимальным количеством десятичных знаков.

С помощью графика становится возможным провести анализ измерений и в случае необходимости для проведения дальнейшего исследования выполнить предварительную обработку совокупности данных. В частности, на графике следует отметить особые точки «выбросы» - резко отличающиеся измерения в наборе данных, которые согласно порядку обработки результатов прямых многократных измерений (см. 3.2.4) следует обработать с применением статистических критериев и исключить или сохранить их в ряду измерений для проведения дальнейших расчетов.

4.2 Гистограмма

В стандарте на методы обработки результатов прямых многократных измерений указывается, что приведенные в нем методы обработки установ-

лены для результатов наблюдений, принадлежащих нормальному распределению.

Для того, чтобы достаточно обоснованно выдвинуть гипотезу о виде закона распределения, экспериментальные данные группируют и выборку представляют в виде гистограммы, состоящей из k столбцов с определенной протяженностью (h) соответствующих им интервалов. По виду полученной гистограммы и формулируется гипотеза о законе распределения опытных данных, которую затем подтверждают с использованием соответствующего критерия согласия (либо отвергают и выдвигают новую, которую также предстоит затем подтвердить).

При построении гистограммы следует соблюдать некоторые общие правила.

Опытные данные упорядочивают (представляют в виде *вариационного ряда* от x_{\min} до x_{\max} в порядке возрастания), и группируют по интервалам. Ширину интервалов Δl обычно выбирают одинаковой, и рассчитывают по формуле (10)

$$\Delta l = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} \quad (10)$$

где x_{\max} - максимальное значение наблюдения в ряду измерений;
 x_{\min} - минимальное значение наблюдения в ряду измерений;
 k - число групп.

Подсчитывают количество наблюдений n_k , попадающих в каждый интервал (*частоту*) и *относительную частоту*, определяемую отношением n_k к числу наблюдений n .

Значение величины интервала должно определяться в соответствии с точностью, принятой для измерения значений элементов ряда: если значения представлены целыми числами, то рассчитанная величина интервала округляется до ближайшего целого числа, если значения представлены с точностью до 0,1, то и величина интервала округляется до целых с десятичными и т.д.

Число групп может быть определено по формуле Стерджесса:

$$k = 1 + 3,322 \lg n, \quad (11)$$

где n - число измерений.

Число групп, определенное по формуле Стерджесса, почти всегда оказывается дробной величиной, которую следует округлить до ближайшего целого числа, так как число групп не может быть дробной величиной.

Задача оптимального выбора количества интервалов не имеет в общем виде строгого решения. Для практических целей можно выбирать число интервалов g , руководствуясь таблицей 3, приводимой ниже.

Таблица 3

Количество измерений n	40 - 100	100 - 500	500 - 1000
Число интервалов разбиения k	7 - 9	8 - 12	10 - 16

Число интервалов разбиения нельзя выбирать очень большим или очень малым. При группировании данных в большое число мелких интервалов некоторые из них окажутся пустыми. Гистограмма будет иметь "гребенчатый" вид, то есть резко отличаться от плавной кривой. Следовательно, если внутри гистограммы получаются пустые интервалы, это, чаще всего, говорит о том, что число интервалов разбиения выбрано слишком большим.

При очень малом числе интервалов будут потеряны характерные особенности опытного распределения.

Результаты группировки сводят в таблицу, аналогичную таблице 4, построенной на основании результатов 100 наблюдений.

Таблица 4

Номер интервала	1	2	3	4	5	6	7
Частота n_k	6	12	18	25	17	14	8
Относительная частота n_k / n	0,06	0,12	0,18	0,25	0,17	0,14	0,08

Изобразим полученные результаты графически, нанеся на ось абсцисс значения физической величины и обозначив границы интервалов, а на ось ординат - относительную частоту попаданий n_k/n . Построив на диаграмме прямоугольники, основанием которых является ширина интервалов, а высотой n_k/n , получим гистограмму, дающую представление о плотности распределения результатов наблюдений в данном опыте (см. рисунок 1).

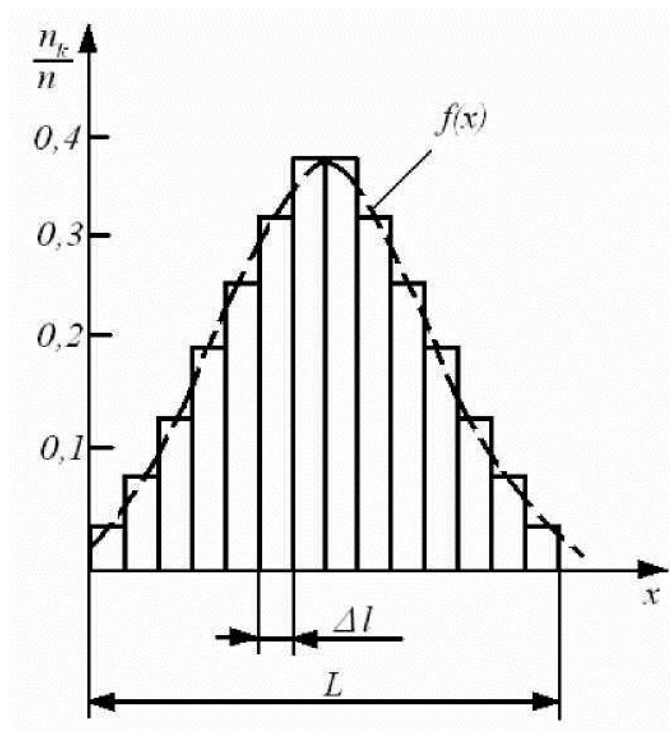


Рисунок 1 - Гистограмма

При бесконечном увеличении числа наблюдений $n \rightarrow \infty$ и бесконечном уменьшении ширины интервалов $\Delta l \rightarrow 0$, ступенчатая кривая, огибающая гистограмму, перейдет в плавную кривую $f(x)$ (см. рисунок 1), называемую *кривой плотности распределения вероятностей случайной величины*, а уравнение, описывающее ее - дифференциальным законом распределения.

Масштаб по осям при построении гистограммы рекомендуется выбирать так, чтобы высота графика относилась к его основанию как 3 к 5. При этом общая площадь между осью абсцисс и ступенчатой кривой должна быть равной единице (условие нормировки).

В практике измерений встречаются различные формы кривых распределения случайных величин:

- трапецеидальные, например, равномерное, треугольное (Симпсона);
- экспоненциальные, например, распределение Лапласа, распределение Гаусса (нормальное);
- семейство распределений Стьюдента (предельное распределение семейства законов Стьюдента - распределение Коши);
- двухмодальные, например, дискретное двухзначное распределение, арксинусоидальное распределение, остро- и кругло-вершинные двухмодальные распределения.

Из теории известно, что форма кривой (плотности) распределения x , приблизительно «видна» в гистограмме частот попадания x_i в те или иные интервалы. Если из построенной гистограммы следует, что кривая опытного распределения имеет форму близкую к колоколообразной (см. рисунок 1), целесообразно первой проверить гипотезу о нормальности распределения опытных данных.

5 Решение задачи средствами Excel

Основную часть *РГР* составляют расчеты, которые могут быть проведены с использованием Microsoft Excel. Для проведения анализа данных могут быть полезны инструменты надстройки **Пакет анализа**, расширяющего встроенные аналитические возможности Excel. В частности, **Пакет анализа** можно использовать для получения основных статистических характеристик для выборки, создания гистограмм, ранжирования данных и т. д.

5.1 Технология работы в режиме «Анализ данных»

Если вы выполнили полную установку Excel, пакет анализа доступен при каждом запуске Excel. Функции пакета анализа можно использовать точно так же, как и любые другие функции Excel. Чтобы получить доступ к инструментам пакета анализа, выполните следующие действия:

1. Данные → Анализ данных.

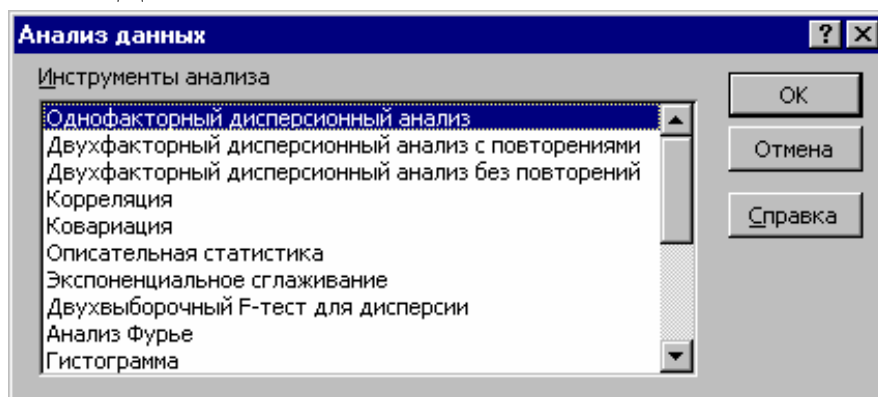


Рисунок 2 - Окно диалога Анализ данных

Чтобы использовать инструмент анализа, выберите его имя в списке и нажмите кнопку ОК.

Заполните открывшееся окно диалога. В большинстве случаев это означает задание входного диапазона с данными, которые вы собираетесь анали-

зировать, задание выходного диапазона, в который должны быть помещены результаты, и выбор нужных параметров.

Если команда **Анализ данных** отсутствует во вкладке **Данные** выполните следующие действия: **Кнопка «Office» → Параметры Excel → Надстройки → Перейти → Пакет анализа.**

5.2 Технология работы в режиме "Описательная статистика"

Для использования инструмента " Описательная статистика " выберите одноименную строку в окне диалога **Анализ данных**.

В диалогом окне данного режима (см. рисунок 3) задаются следующие параметры:

Описательная статистика

Входные данные

Входной интервал:

Группирование: ☒ по столбцам ☐ по строкам

☐ Метки в первой строке

Параметры вывода

☒ Выходной интервал:

☐ Новый рабочий лист:

☐ Новая рабочая книга

☒ Итоговая статистика

☐ Уровень надежности: %

☒ К-ый наименьший:

☒ К-ый наибольший:

OK Отмена Справка

Рисунок 3 – Окно ввода данных в режиме «Описательная статистика»

Входной интервал — вводится ссылка на ячейки, содержащие анализируемые данные.

Группирование – устанавливается в положение **По столбцам** или **По строкам** в зависимости от расположения данных во входном диапазоне.

Метки — устанавливается в активное состояние, если первая строка (столбец) во входном диапазоне содержит заголовки. Если заголовки отсутствуют, флажок следует деактивизировать. В этом случае будут созданы стандартные названия для данных выходного диапазона.

Выходной интервал/Новый рабочий лист/Новая рабочая книга.

В положении *Выходной интервал* активизируется поле, в которое необходимо ввести ссылку на левую верхнюю ячейку выходного диапазона. Размер выходного диапазона будет определен автоматически, и на экране появится сообщение в случае возможного наложения выходного диапазона на исходные данные.

В положении *Новый рабочий лист* открывается новый лист, в который начиная с ячейки A1 вставляются результаты анализа. Если необходимо задать имя открываемого нового рабочего листа, введите его имя в поле, расположенное напротив соответствующего положения переключателя.

В положении *Новая рабочая книга* открывается новая книга, на первом листе которой начиная с ячейки A1 вставляются результаты анализа.

Итоговая статистика – установите в активное состояние, если в выходном диапазоне необходимо получить по одному полю для каждого из следующих показателей описательной статистики: среднее, стандартная ошибка, медиана, мода, стандартное отклонение, дисперсия, коэффициент эксцесса, коэффициент асимметрии, размах (или интервал), минимальное значение, максимальное значение, сумма, число значений, k -й наибольший и k -й наименьший элементы выборки, предельная ошибка выборки.

Уровень надежности – установите в активное состояние, если в выходную таблицу необходимо включить строку для предельной ошибки выборки при установленном уровне надежности (например, значение уровня надежности 95 % равносильно доверительной вероятности $P_{\text{дов}}=0,95$ или уровню значимости $\alpha=0,95$).

K -й наибольший - установите в активное состояние, если в выходную таблицу необходимо включить строку для k -го наибольшего (начиная с максимума x_{max}) значения элемента выборки. В поле, расположенное напротив флажка, введите число k . Если $k=1$, то строка будет содержать максимальное значение элемента выборки.

K -й наименьший - установите в активное состояние, если в выходную таблицу необходимо включить строку для k -го наименьшего (начиная с минимума, x_{min}) значения элемента выборки. В поле, расположенное напротив флажка, введите число k . Если $k=1$, то строка будет содержать минимальное значение элемента выборки.

Результаты процедуры описательной статистики и соответствие их искомым оценкам измеряемой величины и погрешности измерения показаны на рисунке 4.

Показатели, рассчитанные в режиме «Описательная статистика»			Обозначения, принятые при обработке результатов прямых многократных измерений
$T, ^\circ C$			
Среднее	1431,9	→	\bar{x}
Стандартная ошибка	5,038629	→	$S_{\bar{x}}$
Медиана	1431,5		
Мода	1425		
Стандартное отклонение	15,93354	→	S_x
Дисперсия выборки	253,8778		D
Эксцесс	-0,53651		
Асимметричность	0,037098		
Интервал	53		
Минимум	1406		x_{min}
Максимум	1459		x_{max}
Сумма	14319		
Счет	10		n
Уровень надежности(95,0%)	11,39817	→	ε

Рисунок 4

Статистические функции, связанные с режимом «Описательная статистика»: СРЗНАЧ, МЕДИАНА, МОДА, СТАНДОТКЛОН, ДИСП, ЭКСЦЕСС, СКОС, МИН, МАКС, СЧЕТ, НАИБОЛЬШИЙ, НАИМЕНЬШИЙ, СТЬЮДРАСПРОБР и др.

5.3 Технология работы в режиме "Гистограмма"

Режим «Гистограмма» служит для вычисления частот попадания данных в указанные границы интервалов, а также для построения гистограммы интервального вариационного ряда распределения. Для использования инструмента "Гистограмма" выберите одноименную строку в окне диалога **Анализ данных**.

В диалоговом окне данного режима задаются следующие параметры:

Входной интервал — вводится ссылка на ячейки, содержащие анализируемые данные.

Интервал карманов (необязательный параметр) - вводится ссылка на ячейки, содержащие набор граничных значений, определяющих интервалы (карманы). Эти значения должны быть введены в возрастающем порядке. В Microsoft Excel вычисляется число попаданий данных в сформированные интервалы, причем границы интервалов являются строгими нижними границами и нестрогими верхними: $a < x \leq b$.

Если диапазон карманов не был введен, то набор интервалов, равномерно распределенных между минимальным и максимальным значениями данных, будет создан автоматически в соответствии с формулой.

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{\{k\} - 1} \quad (12)$$

где h — величина равного интервала;

x_{\max} , x_{\min} — соответственно максимальное и минимальное значения признака в совокупности;

$\{k\}$ - округленное оптимальное число групп, определяемое по формуле Стерджесса $k = 1 + 3,322 \cdot \lg N$ (N - число единиц совокупности).

Примечание. Формула 12 используется только при работе в режиме «Гистограмма». В других случаях следует применять формулу (10)

В режиме работы «Гистограмма» пользователь может самостоятельно задать величину интервалов ряда. В случае если заданные интервалы будут не равны между собой, то сгенерированная гистограмма будет представлять собой обычную столбиковую диаграмму, в которой частоты попадания в интервал не связаны с его размером, что не позволит правильно оценить характер изучаемого явления. Во избежание подобных ошибок рекомендуется задавать интервалы одинаковой величины или пользоваться режимом автоматического формирования интервалов.

Флажок *Метки* — устанавливается в активное состояние, если первая строка (столбец) во входном диапазоне содержит заголовки. Если заголовки отсутствуют, флажок следует деактивизировать. В этом случае будут созданы стандартные названия для данных выходного диапазона.

Переключатель *Выходной интервал/Новый рабочий лист/Новая рабочая книга*.

В положении *Выходной интервал* активизируется поле, в которое необходимо ввести ссылку на левую верхнюю ячейку выходного диапазона. Размер выходного диапазона будет определен автоматически, и на экране появится сообщение в случае возможного наложения выходного диапазона на исходные данные.

В положении *Новый рабочий лист* открывается новый лист, в который начиная с ячейки A1 вставляются результаты анализа. Если необходимо задать имя открываемого нового рабочего листа, введите его имя в поле, расположенное напротив соответствующего положения переключателя.

В положении *Новая рабочая книга* открывается новая книга, на первом листе которой начиная с ячейки A1 вставляются результаты анализа.

Парето (отсортированная гистограмма) — устанавливается в активное состояние, чтобы представить данные в порядке убывания частоты. Если флажок снят, то данные в выходном диапазоне будут приведены в порядке следования интервалов.

Интегральный процент — устанавливается в активное состояние для расчета выраженных в процентах *накопленных частот (накопленных частотей)* и включения в гистограмму графика кумуляты.

Поясним подробнее порядок расчета накопленных частотей. На основании частот рассчитываются накопленные частоты. Каждое значение накопленной частоты делится на максимальное накопленное значение, в результате чего получаются частоты, выраженные в долях единицы. После преобразования последних к процентному формату получается окончательный результат.

Вывод графика — устанавливается в активное состояние для автоматического создания встроенной диаграммы на листе, содержащем выходной диапазон.

Как правило, гистограммы изображаются в виде *смежных* прямоугольных областей, поэтому столбики выведенной гистограммы целесообразно расширить до соприкосновения друг с другом. Для этого на панели инструментов *Диаграмма* необходимо в раскрывающемся списке элементов диаграммы выбрать элемент *Ряд «Частота»*, после чего щелкнуть по кнопке **Формат рядов данных**. В появившемся одноименном диалоговом окне необходимо активизировать вкладку *Параметры* и в поле *Ширина зазора* установить значение 0. После указанных преобразований гистограмма примет стандартный вид.

Результат процедуры «Гистограмма» показан на рисунке 5.

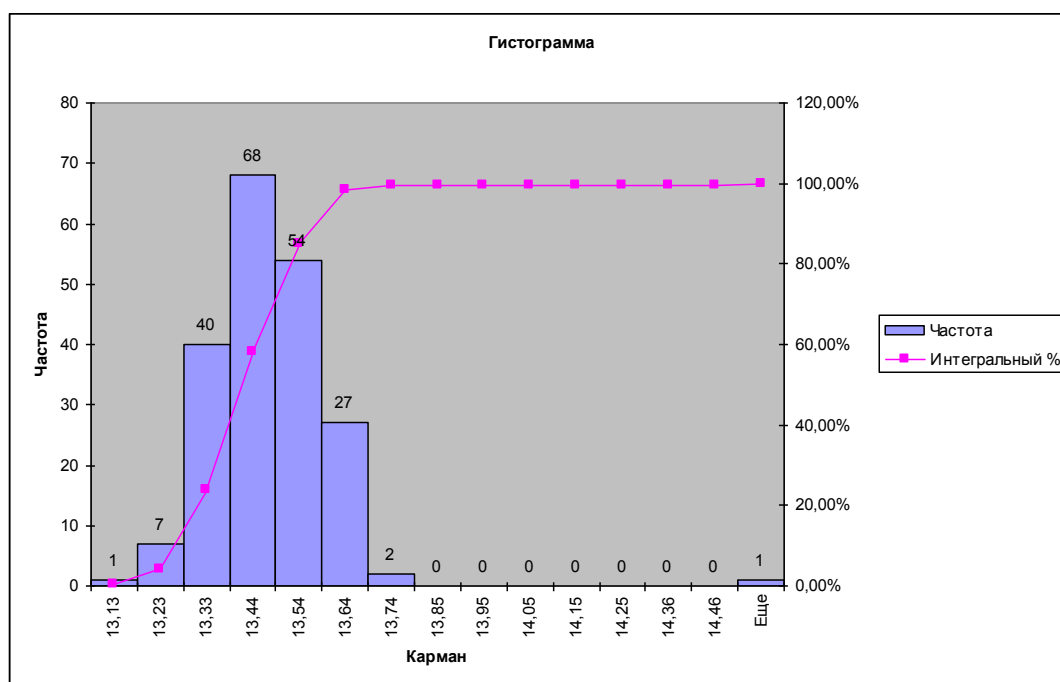


Рисунок 5

Статистические функции, связанные с режимом «Гистограмма»: ЧАСТОТА, СЧЕТ, СЧЕТЗ.

6 Методические указания к выполнению задания

Приступая к выполнению РГР необходимо вначале изучить теоретический материал по источникам рекомендованной литературы и положения национального стандарта ГОСТ Р 8.736-2011, ознакомиться с положениями стандартов, на которые в нем приведены ссылки.

Действие ссылочных стандартов целесообразно проверить в информационной системе общего пользования - на официальном сайте Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии в сети Интернет или в справочной правовой системе «КонсультантПлюс».

Выполнение РГР следует проводить в следующей последовательности:

1. Составить таблицу исходных данных согласно варианту.
2. Построить блок-схему алгоритма обработки прямых многократных измерений на основе ГОСТ Р 8.736-2011.
3. Построить график протокола измерений. Отметить «особые» точки (выбросы).

4. Построить гистограмму результатов измерений. По виду полученной гистограммы убедиться, что, как задано в условии задачи, совокупность данных подчиняется нормальному закону распределения.

5. Определить на основании заданного количества измерений:

1) наиболее достоверное (среднее арифметическое) значение температуры;

2) среднее квадратическое отклонение погрешности однократного измерения;

3) среднее квадратическое отклонение среднего арифметического (оценки измеряемой величины);

6. Проверить ряд результатов измерений на наличие «выбросов». В случае статистического подтверждения наличия «выбросов», исключить их как маловероятное значение. Далее вновь вычислить среднее арифметическое и среднее квадратическое отклонения ряда результатов измерений и процедуру проверки наличия грубых погрешностей повторить.

7. Определить доверительные границы случайной погрешности измерения при заданной доверительной вероятности $P_{доп} = 0,95$, $P_{доп} = 0,99$.

8. Провести проверку результатов расчетов с использованием режимов «Описательная статистика» и «Гистограмма» надстройки «Анализ данных» Microsoft Excel.

9. Записать результат измерения (с учетом округления) в установленном стандартом виде при $P_{доп} = 0,95$ и $P_{доп} = 0,99$. Объяснить различия в полученных результатах.

7 Структура и содержание отчета по выполнению расчетно-графической работы

Отчет выполняется в виде текстового документа.

Листы в отчете приводятся в следующей последовательности:

1) титульный лист;

2) содержание;

3) нормативные ссылки;

4) основная часть;

5) список использованных источников.

Титульный лист и содержание оформляются по общим правилам, установленным в вузе, примеры приведены в [6]. Образец титульного листа, выполненный в актуальном макете размещен на информационной доске кафедры.

7.1 Нормативные ссылки

Структурный элемент «Нормативные ссылки» содержит перечень стандартов, которые применялись при выполнении данной работы. Перечень ссылочных стандартов начинают со слов: *«В настоящей работе использованы ссылки на следующие стандарты»*.

В перечень включают обозначения стандартов и их наименования в порядке возрастания регистрационных номеров обозначений.

7.2 Содержание основной части отчета

Основную часть отчета следует назвать «Обработка результатов прямых многократных измерений».

В структуре основной части можно выделить следующие составляющие:

Цель работы и условие задания. Например: *«Целью данной работы являетсяна основе обработки результатов прямых многократных измерений»*. Далее приводится условие задачи согласно варианту.

Блок-схема алгоритма обработки прямых многократных измерений, построенная на основе изучения основных положений методов обработки результатов этих измерений и вычисления погрешностей оценки измеряемой величины по ГОСТ Р 8.736-2011.

Пример выполнения блок-схемы метрологической оценки результата измерений приведен на рисунке 6.

**Метрологическая оценка результата прямого однократного измерения по паспортным данным используемого СИ ГОСТ 8.401-80 ГСИ
«Классы точности средств измерения»**

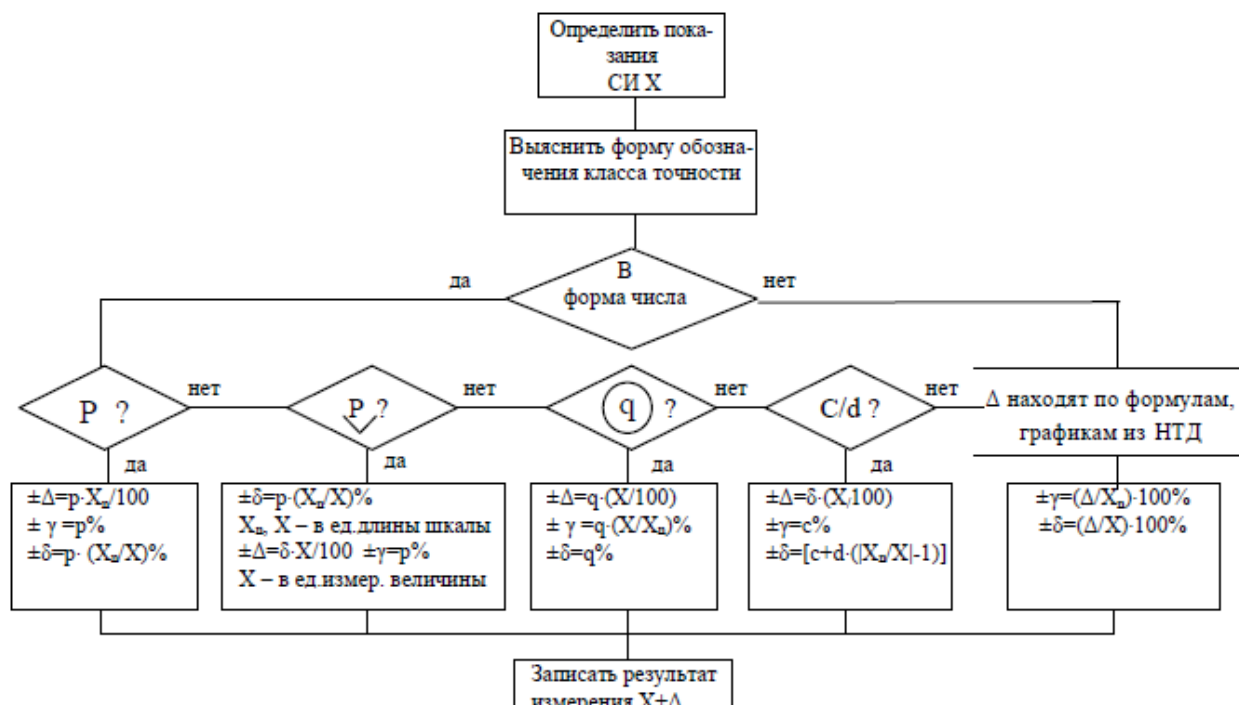


Рисунок 6 – Пример блок-схемы метрологической оценки результата измерения

Краткие теоретические сведения. Теоретические сведения, на которых основано выполнение работы, могут быть выделены как в отдельную часть текста, так и приведены по ходу изложения результатов работы и сопровождаться ссылками на использованные источники. Приведенный материал не должен копировать содержание методического пособия или учебника по данной теме, а ограничивается кратким изложением основных понятий и законов, расчетных формул, таблиц, требующихся для получения результата.

Обратите внимание! Все использованные расчетные формулы приводятся в обязательном порядке с пояснениями. Например: « Класс точности K обычно указан на шкале прибора. Он определяется выраженной в процентах приведенной погрешностью:

$$K = \frac{\Delta}{D} \cdot 100\%,$$

где Δ – сумма основной и дополнительной погрешностей прибора;
 D – диапазон измерений [12].».

Краткое описание программного средства, использованного в работе.
Например: «.....Для расчета коэффициента доверия t (t -критерия Стьюдента использовали функцию СТЬЮДРАСПОБР из набора статистических функции мастера-функций Microsoft Excel. »

Решение задачи. В этой части в последовательности, заданной в 3.2 и 6 настоящих указаний, приводятся непосредственно результаты вычислений, полученные в ходе работы: определенные значения величин, графики, таблицы, диаграммы. Решение задачи излагается подробно с соответствующими текстовыми пояснениями, например: «На рисункеприведена гистограмма. Для построения гистограммы проведены вычисления по формулам (...) – (...), сведенные в таблицу Из вида гистограммы следует, что ».

Промежуточные вычисления и полученные результаты должны быть обобщены в таблицах по примеру, показанному на рисунке 7.

Номер измерения n	Температура (T), °C	$(T - \bar{T})$	$(T - \bar{T})^2$
1	25	0	0
2	24	1	1
.....			
10	25	0	0
Σ			
\bar{T} , °C			
D			
S_T , °C			
$S_{\bar{T}}$, °C			

Рисунок 7 – Пример представления промежуточных и результатов расчетов

Проверка результатов расчетов с использованием режимов «Описательная статистика» и «Гистограмма» надстройки «Анализ данных» Microsoft Excel. В этой части следует привести экранные копии рассчитанных в данных режимах показателей и сравнить их с полученными по формулам.

Результаты работы и их анализ. Раздел отчета должен содержать запись результата измерений и объяснение полученных основных и промежуточных результатов.

8 Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение понятиям "истинное значение" и "действительное значение" измеряемой ФВ. В чем состоит существенное отличие этих понятий?
2. Дайте определение понятиям "результат измерения" и "погрешность измерения".
3. Перечислите существующие способы выражения погрешности. Поясните их.
4. Дайте определение понятию "точность измерений", в каких единицах она выражается? Как понимать термин "требуемая точность"?
5. Приведите классификацию погрешностей по характеру проявления.
6. Дайте определения понятиям "систематическая погрешность" и "случайная погрешность". В чем принципиальная разница между ними? Что характеризуют собой величины систематической и случайной погрешностей?
7. Дайте определение понятию "грубая погрешность". В чем причина появления грубой погрешности? Приведите пример.

Систематические погрешности

8. Перечислите источники систематических погрешностей. Приведите классификацию их по причине возникновения.
9. Дайте определение понятию "методическая погрешность", поясните причины появления и особенности методических погрешностей.
10. Дайте определение понятию "инструментальная погрешность", перечислите разновидности их, поясните причины появления и особенности.
11. Поясните причины появления и особенности "личных" погрешностей.
12. Объясните, почему часть инструментальных погрешностей выделяют в отдельную группу и называют погрешности "обусловленные отклонением внешних условий"? Для чего это делается?
13. Дайте определение понятиям "неисправленный результат", "исправленный результат", "поправка".
14. Дайте определение понятию "неисключенный остаток систематической погрешности" (НСП), поясните причины появления НСП.

Случайные погрешности

15. В каком виде может быть представлен закон распределения случайной погрешности? Какие виды законов распределения вам известны?

16. Что понимается под термином "числовые характеристики случайной погрешности"? Назовите известные вам числовые характеристики? Какие из них наиболее часто используются в практике измерений?

17. Что понимается под предельной случайной погрешностью при нормальном распределении и при других законах распределения? Какова связь между предельной случайной погрешностью и СКП?

18. Дайте определение понятиям "доверительный интервал" и "доверительная вероятность". Какая величина доверительной вероятности соответствует интервалу предельной случайной погрешности при нормальном распределении?

19. Какая форма представления результата (с использованием точечных или интервальных оценок случайной погрешности) предпочтительна и почему?

9 Список рекомендуемой литературы

1. Сергеев, А. Г. Метрология, стандартизация и сертификация. В 2 ч. Часть 1: Метрология : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. Г. Сергеев, В. В. Терегеря. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2019. - 324 с. – (Серия : Бакалавр. Академический курс). - ISBN 978-5-534-03436-5 (ч. 1). - URL: <https://biblio-online.ru/viewer/metrologiya-standartizaciya-i-sertifikaciya-v-2-ch-chast-1-metrologiya-434574> (дата обращения: 10.10.2019). - Текст : электронный.

2. Радкевич, Я. М. Метрология, стандартизация и сертификация. В 3 ч. Часть 1: Метрология : учебник для академического бакалавриата / Я. М. Радкевич, А. Г. Схиртладзе. – 5 изд., перераб. и доп. – Москва : Юрайт, 2019. – 235 с. – (Серия : Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-534-01917-9 (ч. 1) - URL: <https://biblio-online.ru/viewer/metrologiya-standartizaciya-i-sertifikaciya-v-3-ch-chast-1-metrologiya-434415> (дата обращения: 10.10.2019). - Текст : электронный.

3. Степанова, Е. А. Метрология и измерительная техника: основы обработки результатов измерений : учеб. пособие для вузов / Е. А. Степанова, Н. А. Скулкина, А. С. Волегов; под общ. ред. Е. А. Степановой. – Москва : Юрайт ; Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2019. – 95 с. – (Серия : Университеты России). – ISBN 978-5-534-00686-5. - URL: <https://biblio-online.ru/viewer/metrologiya-standartizaciya-i-sertifikaciya-v-3-ch-chast-1-metrologiya-434415> (дата обращения: 10.10.2019). - Текст : электронный.

4. Шишкин, И.Ф. Теоретическая метрология. Часть 1. Общая теория измерений : учебник для вузов / И.Ф. Шишкин. – 4 изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург: Питер, 2010. – 192с. – (Серия «Учебник для вузов»). – ISBN 978-5-49807-203-6. – Текст : непосредственный.

5. ГОСТ Р 8.736-2011 ГСИ. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения: национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : введен впервые : дата введения 2013-01-01 // КонсультантПлюс : справочная правовая система / компания «КонсультантПлюс». - Москва, 1997. – URL: <http://www.consultant.ru/cons/cgi/online.cgi?req=doc&base=OTN&n=753#08330155698640788> (дата обращения: 09.09.2019).

6. Правила оформления учебных работ студентов : учебно-методическое пособие / И. А. Жибинова, Е. А. Аракелян, О. В. Соколова, Ю. Н. Соина-Кутищева; под ред. И. А. Жибиновой. – Новокузнецк: НФИ КемГУ, 2018. – 1 CD-ROM. – Загл. с титул. диска. – ISBN 978-5-8353-2009-7. – Текст : электронный.

Приложение А

(обязательное)

Исходные данные для выполнения расчетно-графической работы

Таблица А.1 - Результаты прямых многократных измерений температуры

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4		Вариант 5		Вариант 6	
<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C
1	1402	1	1422	1	1451	1	1444	1	1395	1	1423
2	1437	2	1403	2	1447	2	1426	2	1420	2	1410
3	1436	3	1403	3	1409	3	1410	3	1421	3	1449
4	1410	4	1399	4	1444	4	1410	4	1409	4	1416
5	1409	5	1415	5	1441	5	1422	5	1418	5	1401
6	1419	6	1425	6	1428	6	1436	6	1433	6	1425
7	1405	7	1412	7	1430	7	1447	7	1433	7	1431
8	1417	8	1404	8	1416	8	1447	8	1409	8	1422
9	1459	9	1396	9	1408	9	1446	9	1432	9	1425
10	1438	10	1437	10	1429	10	1435	10	1467	10	1453
11	1459	11	1432	11	1434	11	1438	11	1441	11	1451
12	1443	12	1439	12	1418	12	1426	12	1442	12	1467
13	1458	13	1413	13	1442	13	1395	13	1465	13	1460
14	1440	14	1411	14	1436	14	1395	14	1473	14	1432
15	1448	15	1431	15	1444	15	1428	15	1470	15	1438
16	1466	16	1434	16	1457	16	1425	16	1481	16	1449
17	1465	17	1429	17	1459	17	1442	17	1457	17	1435

18	1446	18	1412	18	1374	18	1451	18	1455	18	1398
19	1444	19	1429	19	1430	19	1432	19	1451	19	1411
20	1425	20	1426	20	1420	20	1451	20	1441	20	1417
Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9		Вариант 10		Вариант 11		Вариант 12	
<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C
1	1425	1	1411	1	1442	1	1386	1	1413	1	1433
2	1444	2	1407	2	1438	2	1406	2	1406	2	1436
3	1425	3	1411	3	1448	3	1399	3	1415	3	1432
4	1421	4	1420	4	1453	4	1418	4	1422	4	1428
5	1441	5	1416	5	1423	5	1422	5	1420	5	1412
6	1438	6	1421	6	1422	6	1433	6	1406	6	1458
7	1444	7	1428	7	1429	7	1427	7	1404	7	1440
8	1459	8	1420	8	1438	8	1423	8	1408	8	1435
9	1416	9	1424	9	1439	9	1436	9	1401	9	1434
10	1406	10	1407	10	1429	10	1440	10	1425	10	1440
11	1428	11	1444	11	1449	11	1442	11	1418	11	1437
12	1439	12	1434	12	1431	12	1435	12	1414	12	1447
13	1447	13	1409	13	1442	13	1451	13	1433	13	1414
14	1445	14	1429	14	1437	14	1423	14	1435	14	1430
15	1431	15	1448	15	1432	15	1426	15	1445	15	1439
16	1421	16	1431	16	1429	16	1418	16	1435	16	1444
17	1425	17	1422	17	1427	17	1425	17	1424	17	1410
18	1432	18	1414	18	1435	18	1416	18	1418	18	1432
19	1430	19	1426	19	1413	19	1441	19	1406	19	1438
20	1436	20	1442	20	1427	20	1441	20	1435	20	1415

Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15		Вариант 16		Вариант 17		Вариант 18	
<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C
1	1407	1	1426	1	1429	1	1434	1	1464	1	1463
2	1416	2	1398	2	1438	2	1449	2	1456	2	1451
3	1437	3	1408	3	1444	3	1443	3	1429	3	1462
4	1414	4	1422	4	1447	4	1448	4	1448	4	1448
5	1423	5	1391	5	1448	5	1460	5	1455	5	1452
6	1427	6	1399	6	1454	6	1440	6	1471	6	1453
7	1420	7	1401	7	1458	7	1472	7	1470	7	1460
8	1393	8	1401	8	1456	8	1472	8	1415	8	1448
9	1406	9	1387	9	1460	9	1476	9	1453	9	1453
10	1397	10	1434	10	1444	10	1478	10	1470	10	1443
11	1424	11	1417	11	1457	11	1444	11	1475	11	1447
12	1432	12	1430	12	1442	12	1451	12	1458	12	1443
13	1413	13	1480	13	1446	13	1417	13	1472	13	1453
14	1418	14	1424	14	1446	14	1420	14	1477	14	1454
15	1424	15	1429	15	1455	15	1432	15	1475	15	1442
16	1424	16	1451	16	1398	16	1419	16	1467	16	1449
17	1435	17	1449	17	1434	17	1439	17	1471	17	1430
18	1433	18	1453	18	1469	18	1463	18	1466	18	1437
19	1426	19	1445	19	1405	19	1475	19	1449	19	1426
20	1421	20	1434	20	1421	20	1463	20	1461	20	1432
Вариант 19		Вариант 20		Вариант 21		Вариант 22		Вариант 23		Вариант 24	
<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C	<i>n</i>	T, °C
1	1431	1	1430	1	1450	1	1441	1	1386	1	1424

2	1418	2	1424	2	1440	2	1437	2	1397	2	1429
3	1433	3	1398	3	1450	3	1447	3	1386	3	1426
4	1441	4	1414	4	1428	4	1431	4	1410	4	1425
5	1418	5	1414	5	1440	5	1427	5	1431	5	1436
6	1402	6	1387	6	1445	6	1413	6	1436	6	1414
7	1417	7	1408	7	1445	7	1423	7	1456	7	1417
8	1433	8	1429	8	1445	8	1427	8	1433	8	1417
9	1432	9	1418	9	1442	9	1439	9	1437	9	1406
10	1422	10	1431	10	1445	10	1420	10	1453	10	1423
11	1440	11	1422	11	1440	11	1429	11	1455	11	1415
12	1442	12	1402	12	1455	12	1424	12	1441	12	1393
13	1443	13	1408	13	1450	13	1423	13	1429	13	1424
14	1444	14	1437	14	1442	14	1407	14	1440	14	1438
15	1461	15	1433	15	1437	15	1411	15	1439	15	1458
16	1437	16	1407	16	1438	16	1416	16	1432	16	1441
17	1432	17	1393	17	1434	17	1419	17	1439	17	1428
18	1433	18	1369	18	1436	18	1443	18	1441	18	1443
19	1414	19	1414	19	1434	19	1407	19	1432	19	1409
20	1429	20	1446	20	1445	20	1447	20	1434	20	427