Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Новокузнецкий институт (филиал)

Факультет информатики, математики и экономики

Кафедра информатики и вычислительной техники им. В.К. Буторина

А. В. Маркидонов

ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ

Методические указания к выполнению самостоятельной работы по теме «Изучение пакета компьютерной математики Mathcad»
для обучающихся по направлению подготовки

09.03.03 Прикладная информатика (направленность (профиль) «Прикладная информатика в экономике»)

Новокузнецк

2019

УДК 004.023
ББК 32.972.11
М25

Маркидонов А.В.
М25 Информационные системы и технологии : метод. указ. к выполнению самостоятельной работы по теме «Изучение пакета компьютерной математики Mathcad» для обучающихся по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика (направленность (профиль) «Прикладная информатика в экономике») / А.В. Маркидонов : Новокузнец. ин-т (фил.) Кемеров. гос. ун-та. – Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2019 – 39 с.

В работе изложены методические рекомендации к самостоятельной работе для студентов по дисциплине «Информационные системы и технологии»: необходимый теоретический минимум, задания для самостоятельного решения и вопросы для самопроверки.

Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по направлению 09.03.03 Прикладная информатика (профиль «Прикладная информатика в экономике»).

Рекомендовано
на заседании кафедры
информатики и вычислительной
техники им. В.К. Буторина
26 ноября 2019
Заведующий кафедрой

А.В. Маркидонов

Утверждено
методической комиссией
факультета информатики,
математики и экономики
12 декабря 2019 г.
Председатель комиссии

Г.Н. Бойченко

УДК 004.023
ББК 32.972.11

© Маркидонов А.В., 2019
© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кемеровский государственный университет», Новокузнецкий институт (филиал), 2019

Текст представлен в авторской редакции

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ 4
ВВЕДЕНИЕ 5
1. ОСНОВНЫЕ ПРИЕМЫ РАБОТЫ С СИСТЕМОЙ MATHCAD 6
2. СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATHCAD 15
3. МАТРИЧНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATHCAD 23
4. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ В MATHCAD 28
5. РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ В MATHCAD 34
ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА 38

ПРЕДИСЛОВИЕ

Представленные методические рекомендации (МР) предназначены для выполнения самостоятельной работы обучающимися при изучении раздела «Техническое и программное обеспечение ИТ и АИС в экономике. Прикладное программное обеспечение, пакеты прикладных программ» дисциплины Б1.В.02 «Информационные системы и технологии». На самостоятельную работу при изучении данного раздела дисциплины отводится от 23 до 31 часа в зависимости от формы обучения. Дисциплина включена в вариативный цикл учебного плана бакалавриата по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика (направленность (профиль) «Прикладная информатика в экономике»).

Дисциплина «Информационные системы и технологии» направлена на формирование компетенций ПК-11 (способностью эксплуатировать и сопровождать информационные системы и сервисы) и ПК-16 (способностью осуществлять презентацию информационной системы и начальное обучение пользователей).

В основной учебной литературе, включенной в перечень рабочей программы дисциплины, и представленной в конце данных МР, рассматриваемый раздел представлен в излишне большом объеме. В предлагаемых МР осуществлена попытка структурировать излагаемый материал без потери информативности и глубины проработки затрагиваемых тем.

Основная цель МР – систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений, а также формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Задачи:

- углубить и расширить теоретическую подготовку и практические умения;
- развить активность, познавательные способности и исследовательские умения;
- сформировать умение использовать учебную и специализированную литературу;
- подготовить к промежуточной аттестации по дисциплине.

Структура МР выстроена в соответствии с последовательностью изучения разделов в рабочей программе дисциплины. Излагаемый материал структурирован так, чтобы обучающийся мог изучить теорию, рассмотреть ряд примеров, а затем закрепить полученные знания путем решения задач, предназначенных для самостоятельного выполнения, а также путем ответов на поставленные вопросы.

ВВЕДЕНИЕ

MathCAD является математическим редактором, позволяющим проводить разнообразные научные и инженерные расчеты, от элементарной арифметики до реализации сложных численных методов. Благодаря простоте применения, наглядности математических действий, обширной библиотеке встроенных функций и численных методов, возможности символьных вычислений, а также превосходному аппарату представления результатов (графики самых разных типов, мощных средств подготовки печатных документов и Web-страниц), MathCAD стал наиболее популярным математическим приложением.

MathCAD построен в соответствии с принципом WYSIWYG ("What You See Is What You Get" – "Что Вы видите, то и получите"). Поэтому достаточно просто вводить математические выражения с помощью встроенного редактора формул в виде, максимально приближенном к общепринятому, и тут же получать результат.

В состав MathCAD входят несколько интегрированных между собой компонентов:

- редактор для ввода и редактирования текста и формул;
- вычислительный процессор для проведения расчетов согласно введенным формулам;
- символьный процессор, являющийся, по сути, системой искусственного интеллекта.

MathCAD предоставляет широкий спектр возможностей:

1. Математические выражения и текст вводятся с помощью формульного редактора MathCAD, который по возможностям и простоте использования не уступает, к примеру, редактору формул, встроенному в Microsoft Word;
2. Математические расчеты производятся немедленно, в соответствии с формулами;
3. Строятся графики различных типов с богатыми возможностями форматирования и вставляются непосредственно в документы;
4. Возможен ввод и вывод данных в файлы различных форматов;
5. Документы могут быть распечатаны непосредственно в Mathcad в том виде, который пользователь видит на экране компьютера, или сохранены в формате rtf для последующего редактирования в текстовых редакторах (например, Microsoft Word);
6. Символьные вычисления позволяют осуществлять аналитические преобразования;
7. Есть возможность мгновенно получать справочную математическую информацию.

1. ОСНОВНЫЕ ПРИЕМЫ РАБОТЫ С СИСТЕМОЙ MATHCAD

1.1. Интерфейс системы Mathcad

Интерфейс Mathcad схож с другими приложениями Windows: заголовок, строка меню, панели инструментов, рабочая область, строки состояния (рис. 1), поэтому при ознакомлении с интерфейсом используйте знания, полученные при работе с другими Windows-приложениями.

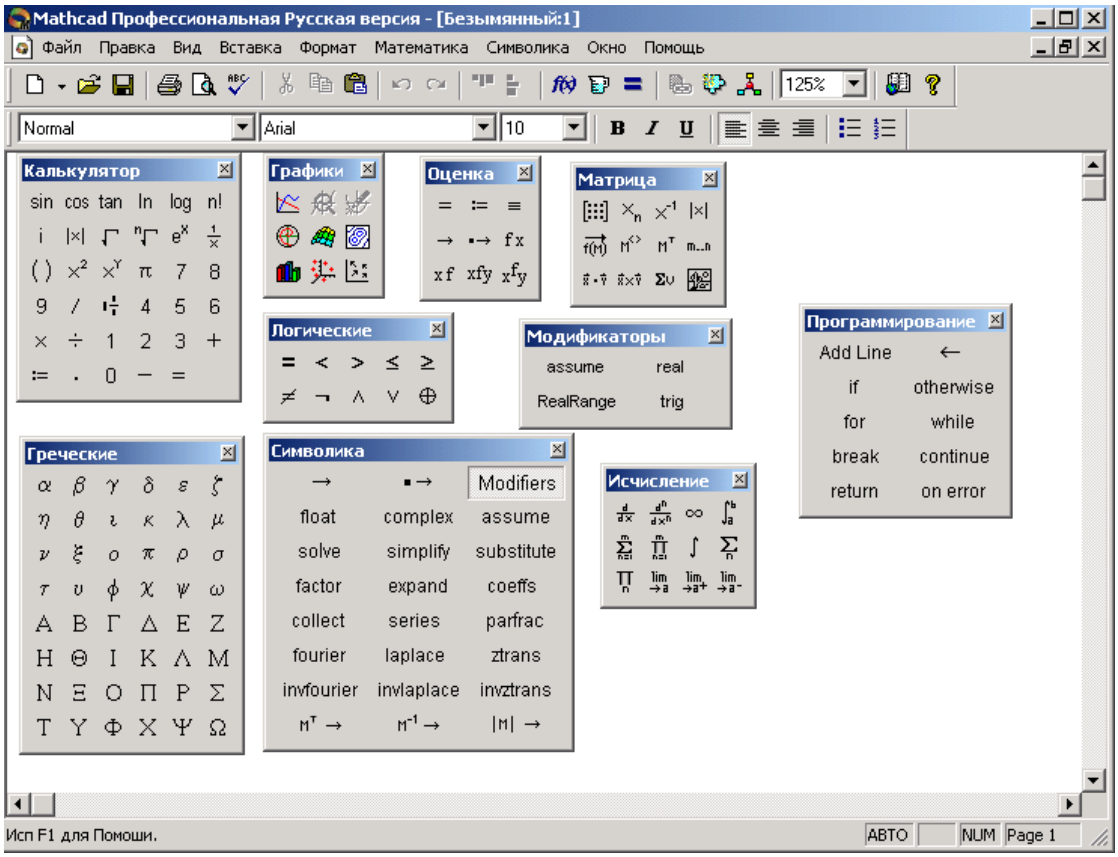


Рис. 1 – Окно Mathcad с активизированными панелями инструментов

В большинстве своем команды меню и панели инструментов **Стандартная** и **Форматирование** аналогичны другим приложениям (например, Microsoft Word). Отличные от других приложений пункты меню **Математика** и **Символика** содержит команды управления вычислениями и символьных вычислений. Для удобства работы с различными математическими выражениями имеется панель **Математика**, которая служит для вывода на экран еще 9 панелей (по порядку расположения кнопок панели **Математика** на рис. 1):

- **Калькулятор** – для вставки цифр и основных математических операторов;
- **Графики** – для вставки графиков;
- **Матрица** – для вставки матриц и матричных операторов;
- **Оценка** – для вставки операторов управления вычислениями;
- **Исчисление** – для вставки операторов дифференцирования, интегрирования, пределов, сумм и произведений;
- **Логические** – для вставки логических операторов;
- **Программирование** – для программироапрпрвания средствами Mathcad;
- **Греческие** – для вставки греческих символов;
- **Символика** – для вставки ключевых слов и операторов символьных вычислений.

Вывод на экран и отключение панелей производится при помощи пункта меню **Просмотр/Панели инструментов**. Многие операторы, имеющиеся на этих панелях, можно также ввести и с клавиатуры. Комбинации клавиш отображаются во всплывающих подсказках при наведении на соответствующие кнопки панелей указателя мыши.

1.2. Ввод текстового комментария

1. Ввести знак двойной кавычки (**"**) на английском регистре или выберите пункт меню **Вставка/Область текста** – появится прямоугольник с курсором ввода в виде красной вертикальной черты.

2. Выбрать стиль **Normal** и шрифт, заканчивающийся словом **Cyr** (например, **Arial Cyr**) при вводе русскоязычного текста.

3. Набрать текст, используя типовые средства набора и форматирования, характерные для текстовых редакторов.

Форматирование текста возможно тогда, когда курсор ввода находится в рамке текстового поля. Для установки параметров форматирования можно использовать панель инструментов или команду меню **Формат/Текст.**

Для перехода на новую строку (при необходимости) используйте клавишу **Enter.**

4. Для завершения ввода отведите указатель мыши в строну от текстового блока и щелкните левой кнопкой мыши.

Выделенные рамкой текстовые блоки можно переносить на другое место, уцепившись за рамку указателем мыши, при этом он превращается в изображение **черной ладошки**. То же при нажатой клавише ***Ctrl*** обеспечивает копирование текста.

Для корректировки текста необходимо подвести указатель мыши к корректируемому месту текста и щелкнуть левой кнопкой мыши. В появившейся рамке текстового блока произвести необходимые изменения. Обратите внимание, что при удалении всего текста в блоке сам блок также исчезает. В этом случае необходимо вставлять область текста заново.

1.3. Ввод и вычисление математических выражений

1. Вывести на экран необходимые панели, щелкнув левой кнопкой мыши по обозначающим их кнопкам панели **Математика**. Для удобства панели можно перемещать в любую часть экрана.

2. Установить указатель мыши в требуемом месте окна редактирования (место ввода выражения), и щелкнуть левой кнопкой мыши. Курсор ввода в виде маленького красного крестика окажется перенесенным в это место. Его можно перемещать клавишами перемещения курсора.

3. Указать с помощью мыши нужный объект или символ на панели инструментов (например, **Калькулятор**) и щелкнуть левой кнопкой мыши для помещения объекта (символа) в требуемое место. Здесь же появится формульный блок (прямоугольник или квадрат), в который далее будет вводиться выражение. Ввод объектов или символов (чисел, букв, знаков арифметических действий) можно производить и с помощью клавиатуры. **В качестве разделителя у десятичных чисел при вводе используется точка.**

Основные математические операторы:

- **+** – сложение;
- **-** – вычитание;
- × (*****) – умножение (в документе обычно отображается как точка);
- ÷ (*Ctrl+/*) – деление в одну строку;
- **/** – деление в виде дроби;
- x^y (**^**) – возведение в степень;
- e^x (основание натурального логарифма).

При наборе выражений курсор ввода превращается в синий уголок, указывающий направление и место ввода. Его также можно перемещать с помощью клавиш перемещения курсора. В зависимости от места расположения курсор меняет свою форму. Для расширения охваченной уголком области (вплоть до полного охвата выражения, необходимого для вывода решения выражения) можно пользоваться клавишей Пробел и/или левой кнопкой мыши и клавишами перемещения курсора. Необходимо правильно пользоваться синим уголком при наборе выражений. **Синий уголок должен охватывать ту часть арифметического выражения, с которым производится действие.**

4. Охватить синим уголком все выражение и ввести оператор вывода (знак =). После этого на экране появится результат вычислений. Если нажать знак равенства без охвата выражения синим уголком, то Mathcad обычно правильно распознает ситуацию и вставляет его в конце выражения.

Пример. Вычислить значение выражения $\frac{2+3}{5}$.

Вводим с клавиатуры или панели **Калькулятор**: 2+3 .

Нажимаем клавишу Пробел, при этом синий уголок охватывает все введенное выражение: 2 + 3 .

Нажимаем знак деления (/). После этого появляется черта дроби, под которой находится выделенный синим уголком местозаполнитель в виде черного прямоугольника. Вводим цифру 5, получим $\frac{2+3}{5}$.

Нажимаем клавишу Пробел, получим $\frac{2+3}{5}$.

После ввода оператора вывода (=) на экране отобразится результат вычислений, равный единице.

1.4. Вычисление выражений, содержащих переменные

Имена переменных могут состоять из одного или нескольких символов. В качестве символов можно использовать большие и маленькие буквы, греческие буквы, цифры, символ подчеркивания. Кроме того, можно использовать символ бесконечности (клавиши *Ctrl+Shift+Z*), штрих (клавиши *Ctrl+F7*), символ процента, нижний индекс (для ввода нажимается точка, а затем сам индекс). Однако во избежание путаницы применять их нужно с осторожностью. Имя переменной не должно начинаться с цифры, символа подчеркивания, штриха и процента, символ бесконечности должен быть только первым в имени.

Mathcad различает регистр букв, например, переменные *x* и *X* будут разными.

Для вычисления выражений, содержащих переменные, необходимо:

А) Присвоить переменным нужные числовые значения.

Для присвоения переменной некоторого значения используется оператор присваивания (**:=**), который с клавиатуры вводится двоеточием.

Для первого присвоения, когда переменная еще не определена, может использоваться знак равенства (=). Для присвоения в дальнейшем этой переменной других значений необходимо использовать только оператор присваивания.

Присвоенное значение используется только в выражениях, расположенных правее или ниже от места присвоения.

Пример. Вводим *x*=2, а на экране будет *x*:=2.

Если после этого мы захотим изменить значение переменной и введем знак =, то на экране сразу появится значение переменной *x*=2, то есть переменная своего значения не изменила.

Вводим *x*:=3, а на экране будет *x*:=3.

Б) Правее или ниже от места присвоения ввести и вычислить выражение, используя

правила п. 3. Обратите внимание, что **при перемножении двух переменных знак умножения опускать нельзя.**

5. Ввод встроенных функций

Mathcad поддерживает множество встроенных функций. Основные простейшие функции:

- *exp(x)* – экспонента (соответствует e^x);
- *ln(x), log(x)* – натуральный и десятичный логарифм;
- *log(x,n)* – логарифм *x* по основанию *n*;
- *sin(x), cos(x), tan(x), cot(x), sec(x), csc(x)* – тригонометрические функции соответственно синус, косинус, тангенс, котангенс, секанс и косеканс;
- *asin(x), acos(x), atan(x), acot(x), asec(x), acsc(x)* – обратные тригонометрические функции;
- *if(cond, x, y)* – принимает значение ***x***, если условие *cond* выполняется и значение ***y*** в противном случае (условие водится при помощи панели **Логический**, например, $x<0$; $y>x$). Для проверки нескольких условий функция *if* может быть вложенной в другую функцию *if*, например, *if(cond1, x, if(cond2, z, y))*.

Пример. Вычислить $y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x > 0 \\ x^3 & \text{при } x \le 0 \end{cases}$

В окне Mathcad необходимо набрать выражение $if(x>0,\ x^2,\ x^3)=$, скопировать его несколько ниже первого выражения, присвоить переменной произвольное значение из каждого интервала (т.е. $x>0$ и $x\le 0$). Таким образом, получим

x:= 2 $if(x>0,\ x^2,\ x^3)= 4$
x:= -2 $if(x>0,\ x^2,\ x^3)= -8$

Вставка встроенной функции в документ:

1. Указать курсором место ввода функции.

2. Щелкнуть левой кнопкой мыши по кнопке вставка функции *f(x)* на панели инструментов или выбрать пункт меню **Вставка** / **Функция** и в открывшемся диалоговом окне выбрать необходимую категорию, а затем функцию. Щелкнуть по кнопке **Вставить.** После этого в окне редактирования появится шаблон функции, в который ввести аргументы. Функция может быть также набрана и непосредственно с клавиатуры. Некоторые из них имеются на панели **Калькулятор**.

Пример. Вставить функцию логарифма.

Для этого последовательно выбрать: кнопку *f(x),* категорию **All** (все функции), функцию *log*, кнопку Вставить. Появится шаблон функции с двумя местозаполнителями (черными прямоугольниками). Ввести вместо них число и основание логарифма (для десятичного логарифма можно просто удалить второй местозаполнитель).

Вставка встроенной функции в выражение:

3. Выделить синим уголком ту часть выражения, которая будет являться аргументом функции (если она не выделена).

4. Выполнить п. 5.2.

1.6. Создание функций пользователя

Для того чтобы определить функцию пользователя, необходимо:

1. Ввести в желаемом месте документа имя функции (образуется аналогично именам переменных).

2. В скобках после имени ввести через запятую имена переменных, от которых зависит значение функции. При вводе левой скобки и запятых автоматически будут появляться соответствующие местозаполнители.

3. Ввести оператор присваивания с панели инструментов или нажатием клавиши

двоеточие.

4. Ввести в появившийся местозаполнитель выражение, определяющее функцию, пользуясь клавиатурой или панелями инструментов.

После определения функции ее можно использовать точно так же, как и встроенные функции. При этом переменные, определенные в скобках после имени функции, являются локальными для функции и никак не связаны с другими переменными с такими же именами в документе (аналогично языкам программирования).

Пример.

Определим пользовательскую функцию $f(x,y):=x^2+y^2$.

Вычислим значение функции при x=1 и y=2 – $f(1,2)$=5.

1.7. Форматирование математических выражений, и числовых результатов

1. Форматирование числовых результатов вычислений возможно при выполнении команд меню **Формат**/**Результат**. В открывшемся диалоговом окне установить требуемые параметры.

2. Форматирование математических выражений может относиться к переменным (*ln, sin, x* и т.д.) (**Variables**) или константам (**Constants**).

Выбор объекта форматирования: **Формат**/**Равенство** – диалоговое окно, в котором задается стиль **Variables** или **Constants** – кнопка **Изменить**. После этого устанавливаются желаемые параметры форматирования. Аналогичные результаты по форматированию (кроме цвета), можно получить и с использованием панели форматирования.

Для изменения параметров самой математической области (цвет, границы и т. д.), выполните щелчок правой кнопкой мыши в любой точке математического выражения и в контекстном меню выберите пункт **Свойства** (**Properties**). Далее задайте необходимые параметры.

1.8. Оформление рабочей области окна

При желании можно изменить цвет листов ваших документов с белого на серый. Для этого выбрать пункт меню: **Просмотр**/**Области**. Для выбора произвольного цвета заливки выбрать пункт меню: **Формат**/**Цвет**/**Фон**.

Задания для самостоятельного выполнения № 1
«Основные приемы работы с системой MathCAD»

Задание 1. Вычисление арифметических выражений.

1. $а)\ \frac{7+19}{7}$; $б)\ \frac{3-1}{\sqrt{-11}}$; $в)\ 3{,}785\cdot(6{,}879-2{,}369)$; $г)\ \sqrt[5]{2{,}387}-\frac{3{,}86^{2{,}37}}{\sqrt{4{,}78}}$

$$д)\ \frac{\left(0{,}5\div1{,}25+\frac{7}{5}\div1\frac{4}{7}-\frac{3}{11}\right)\cdot3}{\left(1{,}5\div\frac{1}{4}\right)\div18\frac{1}{3}}\div\frac{\left(1\frac{3}{4}-0{,}4\right)\div2\frac{1}{3}-\frac{1}{3}}{\left(\frac{1}{7}\div\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{1}{17}};$$

$$е)\left(\sqrt{\left(\sqrt{5}-\frac{5}{2}\right)^2}-\sqrt[5]{\left(\frac{3}{2}-\sqrt{5}\right)^5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

2. $а)\ \frac{7-5}{21};\ б)\ \frac{69-17}{\sqrt{-41}};\ в) 8{,}185 \cdot (32{,}859 - 22{,}769);\ г) \sqrt[3]{6{,}37} - \frac{\sqrt{8{,}79}}{\sqrt[3]{8}}$

$д) \frac{\left(2\frac{3}{4} \div 1{,}1 + 3\frac{1}{5}\right) \cdot 3}{\left(2{,}5 - 0{,}4 \cdot 3\frac{1}{8}\right)} \div \frac{3}{11} - \frac{\left(2\frac{1}{4} \div 0{,}4\right) \cdot 0{,}375}{2{,}75 - 1\frac{1}{2}};$

$е) \left(\frac{\sqrt{561^{\,2} - 459^{\,2}}}{4\frac{2}{7} \cdot 0{,}15 + 4\frac{2}{7} \div \frac{20}{3}} + 4 \cdot \sqrt{10} \right) \div \frac{1}{3} \cdot \sqrt{40}$

3. $а)\ \frac{23-5}{51};\ б)\ \frac{6-17}{\sqrt{-221}};\ в) 5{,}17 \cdot (12{,}9 + 12{,}71);\ г) \sqrt[5]{1{,}37} - \frac{2 + \sqrt[3]{4}}{2\frac{1}{4}}$

$д) \frac{\left(\frac{1}{6} + 1{,}1 + \frac{1}{15}\right) \div \left(\frac{1}{6} \div \frac{3}{8} + \frac{1}{13}\right) \cdot 3}{\left(0{,}5 - \frac{0{,}4}{5} \div 3\frac{1}{8}\right) \div \left(0{,}25 - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{7}{13}};$

$е) \frac{2^{-2} + 5^{0}}{(0{,}5)^{-2} - 5 \cdot (-2)^{-2}} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + 4{,}75$

4. $а)\ \frac{6+5}{5};\ б)\ \frac{16+17}{\sqrt{-12}};\ в) 6{,}37 + 2{,}7 \cdot 27{,}712);\ г)\ \frac{21^{1{,}5} + \sqrt[5]{43}}{\sqrt{5}}$

$д) \frac{\left(13{,}75 + 9\frac{1}{6}\right)\left(2 + \frac{1}{13}\right)}{\left(4{,}5 - \frac{0{,}4}{7} \div 5\frac{1}{2}\right)} + \frac{5\frac{5}{6} + 7}{\sqrt[4]{121}} + \frac{\sqrt{7}}{2\frac{1}{3}};$

$е) \left(\sqrt{\left(\sqrt{2} - \frac{3}{2}\right)^3} - \sqrt[3]{\left(1 - \sqrt{2}\right)^4} \right)$

5. $а)\ \frac{67-55}{281};\ б)\ \frac{9-157}{\sqrt{-1}};\ в) 7{,}5 \cdot (42{,}129 - 2{,}7);\ г) \sqrt[4]{3{,}37} - \frac{\sqrt{2{,}23}}{27}$

$д) \frac{\left(3\frac{1}{3} + 3\frac{1}{5}\right)}{\left(6{,}5 - 3\frac{1}{8}\right)} \div \frac{\left(4{,}5 + 7 \div \frac{1}{8}\right) \cdot 3}{\frac{11}{56}} - \frac{(3 + 0{,}4) \cdot 0{,}375}{1{,}3 - 1\frac{1}{2}};$

$е) \frac{(0{,}6)^{0} - (5{,}1)^{-2}}{\frac{0{,}5}{0{,}61} - 5 \cdot (-2)^{-2}} + \left(3\frac{2}{3}\right)^{-1} + 8$

6. $а)\ \frac{2-7}{5};\ б)\ \frac{36-11}{\sqrt{-31}};\ в)2{,}2\cdot(2{,}999+12{,}77);\ г)\sqrt[3]{11{,}7}-\sqrt[3]{\frac{5{,}7}{4{,}7654}}$

$д)\ \frac{0{,}4+8\cdot\left(5-0{,}8\cdot\frac{5}{8}\right)-5\div2\frac{1}{5}}{\left[1\frac{7}{8}-\left(8{,}9-2{,}6\div\frac{2}{3}\right)\right]\cdot34\frac{2}{5}}\cdot90;$

$е)\ \frac{\left(3^{-3}-\sqrt{1\frac{7}{9}}\right)^{-2}\div0{,}25}{\frac{37}{309}}+4{,}75\cdot0{,}54$

Задание 2. Вычисление выражений с переменными.

1.

$а)\ \frac{\frac{1}{a}-\frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b+c}}\cdot\left(1+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)\div\frac{a-b-c}{abc};a=0{,}02;b=-11{,}05;c=1{,}07.$

$б)\ \frac{4a^2-b^2}{a^6-8b^6}\cdot\sqrt{a^2-2b\sqrt{a^2-b^2}}\cdot\frac{a^4+2a^2b^2+4b^4}{4a^2+4ab+b^2}\cdot\sqrt{a^2+2b\sqrt{a^2-b^2}};a=\frac{4}{3};b=0{,}25.$

$в)\ \log_2\left(\frac{x-5}{x+5}\right)+\log_2\left(x^2-25\right);x=10.$

2.

$а)\ \frac{a^3-a-2b-b^2+a}{\left(1-\sqrt{\frac{1}{a}+\frac{b}{a^2}}\right)\cdot\left(a+\sqrt{a+b}\right)}\cdot\div\left(\frac{a^3+a^2+ab+a^2b}{a^2-b^2}+\frac{b}{a-b}\right);a=23;b=22.$

$б)\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right)\cdot\left(\frac{a+b}{2a}+\frac{b}{a+b}\right)\div\left[\left(a+2b+\frac{b^2}{a}\right)\cdot\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}\right)\right];a=0{,}75;b=\frac{4}{3}.$

$в)\ \frac{\lg(8)-\lg(x-5)}{\lg(\sqrt{x+7})-\lg(2)}-1;x=7{,}8.$

3.

$а)\ \frac{\sqrt{\frac{abc+4}{a}+\sqrt[4]{\frac{bc}{a}}}}{\sqrt{abc}+2};a=0{,}04.$

$б)\ \frac{\sqrt{c-d}}{c^2\sqrt{2c}}\left(\sqrt{\frac{c-d}{c+d}}+\sqrt{\frac{c^2+cd}{c^2-cd}}\right);c=2;d=\frac{1}{4}.$

в) $\lg(\lg(x)) + \lg(\lg(x^3 - 2)); x = 2{,}5.$

4.

а) $\left(\frac{1+x+x^2}{2x+x^2} + 2 - \frac{1-x+x^2}{2x-x^2}\right)^{-1} \cdot \left(5 - 2x^2\right); x = \sqrt{3{,}92}.$

б) $\left(-4a \cdot \sqrt[3]{\frac{\sqrt{ax}}{a^2}}\right)^3 + \left(-10a\sqrt{x} \cdot \sqrt{(ax)^{-1}}\right)^2 + \left[-2\left(\sqrt[3]{a \cdot \sqrt[4]{\frac{x}{a}}}\right)^2\right]^{-3}; a = 3\frac{4}{7}; x = 0{,}28.$

в) $\lg_2(4x) + \lg_2\left(\frac{x^2}{8} - 8\right); x = 10.$

5.

а) $\frac{a^{-1} - b^{-1}}{a^{-3} + b^{-3}} \div \frac{a^2 \cdot b^2}{(a+b)^2 - 3ab} + \left(\frac{a^2 - b^2}{ab}\right)^{-1}; a = 1 - \sqrt{2}; b = 1 + \sqrt{2}.$

б) $\frac{x + \sqrt{3}}{\sqrt{x} + \sqrt{x + \sqrt{3}}} + \frac{x - \sqrt{3}}{\sqrt{x} - \sqrt{x - \sqrt{3}}}; x = 2.$

в) $x \cdot \lg\left(\sqrt[3]{5^{2x-8}}\right) - \lg(25 - x); x = 12{,}5.$

6.

а) $\left(\frac{2-b}{b-1} + 2 \cdot \frac{a-1}{a-2}\right) \div \left(b \cdot \frac{a-1}{b-1} + a \cdot \frac{2-b}{a-2}\right); a = \sqrt{2} + 0{,}8; b = \sqrt{2} - 0{,}2.$

б) $\frac{\sqrt{x - 2 \cdot \sqrt{2}}}{\sqrt{x^2 - 4x \cdot \sqrt{2} + 8}} - \frac{\sqrt{x + 2 \cdot \sqrt{2}}}{\sqrt{x^2 + 4x \cdot \sqrt{2} + 8}}; x = 3.$

в) $5^{2(\log_5(2+x))} - 2 - 5^{x + \log_5 2}; x = 3{,}68.$

Задание 3. Создание пользовательских функций.

1.

$$f(x) = \begin{cases} -\pi / 2 & \text{при} \quad x \le -1 \\ arctg \dfrac{x}{\sqrt{1 - x^2}} & \text{при} \quad -1 < x < 1 \\ \pi / 2 & \text{при} \quad x \ge 1 \end{cases}$$

2.

$$f(x) = \begin{cases} \pi / 2 & \text{при} \quad x \le 0 \\ arctg \dfrac{\sqrt{1 - x^2}}{x} & \text{при} \quad 0 < x \le 1 \\ arctg \dfrac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} & \text{при} \quad x \ge 1 \end{cases}$$

3.

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{5t^2+3\sin(t)+1} & \text{при } t\le 0\\ \sqrt{5t+1} & \text{при } 0<t<1\\ t\cdot\ln(t) & \text{при } t\ge 1\end{cases}$$

4.

$$f(x)=\begin{cases}t^3+3t+10 & \text{при } t\le 0\\ 4-t^2 & \text{при } 0<t<2\\ t^3-3t+10 & \text{при } t\ge 2\end{cases}$$

5.

$$f(x)=\begin{cases}-\pi\cdot x^2+7x & \text{при } x\le -1\\ \pi\cdot x^2+7x & \text{при } -1<x<1\\ \sqrt{\pi\cdot x^2+7x} & \text{при } x\ge 1\end{cases}$$

6.

$$f(x)=\begin{cases}-z^2/2 & \text{при } z\le -2\\ \ln(1+z^2) & \text{при } -2<z<2\\ ln\left(\frac{1}{1+z^2}\right) & \text{при } z\ge 2\end{cases}$$

Вопросы для самопроверки № 1

1. Основные элементы интерфейса системы Mathcad.
2. Математические панели инструментов, их назначение.
3. Основные правила ввода и редактирования текста.
4. Основные правила ввода и вычисления математических выражений.
5. На примерах показать от чего зависит внешний вид курсора ввода.
6. Пояснить на примерах назначение синего уголка при вводе выражений.
7. На примерах показать технику присвоения переменным числовых значений. Область действия переменных.
8. Основные встроенные функции и их использование в выражениях.
9. Создание и применение функций пользователя.
10. Форматирование текста и математических выражений, оформление рабочей области окна.

2. СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATHCAD

Символьные вычисления в Mathcad можно осуществлять в двух вариантах:

- С помощью команд меню;
- С помощью оператора символьного вывода → и ключевых слов.

Первый способ используется, когда требуется быстро получить результат для однократного использования. Аналитические преобразования при этом касаются только выделенной области и не зависят от других формул в документе. Если поле выполнения преобразований изменить исходное выражение, то это никак не отразится на имеющемся результате. Второй способ сохраняет символьные преобразования в документе и выдает результат с учетом содержания документа, обеспечивая пересчет при его изменении. При этом, если каким либо переменным были присвоены численные значения, результат будет получен с учетом этих значений. Оператор символьного вывода и ключевые слова вводятся с помощью панели **Символы**.

Рассмотрим различные символьные вычисления с использованием этих двух способов.

2.1. Упрощение выражений

С помощью меню.

1. Во введенном выражении выделить синим уголком выражение или ту часть, которую нужно упростить.

2. Выбрать пункт меню **Символика/ Упрощение**. При этом строкой ниже появится результат упрощения. Если результат не изменился, то упрощение произвести не удалось.

Пример.

$$\frac{2a+5}{a-1}+\frac{3}{a^2+4a+4}\cdot\frac{a^2-4}{1-a}$$

Результат упрощения

$$2\cdot\frac{\left(a^2+3\cdot a+8\right)}{(a-1)\cdot(a+2)}$$

С помощью ключевого слова *simplify*.

3. Ввести выражение и ключевое слово *simplify* с помощью панели Символы (оператор символьного вывода добавляется автоматически).

4. Для получения результата щелкнуть мышкой за пределами выражения или нажить клавишу *Enter* (в дальнейшем этот пункт не приводится).

Если каким либо переменным, входящим в выражение, ранее были присвоены некоторые значения, то в данном случае они будут подставлены в это выражение.

Пример.

$$\frac{2a+5}{a-1}+\frac{3}{a^2+4a+4}\cdot\frac{a^2-4}{1-a}\ simplify\rightarrow 2\cdot\frac{\left(a^2+3a+8\right)}{(a-1)\cdot(a+2)}$$

В дальнейшем, так как результаты символьных вычислений двумя способами не отличаются друг от друга, примеры приводятся только для второго способа.

2.2. Расширение выражений

Это операция, противоположная операции упрощения. При этом раскрываются все суммы и произведения, а сложные тригонометрические зависимости разлагаются с

помощью тригонометрических тождеств. Выполняется подобно операции упрощения.

С помощью меню.

1. Выделить синим уголком выражение или ту часть, которую нужно расширить.
2. Выбрать пункт меню **Символика**/**Расширение**.

С помощью ключевого слова *expand*.

3. Ввести выражение и ключевое слово *expand* с помощью панели **Символы**.
4. Появившийся местозаполнитель удаляется клавишей *Delete*. (Можно также ввести туда имя переменной, относительно которой нужно расширить выражение).

Пример.

$$(1+\sin(x))(1-\sin(2x))\text{expand},x \rightarrow 1-2\cdot\sin(x)\cdot\cos(x)+\sin(x)-2\cdot\sin^2(x)\cdot\cos(x)$$

2.3. Разложение на множители

Операция позволяет разложить целые числа на произведение простых чисел, многочлены на произведение многочленов, сумму дробей преобразовать в одну дробь.

С помощью меню.

1. Выделить синим уголком выражение.
2. Выбрать пункт меню **Символика**/**Фактор**.

С помощью ключевого слова *factor*.

3. Ввести выражение и ключевое слово *factor* с помощью панели **Символы**.
4. Появившийся местозаполнитель удаляется клавишей *Delete*.

Пример.

52456 factor $\rightarrow 2^3\cdot 79\cdot 83$

2.4. Приведение подобных слагаемых полинома

С помощью меню.

1. Выделить синим уголком переменную, по которой приводятся подобные слагаемые.
2. Выбрать пункт меню Символика/ Собирание.

С помощью ключевого слова *collect*.

3. Ввести выражение и ключевое слово *collect* с помощью панели **Символы**.
4. Ввести в появившийся местозаполнитель имя переменной, относительно которой приводятся подобные слагаемые.

Пример.

$$(1+2y)z-z^2\ y\cdot(x+5y)+z\text{collect},y\rightarrow -5\cdot z^2\cdot y^2+(2\cdot z-z^2\cdot x)\cdot y+x\cdot z+z$$

2.5. Определение коэффициентов полинома

Операция полностью аналогична предыдущей с той разницей, что результатом является вектор, состоящий из коэффициентов при соответствующих степенях переменной, относительно которой приводятся подобные слагаемые, начиная со свободного члена и далее по увеличению степени переменной. Выполняется с помощью пункта меню **Символика / Полиномиальные коэффициенты** или ключевого слова *coeffs* панели **Символика**.

Пример (сравните с предыдущим примером).

$$(x+2y)z-z^2y(x+5y)+z\ \ coeffs,y\rightarrow\begin{pmatrix}x\cdot z+z\\2\cdot z-z^2\cdot x\\-5\cdot z^2\end{pmatrix}$$

2.6. Разложение на простые дроби

Разложение дроби на простые производится с помощью меню или с помощью ключевого слова *parfrac* панели **Символика** аналогично п.2.

С помощью меню.

1. Выделить синим уголком переменную, по которой производится разложение.

2. Выбрать пункт меню **Символика/Переменная/Преобразование в частичные дроби**.

С помощью ключевого слова *parfrac*.

3. Ввести выражение и ключевое слово *parfrac* с помощью панели **Символы** (при этом автоматически добавится слово *convert*).

4. Ввести в появившийся местозаполнитель имя переменной, относительно которой производится разложение.

Пример.

$$\frac{11x^2+9x+1}{x^2-3x+2}\,\text{convert,parfrac,x} \rightarrow 11-\frac{21}{(x-1)}+\frac{63}{(x-2)}$$

2.7. Подстановка переменной

Позволяет подставить вместо переменной в выражении значение другого выражения.

С помощью меню.

1. Ввести выражение, которое нужно подставить вместо переменной, и скопировать его в буфер обмена.

2. Ввести выражение, включающее переменную, вместо которой производится подстановка, выделить в нем переменную, вместо которой подставляется скопированное выражение.

3. Выбрать пункт меню **Символика/Переменная/Замена**.

С помощью ключевого слова *substitute* панели Символика.

4. Ввести выражение и ключевое слово *substitute* панели **Символика**.

5. В появившиеся местозаполнители ввести имя переменной слева от знака равенства и подставляемое выражение – справа.

Пример.

$$sin(k\cdot x+b\cdot x^2)\ substitute,\ b= k\cdot x \rightarrow sin(k\cdot x+k\cdot x^3)$$

2.8. Решение уравнений

С помощью меню.

1. Ввести уравнение, в котором вводится **<u>логический</u>** знак равенства (на экране он будет жирным) при помощи панели **Логический**. Если уравнение приведено к виду *f(x)*=0, то можно ввести только левую часть уравнения без знака равенства и нуля.

2. Выделить в уравнении переменную, относительно которой оно решается.

3. Выбрать пункт меню **Символика/Переменная/Решение.**

4. Если решение оказалось сложным, можно попытаться его упростить (п. 1).

С помощью ключевого слова *solve*.

5. Ввести уравнение аналогично п.8.1.

6. Ввести ключевое слово *solve* с помощью панели **Символика**, а в появившийся местозаполнитель ввести имя переменной, относительно которой решается уравнение.

7. Для упрощения сложного решения можно после имени введенной переменной ввести ключевое слово *simplify* панели **Символика**. Ключевые слова при этом отобразятся записанными в столбик.

Пример (в данном случае упрощение не потребовалось).

$$x^2+2x-15\,solve,x \rightarrow \begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$$

2.9. Операции с матрицами

Mathcad позволяет транспонировать матрицу, определять обратную матрицу и определитель с помощью меню **Символика/Матрица/Транспозиция**, **Инвертирование** или **Определитель** или с помощью кнопок $\mathbf{M^T\rightarrow}$, $\mathbf{M^{-1}\rightarrow}$, $\mathbf{|M|\rightarrow}$ панели **Символы**. Кроме того, можно использовать и команду упрощения (см. п.1).

Примеры.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^T \rightarrow \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} \rightarrow \frac{1}{(a\cdot d - b\cdot c)} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$\left|\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right| \rightarrow a\cdot d - b\cdot c \qquad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} simplify \rightarrow \begin{pmatrix} a\cdot m + b\cdot n \\ c\cdot m + d\cdot n \end{pmatrix}$$

2.10. Вычисление конечных и бесконечных сумм и произведений

Для вычисления вводится соответствующее выражение с помощью панели **Матанализ** и выбирается пункт меню **Символика/Упрощение** (см. п.1) или вводится оператор символьного вывода → панели **Символы**.

Пример.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \rightarrow \exp(x)$$

2.11. Вычисление пределов

Выполняется аналогично предыдущему пункту.

Пример.

$$\lim_{x\rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} \rightarrow 1$$

2.12. Дифференцирование и интегрирование

С помощью меню.

1. Ввести выражение, стоящее под знаком дифференциала или подинтегральное выражение (без самих знаков дифференцирования и интеграла).
2. Выделить переменную дифференцирования или интегрирования.
3. Выбрать пункт меню **Символика/Переменная/Дифференциация** или **Интеграция**.

Возможен и второй вариант, когда выражение вводится полностью вместе со знаками дифференциала или интеграла, а затем производится его упрощение в соответствии с п.1.

С помощью оператора символьного вывода.

4. Ввести нужное выражение производной или интеграла с помощью панели **Матанализ**.
5. Ввести оператор символьного вывода →.

Пример.

$$\int_0^{\infty} e^{-x}\,dx \rightarrow 1$$

2.13. Разложение в ряд Тейлора

С помощью меню.

1. Выделить в выражении переменную, по которой производится разложение в ряд.
2. Выбрать пункт меню **Символика/Переменная/Расширение в числовых**

последовательностях.

3. В появившемся диалоговом окне ввести порядок приближения.

С помощью ключевого слова *series*.

4. Ввести выражение и ключевое слово *series* панели **Символы**.

5. В появившиеся местозаполнители ввести имя переменной и порядок приближения.

Пример.

$$e^x \ \ series, x, 6 \rightarrow 1 + 1 \cdot x + \frac{1}{2} \cdot x^2 + \frac{1}{6} \cdot x^3 + \frac{1}{24} \cdot x^4 + \frac{1}{120} \cdot x^5$$

2.14. Получение численного значения выражения (действительного или комплексного)

Действительное значение выражения вычисляется с помощью меню **Символика/Оценивание/Плавающая точка** или ключевого слова ***float*** панели **Символы**. Для вычисления необходимо задать точность вывода в окне диалога после выбора пункта меню или в местозаполнителе после ключевого слова *float*.

Комплексное значение выражения в виде $a + bi$ вычисляется с помощью меню **Символика/Оценивание/Комплексный** или ключевого слова **complex** панели **Символы**.

Примеры.

$$100!\ float, 20 \rightarrow 9.3326215443944152682 \cdot 10^{157}$$

$$e^{2i} \cdot (4+3i)\ complex \rightarrow 4 \cdot cos(2) - 3 \cdot sin(2) + i \cdot (3 \cdot cos(2) + 4 \cdot sin(2))$$

Кроме того, с помощью пунктов меню **Символика/Трансформация** или панели **Символика** можно производить прямые и обратные интегральные преобразования Фурье, Лапласа и Z-преобразование.

Задания для самостоятельного выполнения № 2

Задание 1. Упростите выражение.

1. $\left(\frac{a+3}{2a-5} + \frac{a+3}{a+5}\right) \div \frac{9a^2 + 3a^2}{a^2 + 5a} + \frac{2a-3}{2a-5}$

2. $\frac{x^3 + y^3}{x+y} \div (x^2 - y^2) + \frac{2y}{x+y} - \frac{xy}{x^2 - y^2}$

3. $\left(\frac{c+5}{5c-1} + \frac{c+5}{c+1}\right) \div \frac{c^2 + 5c}{1-5c} + \frac{c^2 + 5}{c+1}$

4. $\left(\frac{y-3}{7y+4} - \frac{y-3}{y-4}\right) \div \frac{9y - 3y^2}{7y-4} + \frac{y^2 - 14}{4-y}$

5. $\left(\frac{1}{a-b} - \frac{a^2 + ab}{a^3 - b^3}\right) \div \frac{b^2}{a^2 + ab + b^2}$

6. $\left(\frac{6a+c}{a^2 - 6ac} + \frac{6a-c}{a^2 + 6ac}\right) \div \left(a^2 + c^2\right) \cdot \left(a^2 - 36c^2\right)$

Задание 2. Расширьте выражение.

1. *sin(x) – 2sin(2x) + 4sin(3x)*
2. *cos(2x) – sin(2x) + sin(3x)*
4. *ctg(2x) – sin(x)· cos(3x)*
5. *cos(2x) · sin(x) · sin(3x)*

3. $tg(2x) + ctg(2x) + cos(2x)$ 6. $tg(2x) \cdot sin(2x) - sin(3x)$

Задание 3. Разложите на множители.

1. $2x^4 + x^3 - 20x^2 - 13x + 30$
2. $x^4 + x^3 - 19x^2 + 11x + 30$
3. $x^4 - 12x^3 - 3x^2 + 178x - 264$
4. $3x^4 + 8x^3 - 33x^2 - 62x + 24$
5. $3x^4 - 7x^3 - 13x^2 + 23x - 6$
6. $6x^4 - 11x^3 - 30x^2 + 29x - 6$

Задание 4. Приведите подобные слагаемые полинома. Определите коэффициенты полинома.

1. $(2x^2+1)(12x^3 - 5x+3) + 3x - 1$
2. $(3x+1)(2x^4 - 4x+7) + 3x - 5$
3. $(x^2 - 1)(x^3 - 3x^2+3) + 3x^2 + 6$
4. $5x - 1 - (x^2 - 1)(x^3 - 5x^2+1)$
5. $2x^2 + 5 - (x - 1)(2x^4 - 3x+6)$
6. $3x^2 - 4 + (x^2 - x)(5x^3 - 2x^2 + 1)$

Задание 5. Разложите на простые дроби.

1. $\dfrac{2x^6 + 3x^3 - 1}{3x^4 + 8x^3 - 33x^2 - 62x + 24}$

2. $\dfrac{x^6 - 10x + 2}{3x^4 - 7x^3 - 13x^2 + 23x - 6}$

3. $\dfrac{3x^5 + 8x^4 + 2x}{6x^4 - 11x^3 - 30x^2 + 29x - 6}$

4. $\dfrac{x^6 + 2x^2}{2x^4 + x^3 - 20x^2 - 13x + 30}$

5. $\dfrac{x^8}{x^4 + x^3 - 19x^2 + 11x + 30}$

6. $\dfrac{x^6 + 5x^3 - x + 4}{x^4 - 12x^3 - 3x^2 + 178x - 264}$

Задание 6. Решите уравнение, упростите сложные результаты.

1. $\dfrac{\lg(8) - \lg(x-5)}{\lg\sqrt{x+7} - \lg(2)} = -1$

2. $2^{\frac{1}{\sqrt{x}-1}} \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\sqrt{x}+1}} = 4^{\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}}$

3. $\left(\dfrac{5}{2}\right)^{\frac{4+\sqrt{9-x}}{\sqrt{9-x}}} \cdot \left(\dfrac{2}{5}\right)^{1-\sqrt{9-x}} = 5^{10} \cdot \left(\dfrac{1}{10}\right)^5$

4. $3\cdot 5^{2x-1}-2\cdot 5^{x-1}=\frac{1}{5}$

5. $8^{\frac{x-3}{3x-7}}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3x-1}{x-1}}}}=\sqrt[3]{2}$

6. $\sqrt{2^x\cdot\sqrt[3]{4^x\cdot\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{x}}}}=1$

Задание 7. Произведите символьные вычисления, упростите сложные результаты.

1. *а)* $\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{i^2}$; б) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)^{x^2+1}$; в) $\frac{d}{dx}\left(\frac{x^3}{3}+a^2\cdot x+a^2\cdot arctg\left(\frac{x}{a}\right)\right)$;

г) $\int\frac{x+3}{\sqrt{x^2-x-1}}dx$; д) $\int_0^2\int_0^2\left(4-x^2-y^2\right)dxdy$

2. *а)* $\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{i!}$; б) $\lim_{x\to 0}\frac{tg^2(x)}{x\cdot\sin(2x)}$; в) $\frac{d}{dx}\frac{3x}{\sqrt{x^3-4x^2+1}}$;

г) $\int\frac{1}{\sin(x)\cdot\cos^2(x)}dx$; д) $\int_0^3\int_0^1(x-y)^2dxdy$

3. *а)* $\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{2^i}$; б) $\lim_{x\to 4}\frac{5x-x^2-4}{x^2-2x-8}$; в) $\frac{d}{dx}\ln\left(\arcsin\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)\right)$;

г) $\int\frac{1}{3\sin(x)+4\cos(x)+5}dx$; д) $\int_0^3\int_0^4\left(x^2+x\cdot y+y^2\right)dxdy$

4. *а)* $\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{i}$; б) $\lim_{x\to 0}\frac{4x}{arctg(2x)}$; в) $\frac{d}{dx}\left(\arcsin\left(\sqrt{x}\right)\right)^{2\sqrt{x}}$;

г) $\int\frac{\cos^3(x)}{\sin^6(x)}dx$; д) $\int_0^1\int_0^1 e^x\cdot\sin(y)dxdy$

5. а) $\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{e^i}$; б) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{9x^2+4x}-3x\right)$; в) $\frac{d}{dx}e^{arctg(\sqrt{x^4-1})}$;

г) $\int\frac{2x+3}{\sqrt{7-6x-x^2}}dx$; д) $\int_1^2\int_1^2\frac{x}{y}dxdy$

6. а) $\sum_{i=1}^{\infty}\frac{2^i}{i!}$; б) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x+3}{4x-1}\right)^{2x-3}$; в) $\frac{d}{dx}\ln\left(\sqrt[4]{\frac{5-x^2}{x^3-15x}}\right)$;

г) $\int\frac{3x^2+4x}{(x-2)^2(x+2)^2}dx$; д) $\int_1^3\int_1^3\frac{\ln(x)}{y^2}dxdy$

Задание 8. Разложите выражение в ряд до 8 порядка.

1. e^{-x^2}
2. *sin(x)*
3. *cos(x)*
4. *tg(x)*
5. *ln(1+x)*
6. $\sqrt{1+x}$

Вопросы для самопроверки № 2

1. Способы символьных вычислений в Mathcad.
2. Порядок упрощения и расширения выражений.
3. Возможности и порядок разложения выражений на множители.
4. Приведение подобных слагаемых и определение коэффициентов полиномов.
5. Каким образом производится разложение дробей на простые дроби.
6. Как производится подстановка переменной.
7. Символьное решение алгебраических уравнений.
8. Какие символьные операции можно выполнять с матрицами, и каким образом.
9. Символьное вычисление сумм, произведений и пределов.
10. Каким образом выполняется символьное дифференцирование и интегрирование.
11. Как производится разложение функции в ряд Тейлора.
12. Возможности символьного вычисления численных значений выражений.

3. МАТРИЧНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATHCAD

Массивами называют упорядоченные последовательности чисел, или элементов массива. Доступ к любому элементу массива возможен по его *индексу*, т.е. номеру в последовательности чисел.

Пример.

$$a := \begin{pmatrix} 14 \\ 1.4 \\ 4.7 \end{pmatrix}$$

где a – массив, $a_0 = 14$, $a_1 = 1.4$, $a_2 = 4.7$ – элементы массива.

В Mathcad можно выделить два типа массивов:

- **векторы** (одноиндексные массивы), **матрицы** (двухиндексные) и **тензоры** (многоиндексные);
- **ранжированные переменные** – это разновидность вектора, в котором соседние элементы отличаются друг от друга на одну и ту же величину.

В отличие от вектора, доступ к отдельным элементам ранжированной переменной невозможен. Действия с этими переменными осуществляются как с обычными переменными, при этом вычисления выполняются параллельно над всеми элементами ранжированной переменной.

Номер первого элемента массива определяется значением системной переменной ***ORIGIN***, которое по умолчанию равно 0. Для того, чтобы нумерация массивов начиналась с 1, нужно в окне Mathcad присвоить этой переменной значение 1.

Mathcad допускает обращение к отдельным элементам матриц и векторов с помощью нижних индексов и к столбцам матриц с помощью верхних индексов. Нижние индексы вводятся с помощью кнопки X_n панели **Матрица** или клавишей открывающей квадратной скобки (**[**). Нижние индексы, если их несколько, отделяются друг от друга запятой. Верхние индексы вводятся кнопкой $M^{<>}$ панели **Матрица** или комбинацией клавиш *Ctrl+6*.

3.1. Создание ранжированных переменных, векторов и матриц

Создание ранжированных переменных.

1. Ввести имя переменной и оператор присваивания.

2. Нажать кнопку **m..n** панели **Матрица** и в появившиеся местозаполнители ввести начальное и конечное значение переменной. Шаг изменения переменной при этом будет равен 1.

3. Если необходимо другое значение шага, поместить синий уголок после первого числа, ввести запятую и значение второго числа (**обратите внимание, второго числа, а не шага изменения переменной**).

Можно ввести такую переменную и без использования панели. Символ из двух точек при этом вводится клавишей точка с запятой (**;**).

***Пример* использования ранжированной переменной.**

x:= 0.1,0.2..0,4

x =
0.1
0.2
0.3
0.4

sin(x) =
0.1
0.199
0.296
0.389

Создание матриц и векторов с помощью панели Матрица.

4. Ввести имя переменной и оператор присваивания (при необходимости).

5. Нажать кнопку панели с изображением матрицы (или комбинацию клавиш *Ctrl+M*).

6. В появившемся диалоговом окне указать количество строк и столбцов и нажать кнопку ОК.

7. Ввести необходимые данные.

При необходимости изменить размерность матрицы нужно установить синий уголок на элемент, где нужно вставить или удалить строки и/или столбцы, и выполнить пункты 5-7, нажимая в диалоговом окне кнопку **Вставить** или **Удалить**. Количество строк или столбцов при этом может быть и нулевым.

Создание матриц и векторов с помощью функции *matrix(M,N,f).*

где *M* и *N* – количество строк и столбцов;

f – функция, определяющая значение элемента в зависимости от номера строки и столбца.

Пример.

$$f(x,y) := 0.5x + y$$

$$A := matrix(3,3,f)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.5 & 1.5 & 2.5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Создание матриц и векторов с помощью ранжированных переменных.

При использовании ранжированных переменных необходимо учитывать, что по умолчанию нумерация элементов массивов начинается с нуля.

Пример (аналогичный предыдущему примеру).

$$i := 0..2$$

$$j := 0..2$$

$$B_{i,j} := 0.5 \cdot i + j$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.5 & 1.5 & 2.5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

С помощью вставки компонент.

8. Выбрать пункт меню **Вставка**/**Компонент** (имя переменной набирать не нужно).

9. Выбрать из списка компонент ***Input Table***, нажать кнопку ***Finish***.

10. В появившийся местозаполнитель ввести имя переменной.

11. Ввести в таблицу необходимые данные. При необходимости можно изменить размеры таблицы (обратите внимание, что новые столбец или строка добавляются только при перемещении указателя мыши на ширину столбца или высоту строки).

Пример.

C:=

	0	1	2
0	1	2	3
1	4	5	6
2	7	8	9

Единичная матрица размера *NxN* создается с помощью функции *identity*(*N*).

Пример.

$$D := identity(3)$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Диагональная матрица, на главной диагонали которой находятся элементы вектора *v*, создается с помощью функции *diag*(*v*).

Пример.

$$v := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \text{diag}(v) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 31 \end{pmatrix}$$

3.2. Основные операции с матрицами

- Сложение и вычитание;
- Умножение;
- Сложение, вычитание со скаляром;
- Умножение и деление на скаляр;
- Транспонирование матрицы;
- Вычисление определителя;
- Нахождение обратной матрицы;
- Возведение в целую степень (применяется к квадратным матрицам);
- Скалярное произведение векторов (используется кнопка (x) панели **Калькулятор**);
- Векторное произведение векторов (используется кнопка $\vec{x}\,\mathrm{x}\,\vec{y}$ панели **Матрица**);
- Модуль вектора;
- Сумма элементов вектора;
- Векторизация – служит для проведения однотипной операции над всеми элементами массива без применения циклов. Например, перемножить соответствующие элементы двух матриц или векторов (поэлементное произведение), вычислить одну и ту же функцию от каждого из элементов вектора. **Матрицы и векторы при этом должны иметь одинаковый размер.** При вводе оператора векторизации необходимо, чтобы линии ввода (синий уголок) охватывали все выражение, подвергаемое векторизации.

Все перечисленные операции производятся с помощью обычных арифметических операторов или панели **Матрица** и, за исключением векторизации, не требуют особых комментариев.

Примеры **(векторизации).**

$$\overrightarrow{\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 & 7 \\ 1 & 6 & 9 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}\right]} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 21 \\ 4 & 30 & 54 \\ 14 & 32 & 54 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{\left[\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}\right]} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 15 \end{pmatrix}$$

Сравните (скалярное произведение векторов):

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} = 27$$

3.3. Основные матричные функции

- Выделение подматриц:
  - *submatrix(A,ir,jr,ic,jc)* – выделение подматрицы матрицы *A* между строками *ir*, *jr* и столбцами *ic*, *jc* включительно;
  - $A^{\langle i \rangle}$ – выделение *i*-ого столбца матрицы *A*.
- Слияние матриц:
  - *augment(A,B,C,…)* – слева направо*;*
  - *stack(A,B,C,…)* – сверху вниз.
- Размер матриц:

- *rows(A)* – количество строк;
- *cols(A)* – количество столбцов;
- *length(v)* – число элементов вектора;
- *last(v)* – индекс последнего элемента вектора.

- Сортировка матриц (по возрастанию):
  - *sort(v)* – сортировка элементов вектора;
  - *csort(A,i)* – сортировка строк по столбцу i;
  - *rsort(A,i)* – сортировка столбцов по строке i;
  - *reverse(v)* – перестановка элементов вектора в обратном порядке.

Кроме перечисленных имеются также функции для вычисления норм, чисел обусловленности, ранга, собственных чисел и собственных значений матриц, а также матричных разложений. Сведения об этих функциях при необходимости можно найти в литературе и справочной системе Mathcad.

3.4. Решение систем линейных уравнений

Матричным методом *AX=B*.

Пример.

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2X_1+3X_2+5X_3=7 \\ 7X_1+9X_2+X_3=3 \\ 6X_1+4X_2+3X_3=4 \end{cases}$$

$$A:=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 9 & 1 \\ 6 & 4 & 3 \end{pmatrix} \qquad B:=\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad X := A^{-1}\cdot B \qquad X=\begin{pmatrix} -0.202 \\ 0.349 \\ 1.271 \end{pmatrix}$$

По правилу Крамера.

1. Создать матрицы заменой каждого из столбцов матрицы *A* на столбец свободных членов.
2. Вычислить определители.
3. Найти решение системы.

Пример.

$$A1:=A \quad A1^{\langle 0\rangle}:=B \quad A2:=A \quad A2^{\langle 1\rangle}:=B \quad A3:=A \quad A3^{\langle 2\rangle}:=B$$

$$\Delta:=|A| \qquad \Delta 1:=|A1| \qquad \Delta 2:=|A2| \qquad \Delta 3:=|A3|$$

$$\frac{\Delta 1}{\Delta}=-0.202 \qquad \frac{\Delta 2}{\Delta}=0.349 \qquad \frac{\Delta 3}{\Delta}=1.271$$

С помощью встроенной функции *lsolve*.

Пример.

X:= *lsolve*(*A*,*B*)

$$X=\begin{pmatrix} -0.202 \\ 0.349 \\ 1.271 \end{pmatrix}$$

Задания для самостоятельного выполнения № 3

Задание 1. Создайте 3 матрицы из 4 строк и 6 столбцов: матрицу *A* с помощью панели **Матрица**, введя в нее произвольные числа от 0 до 10 с одним знаком после запятой; матрицу *B*, каждый элемент которой определяется как сумма номера строки, номера столбца и номера варианта; матрицу *C* с помощью компонента *Input Table*, введя в нее произвольные двузначные числа и квадратную матрицу *F* (с произвольными числами) с помощью ранжированной переменной.

Задание 2. Получите результаты следующих действий: сложения матриц *A* и *B*; вычитания матриц *C* и *A*; умножения матрицы *B* на номер варианта, умноженный на 2; деления матрицы *C* на номер варианта, умноженный на 2; возведения матрицы *F* в 3 степень; поэлементного умножения матриц *A* и *B* (с помощью векторизации).

Задание 4. Создайте два вектора *u* и *v* из 4 строк и 1 столбца, введя в них произвольные числа.

Задание 5. Найдите скалярное произведение этих векторов; модуль вектора *u*; сумму элементов вектора *v*.

Задание 6. Получите вектор *w*, равный векторному произведению векторов *u* и *v*. Произведите сортировку вектора *w*.

Задание 7. Создайте матрицу *R* из 3 строк и 3 столбцов и вектор *q* из 3 строк и 1 столбца, введя в них произвольные числа от -10 до +10. Вычислите определитель матрицы *R,* и если он равен нулю, то изменением вводимых чисел добейтесь, чтобы определитель был отличен от нуля. Решите систему линейных уравнений *RX=q* матричным методом; по привалу Крамера; функцией *lsolve* и сравните результаты.

Вопросы для самопроверки № 3

1. Типы массивов в Mathcad.
2. Способы создания ранжированных переменных, векторов и матриц.
3. Перечислите основные операции с матрицами.
4. Что такое векторизация? Привести примеры.
5. Перечислите основные матричные функции.
6. Способы решения систем линейных уравнений.

4. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ В MATHCAD

Mathcad позволяет строить следующие типы графиков.

- Двумерные графики:
  - *XY* график (в Декартовой системе координат);
  - полярный график (в полярной системе координат).
- Трехмерные графики:
  - график трехмерной поверхности;
  - график линий уровня;
  - трехмерная гистограмма;
  - трехмерное множество точек;
  - векторное поле.

4.1. Построение двумерных графиков

На одном графике можно построить до 16 различных зависимостей.

Порядок построения.

1. Создать векторы для значений аргумента (или нескольких аргументов) с некоторым шагом и соответствующих значений функции (или функций) одним из способов, рассмотренных в лабораторной работе №3.

2. Поместить курсор в место, куда требуется вставить график и при помощи меню **Вставка/График** или панели **График** выбрать X-Y график или Полярный график.

3. В появившейся пустой области графика в местозаполнители возле осей ввести имена образованных векторов (для нескольких – через запятую, однако отображаются они при этом в столбик).

Mathcad также предоставляет возможность *быстрого построения* графиков, при этом не требуется предварительное создание векторов.

Порядок построения.

4. Поместить курсор в место, куда требуется вставить график и при помощи меню **Вставка/График** или панели **График** выбрать *X-Y график* или *Полярный график*.

5. В местозаполнитель по оси *X* ввести имя аргумента, значение которого ранее не определялось (возможно также введение и функции от этого аргумента). Значения аргумента в данном случае будут приняты по умолчанию в диапазоне от –10 до 10. При необходимости этот диапазон можно изменить. *Учтите, что некоторые буквы (A, C, F, G, H, J, K, L, N, R, S, T, V, W, g, m, s) используются в Mathcad для обозначения единиц измерения в международной системе единиц SI, и при быстром построении графиков их использование будет приводить к ошибкам.*

6. В местозаполнитель по оси *Y* – ввести выражение, зависящее от этого аргумента или указать необходимую функцию (в том числе и пользовательскую) этого аргумента.

Для удаления графика нужно выделить график и выбрать пункт меню **Правка/Удалить.**

4.2. Форматирование двумерных графиков

Для изменения диапазона осей перейдите к редактированию графика, щелкнув в его границах мышью. График будет выделен, и вблизи каждой из осей появятся по два числа с нижней и верхней границей по оси. Измените эти числа и, после выхода из режима редактирования, график автоматически изменится для новых границ.

Форматирование шкалы производится с помощью окна диалога форматирования графиков (рис. 2), которое вызывается из меню **Формат/График** или из контекстного меню.

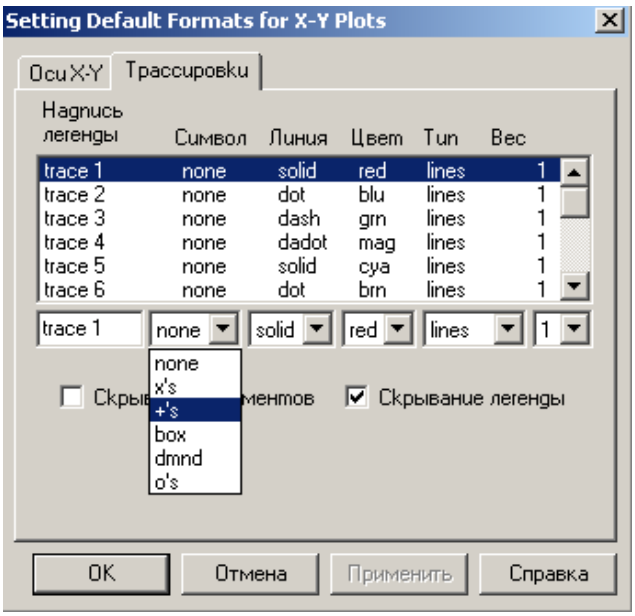


Рис.2 – Диалоговое окно форматирования двумерных графиков.

На вкладке ***Оси X–Y*** с помощью соответствующих флажков можно установить:

- логарифмический масштаб шкалы;
- показ линий сетки, нумерация шкалы;
- автоматически выбираемый масштаб;
- показ маркеров (см. ниже);
- автоматическая шкала (если флажок снят, то в поле ввода рядом необходимо ввести желаемое количество меток шкалы).

На этой же вкладке устанавливается стиль осей:

- в виде прямоугольника;
- в виде пересекающихся прямых;
- не показывается;
- устанавливаются равные масштабы по осям.

На графике по каждой оси можно указать по два маркера (линию, перпендикулярную оси снабженную числом). При установке флажка показа маркера возле осей появляются по два местозаполнителя, в которые вводятся желаемые данные.

Форматирование рядов данных осуществляется с помощью вкладки **Трассировки** окна диалога. В списке в верхней части отображаются названия линий (по умолчанию *trace 1*, *trace 2* и т. д.) и их параметры. Чуть ниже находятся поля, позволяющие изменить эти параметры:

- название линии, отображаемое в легенде;
- символ для отображения точек (*none* – нет, *x's* – крест, *+'s* – знак плюс, *box* – квадрат, *dmnd* – ромб, *o's* – окружность);
- стиль линии (*solid* – сплошная, *dot* – точечная, *dash* – пунктирная, *dadot* – штрихпунктирная);
- цвет линии (16 основных цветов);
- тип представления ряда данных (*lines* – линия, *points* – точки, *error* – ошибки, *bar* – столбцы, *step* – шаг, *draw* – рисунок, *stem* – стержень, *solidbar* – гистограмма);
- толщина линии.

Для некоторых типов графиков те или иные параметры недоступны.

На вкладке **Метки** можно задать название графика, его расположение и отображение, названия и отображение меток осей.

На вкладке **Умолчание** можно указать использование формата графика как образца формата графиков по умолчанию для данного документа, а также отформатировать текущий график в соответствии с образцом.

4.3. Трассировка и увеличение графиков

Режимы становятся доступными из меню **Формат/График/Трассировка** (**Приближение**) или из контекстного меню. Эти режимы позволяют более точно изучить график.

В режиме трассировки при перемещении курсора мыши с нажатой левой кнопкой вдоль графика отображаются две пересекающиеся прямые, а в появившемся окне трассировки – координаты их точки пересечения, которые можно копировать в буфер обмена. При установленном флажке отслеживания точек данных линия трассировки проходит точно по линии графика.

Режим увеличения дает возможность просмотра выделенной части графика в увеличенном масштабе. После выбора режима нужно выделить мышью интересующую область графика и нажать в появившемся окне диалога кнопку **Масштаб+**. Поле этого при нажатии кнопок **Масштаб-** или **Обзор** можно вернуться к предыдущему или исходному масштабу. При нажатии кнопки ОК график будет перерисован в выбранном масштабе.

4.4. Построение трехмерных графиков

Порядок построения.

1. Создать массив значений функции двух аргументов.
2. Выбрать на панели **График** или в меню **Вставка/График** одну из кнопок для построения трехмерных графиков (в меню также можно воспользоваться мастером).
3. В местозаполнитель ввести имя образованного массива.

Для *быстрого построения* графика можно также указать имя определенной ранее функции двух аргументов (**но без самих аргументов**) подобно двумерным графикам.

Для создания массивов при построении трехмерных графиков можно также использовать две функции, первая из которых служит для отображения пространственных линий и используется для точечного типа графика, а вторая – для поверхностей. При использовании этих функций их можно записывать в местозаполнитель непосредственно или присваивать их значения некоторой переменной, которая затем записывается в местозаполнитель.

Функция ***CreateSpace***(*F*(или *f1,f2,f3,[t0,t1,tgrid,fmap*]),

где

F(t) – векторная функция из 3 элементов, заданная параметрически относительно параметра t;

f1(t), f2(t),f3(t) – скалярные функции;

t0 – нижний предел t (по умолчанию -5);

t1 – верхний предел t (по умолчанию 5);

tgrid – число точек сетки по переменной t (по умолчанию 20);

fmap – векторная функция 3 аргументов, задающая преобразование координат.

Аргументы, заключенные в квадратные скобки, являются необязательными и их можно опустить.

Функция ***CreateMesh***(*F*(или *g*, или *f1,f2,f3) [s0, s1, t0, t1, sgrid, tgrid, fmap*])

где

F(s,t) – векторная функция из 3 элементов, заданная параметрически относительно параметров s, t;

g(s, t) – скалярная функция;

f1(t), f2(t),f3(t) – скалярные функции;

s0, t0 – нижние пределы *s, t* (по умолчанию -5);

s1, t1 – верхние пределы *s, t* (по умолчанию 5);

sgrid, tgrid – число точек сетки по переменным s, t (по умолчанию 20);

fmap – векторная функция 3 аргументов, задающая преобразование координат.

Аргументы, заключенные в квадратные скобки, являются необязательными и их можно опустить.

4.5. Форматирование трехмерных графиков

Аналогично двумерным графикам, форматирование производится с помощью окна диалога форматирования (рис. 3). В диалоге доступно очень большое количество параметров, поэтому возможности форматирования будут описаны кратко.

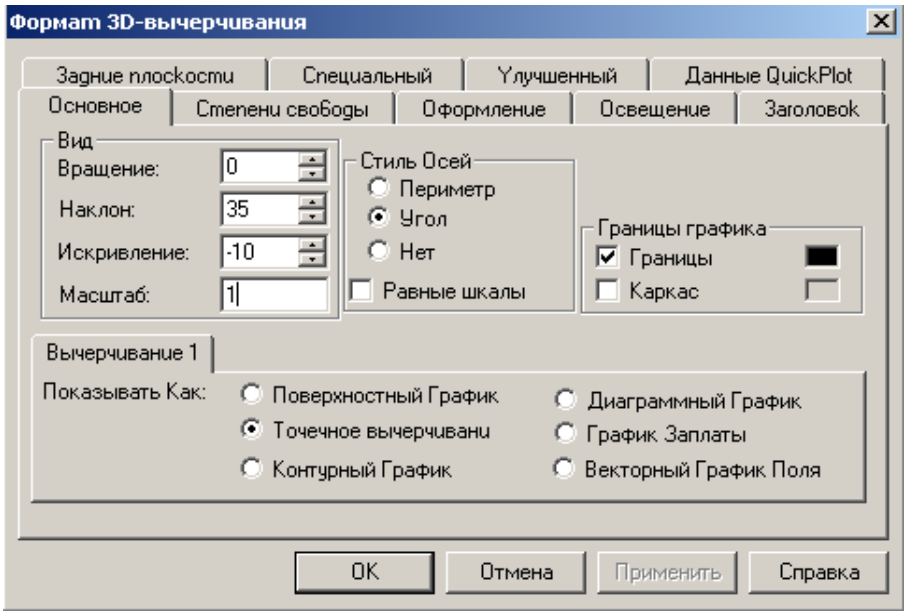


Рис.3 – Диалоговое окно форматирования трехмерных графиков

1. Вкладка **Основание** позволяет изменять ориентацию координатных осей в пространстве изменением трех углов (более удобный способ – перетаскивание системы координат с помощью мыши) и масштаб отображения; стиль осей – по периметру, углом, отсутствие осей, равный масштаб; выбор типа обрамления графика; выбор типа графика.

2. Вкладка **Степени свободы** позволяет задать параметры линий сетки; показ нумерации и параметры осей; диапазон значений для каждой из осей.

3. Вкладка **Задание плоскости** задает показ проекций координатной сетки на три скрытые плоскости трехмерного графика.

4. Вкладка **Оформление** позволяет задать стиль заливки, линий и точек поверхности. При установке заливки можно выбрать переключатель **Один цвет** или **Палитра** (цветовая схема). Дополнительные параметры, влияющие на представление контуров графиков, находятся вкладке **Специальный.**

5. Вкладка **Улучшенный** дает возможность выбрать специальные эффекты: сияние, туман, прозрачность, перспектива. На этой же вкладке можно выбрать цветовую схему. Эти же эффекты можно применить и из контекстного меню графика.

6. Вкладка **Освещение** дает возможность включить и выбрать схему подсветки, а также произвести настройку выбранной схемы.

7. Заголовок графика определяется на вкладке **Заголовок.**

8. Вкладка **Данные Quick Plot** служит для задания диапазонов изменения данных аргументов и системы координат (Декартова, цилиндрическая или сферическая) при быстром построении графика.

4.6. Создание анимации

Mathcad может осуществлять покадровую анимацию. Ролик анимации – последовательность кадров, представляющих собой некоторый участок документа, в котором формулы и графики зависят от номера кадра. Номер кадра задается системной переменной *FRAME*, играющей роль переменной времени в выражениях. В обычном режиме значение этой переменной равно 0.

Порядок создания анимации.

1. Создать выражения и графики, зависящие от переменной номера кадра FRAME (рис. 4). Для предотвращения изменения масштаба графиков при анимации обычно следует отключить автоматическое масштабирование и самостоятельно установить диапазон значений по осям.

2. Выбрать пункт меню **Просмотр/Анимация.**

3. В диалоговом окне задать номер первого и последнего кадров и скорость анимации (например, если установить номер первого кадра 0, последнего – 50, то при скорости 10 кадров в секунду время анимации составит 5 секунд).

4. Выделить область анимации. Для этого установить указатель мыши в левый верхний угол кадра (построенного графика), нажать левую кнопку мыши и, удерживая ее, протащить указатель в правый нижний угол, затем отпустить кнопку. Область анимации выделяется штриховой линией (рис. 4).

$$y(x,t) := e^{\frac{t}{25}} \cdot \cos\left(2 \cdot x - \frac{t}{2}\right)$$

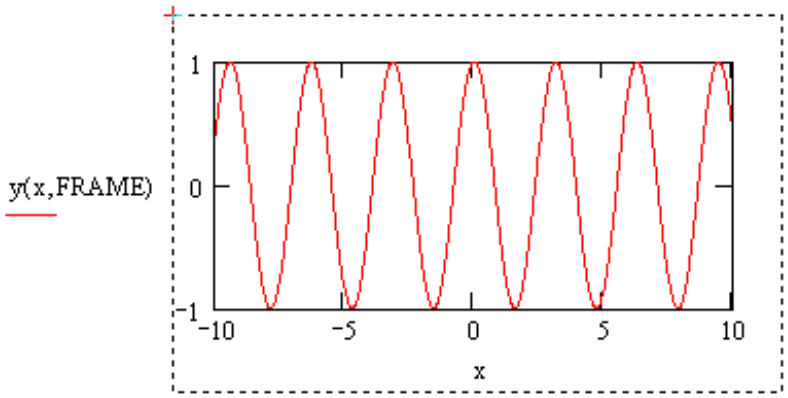


Рис. 4 – Пример создания анимации

5. Нажать кнопку **Анимировать** (процесс занимает некоторое время в зависимости от параметров компьютера).

6. После окончания процесса появится окно видеопроигрывателя, в котором запустить просмотр анимации.

7. При желании сохранить видеофайл при помощи **Сохранить как**. Этот файл в дальнейшем можно просматривать отдельно, например, в проигрывателе Windows.

Задания для самостоятельного выполнения № 4

Выполните построение графиков, приняв значение k равным случайному числу.

Задание 1. Постройте графики зависимостей y = k·x3 + 2·x2 – 75·x – 5 в Декартовой системе координат и r = 2 – (k + 1) ·sin3(φ) в полярной системе координат при помощи быстрого построения. Произведите форматирование полученных графиков по своему усмотрению.

Задание 2. При помощи средств масштабирования и трассировки для первого из построенных графиков определите приближенно значения корней уравнения k·x3 + 2·x2

$-75\cdot x - 5 = 0$.

Задание 3. Создайте в одной системе координат графики функций $y = \ln(k \cdot x)$, $y = \sqrt{k \cdot x}$ и $y = \sin(k \cdot x)$, рассчитав значения всех векторов при изменении *x* от 1 до 10 с шагом 0.5. Представьте первый график в виде сплошной линии, второй – в виде толстой штриховой линии, третий – в виде гистограммы. Отформатируйте полученные графики.

Задание 4. С помощью функции *CreateSpace* постройте пространственную линию, заданную параметрически уравнениями *X(t) = sin(t); Y(t) = cos(k·t); Z(t) = t* в диапазоне изменения переменной *t* от 1 до 10.

Задание 5. Постройте график поверхности

$$z(x, y) = \left(e^{\sin(x)} - k \cdot y\right)^2$$

Установите для поверхности поворот, заливку, освещенность и другие эффекты по своему усмотрению.

Задание 6. Создайте анимацию для функции

$$y(x,t) = e^{\frac{t}{25}} \cdot \cos\left(k \cdot x - \frac{t}{2}\right),$$

сохраните видеофайл и просмотрите его с помощью проигрывателя Windows.

Вопросы для самопроверки № 4

1. Типы графиков, которые позволяет строить Mathcad.
2. Опишите способы создания двумерных графиков. Приведите примеры.
3. Перечислите возможности форматирования двумерных графиков.
4. Порядок построения трехмерных графиков. Приведите примеры.
5. Функции Mathcad для создания массивов при построении трехмерных графиков.
6. Перечислите возможности форматирования трехмерных графиков.
7. Опишите порядок создания анимации.

5. РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ В MATHCAD

5.1. Функция *root*

Функция *root* используется для определения значения корня уравнения $f(x) = 0$ в одном из двух вариантов:

- *root(f(x),x)*;
- *root(f(x),x,a,b)*.

где

f(x) – функция, определяющая уравнение;

x – переменная, относительно которой решается уравнение;

a,b – границы интервала, содержащего корень уравнения.

Для первого варианта использования функции *root* необходимо переменной *x* предварительно присвоить значение начального приближения к корню. Для второго варианта нужно предварительно установить границы *a* и *b* интервала, внутри которого имеется корень уравнения. Поиск корня этой функцией производится методом секущих. Значения функции на концах интервала *f(a)* и *f(b)* при этом должны иметь разные знаки.

Для определения корней этим методом необходимо:

- выполнить локализацию корней, например, графически, чтобы определить начальные приближенные значения корней или интервалы на которых находятся эти корни;
- выбрать точность решения;
- использовать функцию root в одном из двух вариантов для нахождения точного значения каждого корня.

Отделение корней и выбор точности решения легко выполнить при помощи построенного графика функции, подбирая нужный диапазон изменения переменной по оси абсцисс, а также используя средства масштабирования и трассировки.

Точность решения задается системной константой *TOL*, которая по умолчанию равна 0.001. Итерационный процесс решения прекращается в тот момент, когда значение функции становится меньше этой величины ($|f(x)|<TOL$). Исходя из скорости изменения функции вблизи корня, при необходимости можно выбрать другое значение точности, присвоив его константе *TOL*. Следует помнить, что необоснованное повышение точности решения при уменьшении значения *TOL* приводит к увеличению времени расчета, однако слишком низкая точность может привести к весьма существенным ошибкам при решении.

Пример.

Решить уравнение.

Определим заданную функцию (вместо этого можно записывать соответствующее выражение непосредственно внутри функции *root*),

$$f(x):=x^3 - 4.5x^2 - 7x + 10$$

Отделяем корни (находим приближенные значения корней или границы интервалов) с помощью графика (рис. 5), установив диапазон изменения переменной *x* от –3 до 6 для лучшего отображения корней. По графику определяем начальное приближение для нахождения первого корня равное -2 и используем первый вариант применения функции. Для определения второго корня принимаем интервал от 0 до 3, и используем для разнообразия второй вариант функции. Для определения третьего корня принимаем начальное приближение равное 5 и используем первый вариант функции.

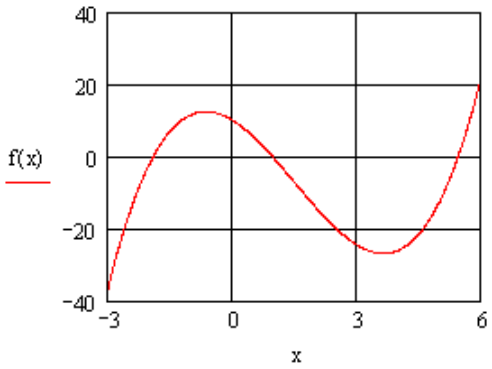


Рис. 5 – График для отделения корней

Первый корень: $x := -2$ $root(f(x),x) = -1.909$
Второй корень: $root(f(x),x,0,3) = 0.961$
Третий корень: $x := 5$ $root(f(x),x) = 5.448$

5.2. Функция *polyroots*

Все корни полинома (в том числе и комплексные) можно определить при помощи функции *polyroots*(*v*), где *v* – вектор коэффициентов полинома.

Коэффициенты полинома записываются в вектор *v*, начиная со свободного члена, затем при первой степени аргумента, второй и т.д. Вектор коэффициентов можно получить также и при помощи символьных вычислений.

Для функции *polyroots* можно выбрать один из двух численных методов – метод полиномов Лаггера (он установлен по умолчанию) или парной матрицы. Метод выбирается из контекстного меню, вызываемого по щелчку правой кнопки мыши на слове *polyroots*.

Пример.

Используем уже определенную выше функцию *f(x)*.

В качестве демонстрации используем символьное вычисление коэффициентов полинома, хотя в данном случае легко и без этого записать вектор коэффициентов,

$$v := f(t)\ coeffs,\ t \rightarrow \begin{pmatrix} 10 \\ -7 \\ -4.5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Обратите внимание, что для символьных преобразований использована переменная *t*, а не *x*. Дело в том, что выше мы уже присвоили численное значение переменной *x*, которое и было бы подставлено в функцию. В результате, вместо коэффициентов полинома мы бы тогда получили просто значение функции в точке *x*.

Определяем значения корней, которые совпадают с определенными ранее с помощью функции *roots*,

$$polyroots(v) = \begin{pmatrix} -1.909 \\ 0.961 \\ 5.448 \end{pmatrix}$$

5.3. Вычислительный блок *Given – Find*

Для решения систем уравнений используется вычислительный блок, который состоит из 3 частей:

- *Given* - ключевое слово;
- система уравнений, записанная **логическими** операторами (панель **Логический**) в виде равенств и, возможно, неравенств;

- *Find(x,y,z...)* – встроенная функция для решения системы относительно переменных *x,y,z, ...*

Так как эта функция использует для решения итерационные методы, то всем переменным должны быть присвоены начальные приближения до ключевого слова *Given*. Иногда неудачный выбор начальных приближений может привести к ошибке при решении, в таких случаях можно попытаться решить систему при других начальных приближениях,

Количество уравнений может быть как больше, так и меньше количества неизвестных (функция может быть использована и для решения одного уравнения).

В случае, когда заданная система уравнений имеет несколько решений, будет найдено только одно из них, определяемое начальными приближениями. Для нахождения других решений можно изменить начальные приближения или ввести дополнительные условия в виде неравенств.

Погрешность выполнения уравнений определяется системной константой *CTOL*, по умолчанию равной 0.001. При необходимости можно присвоить ей и другое значение.

Функция *Find* реализует один из следующих градиентных методов:

- сопряженных градиентов;
- Левенберга-Марквардта;
- квази-Ньютоновский.

Выбор метода производится с помощью контекстного меню (щелчок правой кнопки мыши на слове *Find*). Можно установить значение **Автоматический выбор** или из пункта **Нелинейный** выбрать один из этих трех методов, а также дополнительные опции вычислений (метод вычисления производной, тип аппроксимации и проверка линейности). В большинстве случаев нет необходимости самим выбирать метод решения и дополнительные параметры, оставив установленное по умолчанию значение Автоматический выбор, используя эту возможность только при затруднениях с решением.

В некоторых особых случаях (например, если значения производных возле корня близки к нулю) функция *Find* может и не найти решения. В таких случаях можно попытаться использовать вместо функции *Find* функцию *Minerr* с теми же параметрами и использующей те же алгоритмы (то есть просто заменить слово *Find* на слово *Minerr*). Функция *Minerr* минимизирует невязку системы уравнений и срабатывает даже при отсутствии решения. Поэтому полученное таким образом решение **обязательно** нужно проверять подстановкой (хотя во всех случаях такая проверка не помешает).

Пример.

Решить систему уравнений $\begin{cases} x^4 + y^2 - 3 = 0 \\ x^2 + 2y^3 + 2 = 0 \end{cases}$

Задаем две функции (вместо этого можно и просто записывать соответствующие выражения внутри блока *Given*, однако функции удобнее при проверке решения).

$$f1(x,y) := x^4 + y^2 - 3$$
$$f2(x,y) := x^2 + 2y^3 + 2$$

Задаем начальные приближения переменным

$$x := 1 \qquad y := 1$$

Решаем систему.

Given

$f1(x,y) = 0$ (знак равенства вводится с использованием панели **Логический**)

$$f2(x,y) = 0$$
$$V := Find(x,y)$$
$$V = \begin{pmatrix} 1.127 \\ -1.178 \end{pmatrix}$$

Проверяем правильность решения (переменным *x* и *y* соответствуют элементы V_0 и

V_1 вектора V).

$$f1(V_0, V_1) = -3.283 \times 10^{-7} \qquad f2(V_0, V_1) = 1.31 \times 10^{-6}$$

Результаты проверки показывают, что решение найдено с достаточной точностью. Тем не менее, найдено только одно решение, а при других начальных приближениях можно найти и другие решения системы.

Задания для самостоятельного выполнения № 5

Определите корни заданных уравнений или системы уравнений, приняв значение k равным случайному числу.

Задание 1. Найдите все корни следующих уравнений с помощью функции *root*, выполнив предварительно графическое отделение корней. Результаты решения проверьте подстановкой.

а) $x = cos(k \cdot x)$; б) $e^{k \cdot x + \sqrt{x}} = 20\cos(10 \cdot x) \cdot e^{-x}$

в) $2x^3 + k \cdot x^2 - 2x + 100 = 0$ г) $x^3 - k \cdot x^2 + 8x - 20 = 0$

Задание 2. Решите уравнения из задания 1 в) и г) при помощи функции *polyroots*, а также символьных вычислений. Сравните полученные результаты.

Задание 3. Решите следующие системы уравнений. Результаты проверьте подстановкой. Попытайтесь изменить начальные приближения и, возможно, найти другие решения систем.

а) $\begin{cases} \sin(y-1) = \dfrac{k}{10} - x \\ \sin(x+1) = y - k \end{cases}$ б) $\begin{cases} \dfrac{x^2}{k-6} + y^2 = k^2 \\ x + y = 10 \end{cases}$

Вопросы для самопроверки № 5

1. Каким образом определяется значение корня уравнения f(x) = 0 при помощи функции *root*. Приведите примеры для двух вариантов использования функции.
2. Как выбрать начальное приближение при численном решении алгебраического уравнения?
3. Каким образом задается точность решения алгебраического уравнения?
4. Как влияет выбор точности решения алгебраического уравнения на результат решения?
5. Как определяются корни полинома функцией *polyroots*. Приведите примеры.
6. Приведите структуру блока решения системы нелинейных уравнений.
7. Как выполняется установка параметров решения системы нелинейных уравнений?

ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Алейников, И. А. Практическое использование пакета Mathcad при решении задач : учебное пособие / И. А. Алейников. – Москва : РГОТУП, 2002. – 114 с. – ISBN 5-7473-0163-2. – Текст : непосредственный.
2. Воскобойников, Ю. Е. Основы работы в пакете Mathcad : учебное пособие /Ю. Е. Воскобойников, А. Ф. Задорожный. – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2006. – 122 с. – Текст : непосредственный.
3. Ершова, Е. Е. Лабораторный практикум по современным компьютерным технологиям. Часть 3. MathCAD : учебное пособие / Е. Е. Ершова, И. В. Ершов. – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2007. – 52 с. – ISBN 5-7795-0340-0. – Текст : непосредственный.
4. Макаров, Е. Г. Инженерные расчеты в Mathcad 15: учебный курс / Е. Г. Макаров. – Санкт-Петербург : Питер, 2011. – 400 с. – ISBN 978-5-459-00357-4. – Текст : непосредственный.
5. Мамонова, Т. Е. Лабораторный практикум по информационным технологиям: учебное пособие / Т.Е. Мамонова. – Томск : Изд-во Томского политехнического университета, 2014 –184 с. – Текст : непосредственный.
6. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD : учебное пособие / Ю. Е. Воскобойников, А. Ф. Задорожный, Л. А. Литвинов, Ю. Г. Черный. – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2012. – 212 с. – ISBN 978-5-7795-0589-5. – Текст : непосредственный.
7. Шлаев, Д. В. Основные приемы работы с системой Mathcad : методические рекомендации к лабораторным работам / Д. В. Шлаев. – Ставрополь, 2011. – 12 с. – Текст : непосредственный.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

1. Информационные технологии и системы : учебное пособие / Е.Л. Федотова. – Москва: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2013. – 352 с. – ISBN 978-5-8199-0376-6. – URL: http://www.znanium.com/bookread.php?book=374014. – (дата обращения 01.10.2019). – Текст: электронный.

б) дополнительная учебная литература:

1. Информационные системы в экономике : учебное пособие / К.В. Балдин. – Москва : НИЦ Инфра-М, 2013. – 218 с. – ISBN 978-5-16-005009-6. – URL: http://www.znanium.com/bookread.php?book=397677. – (дата обращения 01.10.2019). – Текст: электронный.
2. Информационные системы предприятия : учебное пособие / А.О. Варфоломеева, А.В. Коряковский, В.П. Романов. – Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2013. – 283 с. – ISBN 978-5-16-005549-7. – URL: http://www.znanium.com/bookread.php?book=344985. – (дата обращения 01.10.2019). – Текст: электронный.
3. Информатика: программные средства персонального компьютера : учебное пособие / В.Н. Яшин. – Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2014. – 236 с. – ISBN 978-5-16-006788-9. – URL: http://znanium.com/bookread2.php?book=407184. – (дата обращения 01.10.2019). – Текст: электронный.