Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»

Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ
Декан А.В. Фомина
10 февраля 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
К.М.04.03 Алгебра и геометрия

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2022

Новокузнецк 2022

Оглавление

1 Цель дисциплины. 3
1.1 Формируемые компетенции 3
1.2 Индикаторы достижения компетенций 3
1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине 3
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. 4
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины. 4
3.1 Учебно-тематический план 4
3.2. Содержание занятий по видам учебной работы 6
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. 11
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины. 12
5.1 Учебная литература 12
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины. 13
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. 15
6 Иные сведения и (или) материалы. 15
6.1.Примерные темы письменных учебных работ 15
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации 20

1 Цель дисциплины.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должна быть сформирована компетенция основной профессиональной образовательной программы бакалавриата ОПК-1.

Содержание компетенций как планируемых результатов обучения по дисциплине см. таблицы 1 и 2.

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции *(универсальная, общепрофессиональная, профессиональная)*	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Общепрофессиональная		ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	1.1 строго доказывает математические утверждения, основываясь на фактах и концепциях теорий в области математических и естественных наук, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; 1.2 Решает практические задачи на основе фундаментальных знаний в области математических и естественных наук 1.3 Решает профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы современных математических теорий	Б1.О.10 Математический анализ **Б1.О.11 Алгебра и геометрия** Б1.О.13 Дискретная математика Б1.О.14 Теория вероятностей и математическая статистика Б1.О.17 Дифференциальные уравнения Б1.О.20 Физика Б1.О.25 Теория игр и исследование операций Б2.О.02(У) Учебная практика. Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы) ФТД.01 Выравнивающий курс математики и информатики

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	1.1 строго доказывает математические утверждения, основываясь на фактах и концепциях теорий в области математических и естественных наук, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; 1.2 Решает практические задачи на основе фундаментальных знаний в области математических и естественных наук 1.3 Решает профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы современных математических теорий	**Знать:** – основные факты, концепции и принципы алгебры и геометрии. **Уметь:** – грамотно пользоваться языком алгебры и геометрии; – строго доказывать математические утверждения в области алгебры и геометрии, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; – применять знания алгебры и геометрии для решения практических задач. **Владеть:** способностью решать профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы алгебры и геометрии.

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения
	ОФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	396
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	134
Аудиторная работа (всего):	134
в том числе:	
лекции	66
практические занятия, семинары	68
Внеаудиторная работа (всего):	
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	190
4 Промежуточная аттестация обучающегося: - экзамен (1 семестр); - экзамен (2 семестр).	72

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость	Трудоемкость занятий (час.)	Формы текущего контроля и
			ОФО	

		(всего час.)	Аудиторн. занятия		СРС	промежуточной аттестации успеваемости
			лекц.	практ.		
Семестр 1						
	1. Матричная алгебра	**28**	**8**	**6**	**14**	
1	1.1 Матрицы, операции над матрицами	8	2	2	4	Индивидуальное задание
2	1.2.Определители, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам ряда	8	2	2	4	
3	1.3. Обратная матрица. Ранг матрицы	12	4	2	6	
	2. Системы линейных уравнений	**34**	**8**	**10**	**16**	
4	2.1. Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Крамера.	8	2	2	4	Контрольная работа Кейс-задание
5	2. 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений и матричных уравнений с помощью обратной матрицы.	8	2	2	4	
6	2.3. Теорема Кронекера-Капелли.	8	2	2	4	
7	2.4. Решение систем m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Гаусса.	10	2	4	4	
	3. Векторная алгебра (геометрические векторы)	**20**	**4**	**4**	**12**	
8	3.1. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами.	6	1	1	4	Контрольная работа
9	3.2. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение.	6	1	1	4	
10	3. 3. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства, приложения	8	2	2	4	
	4. Аналитическая геометрия на плоскости	30	8	8	14	
11	4.1. Система координат на плоскости. Основные задачи.	6	2	2	2	Индивидуальное задание
12	4.2. Прямая на плоскости. Способы задания.	8	2	2	4	
13	4.3.Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.	8	2	2	4	
14	4.4. Линии второго порядка.	8	2	2	4	
	5. Аналитическая геометрия в пространстве	**32**	**8**	**8**	**16**	
15	5.1. Плоскость. Различные уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.	8	2	2	4	Контрольная работа
16	5.2. Прямая в пространстве. Способы задания. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.	8	2	2	4	
17	5.3.Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.	8	2	2	4	
18	5.4. Поверхности второго порядка	8	2	2	4	
	Промежуточная аттестация - *экзамен*	36				*экзамен*
ИТОГО по 1 семестру		**180**	**36**	**36**	**72**	
Семестр 2						
	1. Комплексные числа	**22**	**4**	**4**	**14**	
1	1.1. Определение комплексного числа. Комплексная плоскость. Форма записи комплексных чисел.	11	2	2	7	Контрольная работа
2	1.2. Операции над комплексными числами.	11	2	2	7	

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		
	2. Линейные пространства	**68**	**14**	**14**	**40**	
3	2.1. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость векторов.	10	2	2	6	Контрольная работа Коллоквиум
4	2.2. Размерность и базис векторного пространства.	10	2	2	6	
5	2.3. Переход к новому базису.	10	2	2	6	
6	2.4. Линейные подпространства. Сумма и пересечение линейных подпространств.	19	2	4	13	
7	2.5. Евклидовы пространства.	10	2	2	6	
8	2.6. Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение	9	2	2	5	
	3. Линейные операторы	**60**	**10**	**10**	**40**	
9	3.1. Линейные операторы и их свойства.	12	2	2	8	Контрольная работа
10	3.2. Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах.	12	2	2	8	
11	3.3. Преобразование матрицы линейного оператора.	12	2	2	8	
12	3.4. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	12	2	2	8	
13	3.5.Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду	12	2	2	8	
	4. Квадратичные формы	**30**	**4**	**4**	**22**	
14	4.1. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.	16	2	2	12	Контрольная работа
15	4.2. Критерий Сильвестра	14	2	2	10	
16	Промежуточная аттестация - *экзамен*	36				*экзамен*
ИТОГО по 2 семестру		**216**	**30**	**32**	**118**	**36**
	Всего:	**396**	**66**	**68**	**190**	**72**

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	Семестр 1	
Содержание лекционного курса		
1	**Матричная алгебра**	
1.1	Матрицы, операции над матрицами	Понятие матрицы. Виды матриц. Операции над матрицами. Свойства операций. Транспонирование матриц. Свойства транспонированных матриц.
1.2	Определители, их свойства.	Определители, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителя. Теорема Лапласа.
1.3	Обратная матрица. Ранг матрицы	Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы. Свойства обратных матриц. Элементарные преобразования над матрицами. Ранг матрицы. Линейные комбинации строк и столбцов. Теорема о ранге матрицы.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
2	**Системы линейных уравнений**	
2.1	Метод Крамера.	Линейные уравнения и системы линейных алгебраических уравнений. Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными по правилу Крамера.
2.2	Метод обратной матрицы.	Решение систем линейных алгебраических уравнений и матричных уравнений с помощью обратной матрицы.
2.3	Теорема Кронекера-Капелли.	Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Определенные и неопределенные системы. Теорема Кронекера-Капелли
2.4	Метод Гаусса.	Решение систем m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Гаусса. Однородные системы. Фундаментальная система решений.
3	**Векторная алгебра (геометрические векторы)**	
3.1	Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами.	Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось, прямую, вектор. Декартовы координаты векторов и точек.
3.2	Скалярное произведение векторов.	Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение.
3.3	Векторное и смешанное произведение векторов.	Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Координатное выражение векторного и смешанного произведения.
4	**Аналитическая геометрия на плоскости**	
4.1	Система координат на плоскости.	Система координат на плоскости. Основные задачи. Расстояние между точками, деление отрезка в данном отношении.
4.2	Прямая на плоскости..	Прямая на плоскости. Способы задания
4.3	Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.	Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.
4.4	Линии второго порядка.	Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола
5	**Аналитическая геометрия в пространстве**	
5.1	Плоскость.	Плоскость. Различные уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
5.2	Прямая в пространстве.	Прямая в пространстве. Способы задания. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
5.3	Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.	Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
5.4	Поверхности второго порядка	Поверхности второго порядка: эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, конусы, цилиндрические поверхности, поверхности вращения.
Содержание практических занятий		

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
1	**Матричная алгебра**	
1.1	Операции над матрицами	Операции над матрицами. Транспонирование матриц.
1.2	Вычисление определителей	Вычисление определителей методом Сарруса. Вычисление определителей при помощи теоремы Лапласа.
1.3	Нахождение обратных матриц. Вычисление ранга матрицы	Нахождение обратных матриц. Элементарные преобразования над матрицами. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Вычисление ранга матрицы.
2	**Системы линейных уравнений**	
2.1	Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Крамера.	Линейные уравнения и системы линейных алгебраических уравнений. Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными по правилу Крамера.
2.2	Решение систем линейных алгебраических уравнений методом методом обратной матрицы.	Решение систем линейных алгебраических уравнений и матричных уравнений с помощью обратной матрицы.
2.3	Совместность систем линейных алгебраических уравнений	Определение совместности систем линейных алгебраических уравнений при помощи теоремы Кронекера-Капелли.
2.4	Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.	Решение систем m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Гаусса. Решение однородных систем. Фундаментальная система решений.
3	**Векторная алгебра (геометрические векторы)**	
3.1	Линейные операции над векторами.	Линейные операции над векторами. Нахождение проекции вектора на ось, прямую, вектор.
3.2	Применение скалярного произведение векторов для решения задач	Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Основные задачи.
3.3	Применение векторного и смешанного произведения векторов для решения задач.	Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Координатное выражение векторного и смешанного произведения. Основные задачи.
4	**Аналитическая геометрия на плоскости**	
4.1	Переход от декартовой к полярной системе координат и обратно.	Переход от декартовой к полярной системе координат и обратно. Расстояние между точками, деление отрезка в данном отношении.
4.2	Различные способы задания прямой на плоскости.	Различные способы задания прямой на плоскости: уравнение прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой, уравнение прямой, проходящей через одну и две заданные точки, уравнение прямой в отрезках на осях, нормальное уравнение прямой, полярное уравнение прямой.
4.3	Нахождение угла между двумя прямыми. Нахождение расстояния от	Нахождение угла между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых Нахождение расстояния от точки до прямой. Расстояние между

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	точки до прямой.	двумя параллельными прямыми.
4.4	Линии второго порядка. Решение задач.	Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Решение задач.
5	**Аналитическая геометрия в пространстве**	
5.1	Различные способы задания плоскости.	Различные способы задания плоскости: общее уравнение, уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору, уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки, уравнение плоскости в отрезках на осях.. Нахождение угла между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
5.2	Различные способы задания прямой в пространстве.	Различные способы задания прямой в пространстве: общие уравнения прямой, векторное уравнение прямой, канонические, параметрические уравнения прямой, уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
5.3	Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.	Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Нахождение точки пересечения прямой с плоскостью.
5.4	Поверхности второго порядка. Решение задач.	Поверхности второго порядка: эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, конусы, цилиндрические поверхности, поверхности вращения. Решение задач.
	Промежуточная аттестация - *экзамен*	
	Семестр 2	
Содержание лекционного курса		
1	**Комплексные числа**	
1.1.	Определение комплексного числа.	Определение комплексного числа. Комплексная плоскость. Форма записи комплексных чисел.
1.2.	Операции над комплексными числами.	Операции над комплексными числами.
2	**Линейные пространства**	
2.1.	Линейные векторные пространства. Линейная зависимость векторов	Определение линейного (векторного) пространства. Простейшие следствия и аксиом линейного пространства. Линейная зависимость векторов пространства.
2.2.	Размерность и базис векторного пространства.	Размерность и базис векторного пространства. Определение, примеры. Теорема о базисе.
2.3.	Переход к новому базису.	Переход к новому базису. Матрица перехода. Координаты вектора в новом базисе.
2..4.	Линейные подпространства. Линейная оболочка и ее свойства.	Линейные подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Линейная оболочка системы векторов. Базис и размерность линейной оболочки.
2.5.	Евклидовы пространства.	Евклидово линейное пространство. Операция скалярного умножения и его свойства. Длина и угол между векторами.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
2.6.	Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение	Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортогональное дополнение.
3	**Линейные операторы**	
3.1.	Линейные операторы и их свойства.	Определение и примеры линейных операторов. Ядро, образ, дефект, ранг линейного оператора. Изоморфизм линейных пространств.
3.2.	Матрица линейного оператора	Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах.
3.3.	Преобразование матрицы линейного оператора.	Преобразование матрицы линейного оператора.
3.4.	Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
3.5.	Диагональный вид матрицы линейного оператора	Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
4	**Квадратичные формы**	
4.1.	Квадратичные формы.	Определение квадратичной формы. Квадратичные формы канонического вида. Закон инерции.
4.2.	Критерий Сильвестра	Критерий Сильвестра
Содержание практических занятий		
1	**Комплексные числа**	
1.1.	Форма записи комплексных чисел.	Различные формы записи комплексных чисел. Переход от одной формы записи к другой.
1.2.	Операции над комплексными числами.	Операции над комплексными числами в разных формах записи.
2	**Линейные пространства**	
2.1.	Линейные векторные пространства. Линейная зависимость векторов	Определение линейного пространства. Линейная зависимость векторов
2.2.	Нахождение размерности и базиса векторного пространства	Нахождение размерности и базиса векторного пространства
2.3.	Переход от одного базиса к другому.	Переход от старого базиса к новому и наоборот. Нахождение координат вектора в старом и новом базисах.
2..4.	Нахождение суммы и пересечения линейных подпространств. Нахождение базиса и размерности линейной оболочки.	Нахождение суммы и пересечения линейных подпространств. Нахождение базиса и размерности линейной оболочки
2.5.	Евклидовы пространства. Нахождение нормы и угла между векторами.	Определение евклидова линейного пространства. Операция скалярного умножения. Нахождение нормы и угла между векторами.
2.6.	Процесс ортогонализации Грама-Шмидта	Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортогональное дополнение.
3	**Линейные операторы**	

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
3.1.	Нахождение ядра, образа, дефекта, ранга линейного оператора.	Определение линейного оператора. Нахождение ядра, образа, дефекта, ранга линейного оператора.
3.2.	Нахождение матрицы линейного оператора в разных базисах	Нахождение матрицы линейного оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах.
3.3.	Преобразование матрицы линейного оператора.	Преобразование матрицы линейного оператора.
3.4.	Нахождение собственных векторов и собственных значений линейного оператора.	Характеристический многочлен и характеристическое уравнение. Нахождение собственных векторов и собственных значений линейного оператора.
3.5.	Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду	Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду
4	**Квадратичные формы**	
4.1.	Приведение квадратичной формы к каноническому виду.	Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
4.2.	Критерий Сильвестра	Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра.
	Промежуточная аттестация - *экзамен*	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемус янеобходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

1 семестр

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре	**60**	Индивидуальное задание (2 задания)	За ИЗ от 5 до 10 баллов 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	10-20
		Контрольные работы (защита контрольной работы) (3 работы)	За одну КР от 5до:10 баддов 5баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	15 - 30
		Кейс-задание	6баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	6- 10
Итого по текущей работе в семестре				31 - 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Решение задачи 1.	**5 баллов** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	5 - 10
		Решение задачи 2.	**5 баллов** (пороговое значение)	5 - 10

			10 баллов (максимальное значение)	
		Вопрос билета №1	**5 баллов** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №2	**5 баллов** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	5- 10
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				20 – 40 б.
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации				50 – 100 б.

2 семестр

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре	**60**	Контрольные работы (защита контрольной работы) (4 работы)	За одну КР от 5до:10 баддов 5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	20- 40
		Коллоквиум	11 баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение)	11- 20
Итого по текущей работе в семестре				31 - 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Решение задачи 1.	**5 баллов** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	5 - 10
		Решение задачи 2.	**5 баллов** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №1	**5 баллов** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №2	**5 баллов** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	5- 10
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				20 – 40 б.
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации				50 – 100 б.

В промежуточной аттестации оценка выставляется в ведомость в 100-балльной шкале и в буквенном эквиваленте (таблица 8)

Таблица 8 – Соотнесение 100-балльной шкалы и буквенного эквивалента оценки

Сумма набранных баллов	Уровни освоения дисциплины и компетенций	*Экзамен*		*Зачет*
		Оценка	*Буквенный эквивалент*	*Буквенный эквивалент*
86 - 100	Продвинутый	5	отлично	Зачтено
66 - 85	Повышенный	4	хорошо	
51 - 65	Пороговый	3	удовлетворительно	
0 - 50	Первый	2	неудовлетворительно	Не зачтено

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Рудык, Б.М. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебн. пособие / Б.М. Рудык – Электрон. текстовые дан. – Москва : ИНФРА-М, 2013. – 318 с. – Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=363158

2. Бортаковский, А.С. Линейная алгебра в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебн. пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев – Электрон. текстовые дан. – Москва : ИНФРА-М, 2015. – 592 с. – Режим доступа:

http://znanium.com/bookread2.php?book=494895

Дополнительная учебная литература

1. Шершнев, В.Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии [Электронный ресурс]: учебн. пособие / В.Г. Шершнев – Электрон. текстовые дан. – Москва : ИНФРА-М, 2014. – 168 с. – Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=318084

2. Индивидуальные задания по высшей математике: [Электронный ресурс]: учебн. пособие. В 4 ч. Ч. 1 Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной / А.П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А.П. Рябушко – 7-е изд. - Электрон. текстовые дан. – Минск : Выш. шк., 2013. – 304 с. – Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=508859

3. Бортаковский, А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум [Электронный ресурс]: учебн. пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев – Электрон. текстовые дан. – Москва : ИНФРА-М, 2015. – 352 с. – Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=476097

4. Бутузов В. Ф. Линейная алгебра в вопросах и ответах [Текст] : учебное пособие для вузов / В. Ф. Бутузов, Н. Ч. Крутицкая, А. А. Шишкин ; под ред. В. Ф. Бутузова. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 247 с.

5. Ильин В. А. Линейная алгебра [Текст] : учебник. - Издание 6-е, стреотипное. - Москва : Физматлит, 2005. - 280 с. - (Курс высшей математики и математической физики ; вып. 4). - Гриф МО "Рекомендовано".

6. Линейная алгебра [Текст] : методические указания к практической и самостоятельной работам / Новокузнецкий филиал-институт ГОУ ВПО "КемГУ", Факультет информационных технологий, Кафедра математики и математического моделирования; сост. Ю. В. Шпакова. - Новокузнецк, 2010. - 27 с.

7. Канатников, А. Н. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник для вузов. - Москва : Академия, 2009. - 208 с. - (Университетский учебник). - Гриф МО "Рекомендовано"

8. Алгебра и геометрия : [Электронный ресурс]учеб. пособие : / Г.И. Шуман, О.А. Волгина, Н.Ю. Голодная. – Электрон. текстовые дан.– М. : РИОР : ИНФРА-М, 2018. — (Высшее образование). – 160 с. – Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=908228

9. Алгебра и геометрия. Сборник задач и решений с применением системы Maple [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.Н. Кирсанов, О.С. Кузнецова. – Электрон. текстовые дан.— М. : ИНФРА-М, 2017. — 272 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). – Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=648409

10. Линейная алгебра и многомерная геометрия [Электронный ресурс]:учеб. пособие /ЕфимовН.В., РозендорнЭ.Р., 3-е изд. – Электрон. текстовые дан. - М.: Физматлит, 2004. - 464 с.: ISBN 978-5-9221-0386-5http://znanium.com/bookread2.php?book=544609

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

333 Учебная аудитория для проведения - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, столы, стулья. Оборудование: переносное - ноутбук, экран, проектор. Используемое программное обеспечение:MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО). Интернет с доступом в ЭИОС.	654041, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, ул. Циолковского, д.23
332 Компьютерный класс.	654041, Кемеровская

Учебная аудитория для проведения: - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доскамеловая, столы компьютерные, стулья. Оборудование: компьютеры (10 шт.). Используемое программное обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО). Интернет с доступом в ЭИОС.	область - Кузбасс, г. Новокузнецк, ул. Циолковского, д.23
712 Учебная аудитория (мультимедийная) для проведения: - занятий лекционного типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: стационарное -компьютер, экран, проектор, акустическая система. Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19
615 Учебная аудитория (мультимедийная) для проведения: - занятий лекционного типа; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: стационарное - компьютер, экран, проектор, акустическая система (колонки). Используемое программное обеспечение: Ubuntu Linux(свободно распространяемое ПО), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19
718 Учебная аудитория для проведения: - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: переносное - ноутбук, экран, проектор. Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19
404 Учебная аудитория для проведения: - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья. Оборудование: переносное - ноутбук, кран, проектор. Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19
509 Компьютерный класс. Учебная аудитория (мультимедийная) для проведения: - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья, Оборудование для презентации учебного материала: стационарное - компьютер преподавателя, экран, проектор. Оборудование: стационарное- компьютеры для обучающихся (18 шт.), наушники. Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19

Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. *Общероссийский математический портал (информационная система)* - *http://www.mathnet.ru/*
2. *Mathcad-справочник по высшей математике* - *http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp*

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1.Примерные темы письменных учебных работ

6.1.1. Индивидуальное задание по теме «Матричная алгебра»

1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -2 & -5 & -1 & 3 \\ 2 & -5 & 9 & 1 \\ 3 & -1 & 5 & -5 \\ 2 & 18 & -7 & -10 \end{vmatrix}$$

2. Доказать тождество:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$$

3. Найти значение многочлена *f(x)* от матрицы А:

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5, \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Решить матричное уравнение. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Найти ранг матрицы А:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 5 & 6 \\ 3 & -5 & 2 & -8 & -11 \\ 2 & 4 & 2 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

6.1.2. Контрольная работа по теме «Системы линейных уравнений»

1. Решить систему линейных уравнений: методом Гаусса.
а) методом Крамера;
б) методом Гаусса;
в) при помощи обратной матрицы.

$$\begin{cases} 3X_1 + 2X_2 + X_3 = 5, \\ 2X_1 + 3X_2 + X_3 = 1, \\ 2X_1 + X_2 + 3X_3 = 11. \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений

Найти общее решение, частное, сделать проверку.

$$\begin{cases} 2X_1 - X_2 + 3X_3 - X_4 + X_5 = 3 \\ 3X_1 + 4X_2 - X_3 + 4X_4 = 2 \\ X_1 + 5X_2 - 4X_3 + 5X_4 - X_5 = -1 \\ 4X_1 + 9X_2 - 5X_3 + 9X_4 - X_5 = 1 \end{cases}$$

6.1.3. Кейс-задание по теме «Системы линейных уравнений»

Автозавод известного бренда производит 4 вида легковых автомобилей закрытого типа: седан, лимузин, универсал и купе. При этом используются материалы четырех типов: М1, М2, М3, М4. Нормы расхода каждого из них на один вид автомобиля и объем расхода материала на 1 день заданы таблицей (см. таблицу). Найти ежедневный объем выпуска каждого вида автомобиля.

Вид материала	Нормы расхода материала на один автомобиль, ед. изм.				Расход материала на 1 день, ед. изм.
	седан	универсал	купе	лимузин	
М1	2	3	1	4	1120
М2	2	1	5	2	1360
М3	1	2	3	1	980
М4	2	3	1	1	1030

6.1.4. Контрольная работа по темам: «Векторная алгебра», «Аналитическая геометрия в пространстве»

Даны координаты вершин пирамиды $A_1(4, 2, 5)$, $A_2(0, 7, 2)$, $A_3(0, 2, 7)$, $A_4(1, 5, 0)$. Найти: а) длину ребра A_1A_2; б) площадь грани $A_1A_2A_3$; в) объём пирамиды; г) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; д) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; е) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; ж) длину высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

6.1.5. Индивидуальное задание по теме «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Уравнение одной из сторон квадрата $x+3y–5=0$. Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если $(-1;0)$ – точка пересечения его диагоналей.

2. Даны уравнения одной из сторон ромба 2x+y–5=0 и одной из его диагоналей y–1=0. Диагонали ромба пересекаются в точке (3;1). Найти уравнения остальных сторон ромба.
3. Уравнения двух сторон параллелограмма x+2y+2=0 и x+y=0, а уравнение одной из его диагоналей x+2=0. Найти координаты вершин параллелограмма.
4. Даны две вершины A(-3, 3) и B(5, -1) и точка D(4, 3) пересечения высот треугольника. Составить уравнения его сторон.
5. Даны вершины A(1, 1) , B(2, 3) , C(4, 1) трапеции ABCD (AD $||$ BC). Известно, что диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Найти координаты вершины D этой трапеции.
6. Даны уравнения двух сторон треугольника 5x–4y+15=0 и 4x+y–9=0. Его медианы пересекаются в точке (0, 2) . Составить уравнение третьей стороны треугольника.
7. Даны две вершины A(2;-2) , B(3;-1) и точка P(1;0) пересечения медиан треугольника ABC . Составить уравнение высоты треугольника, проведенной через третью вершину C .

6.1.6. Контрольная работа по теме «Комплексные числа»

1. Дано: $z_1 = 2 + i$, $z_2 = -3 + 2i$. Найти: $z_1 + z_2$, $z_1 \cdot z_2$, z_1 / z_2.
2. Дано: $z_1 = 1 + i$, $z_2 = -1 + i$. Найти z_1^5, $\sqrt[3]{z_2}$.
3. Решить уравнение: а) $x^2 + x + 4 = 0$ б) $x^4 - 6x^2 + 25 = 0$
4. Построить на комплексной плоскости множество точек z, удовлетворяющих условиям: $\mathrm{Re}\, z \le 2$; $|\mathrm{Im} z| \le 1$

6.1.7. Контрольная работа по теме «Линейные пространства»

1. Показать, что векторы *a = (2,3,4) b =(2,1,5) c=(-1,0,1)* образуют базис и найти координаты вектора *d=(3,-4,2)* в этом базисе.

2. В базисе e_1, e_2,e_3 задан вектор *x = (2,3,4)*. Найти координаты этого вектора в базисе e_1^*, e_2^*, e_3^*, если $\begin{cases} e_1 - 2e_2 + 3e_3 = e_1^*, \\ 2e_1 + 3e_2 - 4e_3 = e_2^*, \\ 3e_1 - 2e_2 - 5e_3 = e_3^*. \end{cases}$
3. В евклидовом пространстве R^4 подпространство L задано системой уравнений
$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 - X_3 + X_4 = 0, \\ 2X_1 + X_2 - 3X_3 = 0, \\ 3X_1 + 4X_2 - 4X_3 + X_4 = 0. \end{cases}$$
Найти ортогональный базис в L.

6.1.8. Коллоквиум

1. Является ли линейным пространством множество, всех:
- матриц размера mxn;
- диагональных матриц порядка n;
- невырожденных матриц.

2. Являются ли векторы $\vec{a}_1 = (5;4;3)$, $\vec{a}_2 = (3;3;2)$, $\vec{a}_3 = (8;1;3)$ линейно зависимыми?
3. Показать, что система векторов $\vec{e}_1 = (1;2;3)$ $e_2 = (3;0;2)$ $\vec{e}_3 = (-2;1;1)$ образует базис в R^3 и найти координаты вектора $\vec{c} = (4;2;-1)$ в этом базисе.
4. $$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

   Множество решений однородной системы образует линейное пространство. Найти размерность этого пространства и какой-нибудь базис в нем.
5. Дана матрица A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису (c_1, c_2, c_3). Найти координаты векторов e_1, e_2, e_3 в базисе c_1, c_2, c_3.
6. Является ли линейным подпространством в пространстве матриц порядка n подмножество, образованное всеми:
   - матрицами с нулевой первой строкой;
   - нижнетреугольными матрицами;
   - невырожденными матрицами.
7. Подпространства $L_1 = L(a_1, a_2, a_3)$, $L_2 = L(b_1, b_2, b_3)$ натянуты на следующие системы векторов: $\vec{a}_1 = (1;2;1)$, $\vec{a}_2 = (1;1;-1)$, $\vec{a}_3 = (1;3;3)$;
   $\vec{b}_1 = (2;3;-1)$, $\vec{b}_2 = (1;2;2)$, $\vec{b}_3 = (1;1;-3)$. Найти базисы и размерности подпространств L_1, L_2, $L_1 + L_2$.
8. Найти базис линейной оболочки системы векторов: $\vec{e}_1 = (1;0;0;-1)$, $\vec{e}_2 = (2;1;1;0)$, $\vec{e}_3 = (1;1;1;1)$, $\vec{e}_4 = (1;2;3;4)$, $\vec{e}_5 = (0;1;2;3)$.
9. Векторы e_1, e_2, e_3 образуют ортогональный базис. Найти скалярное произведение векторов $\vec{x} = 2e_1 - 3e_2 + 4e_3$ и $\vec{y} = e_1 + e_2 - 5e_3$ и их длины, если $|e_1| = 1$, $|e_2| = 2$, $|e_3| = 2$.
10. Для каких векторов неравенство Коши-Буняковского превращается в равенство?
11. В евклидовом арифметическом пространстве R^4 найти угол между векторами $\vec{a} = (2;1;1;0)$ и $\vec{в} = (1;2;3;4)$.

12-14. В евклидовом пространстве R^4 подпространство V задано системой уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

Найти по одному ортогональному базису в пространствах V, его ортогональном дополнении W и R^4.

15. Является ли оператор A(x)= $(x_1 - x_2; 2x_1 + x_3; x_2 - 2x_3)$ линейным, если вектор $\vec{x} = (x_1; x_2; x_3)$?

16-17. Линейный оператор задан матрицей A= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ в некотором базисе. Найти базис ядра и дефект линейного оператора.

18. Найти (в том же базисе) координаты вектора y=A(x), если оператор задан матрицей A= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ и $\vec{x} = 2e_1 + e_2 - e_3$.

19-20. Матрица линейного оператора в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет вид A= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Найти матрицу этого оператора в базисе (c_1, c_2, c_3), если

$\vec{c_1} = 2e_1 + e_2 - e_3$, $\vec{c_2} = e_1 + 3e_2 + e_3$, $\vec{c_3} = e_1 - 2e_2 + 3e_3$.

6.1.9. Контрольная работа по теме «Линейные операторы. Квадратичные формы»

1. Найти матрицу A* линейного оператора в базисе e_1^*, e_2^*, заданного матрицей A в базисе e_1, e_2

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} e_1^* = e_2 \\ e_2^* = e_1 + e_2 \end{matrix}$$

2. Линейный оператор задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 4 & 5 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ в базисе e_1, e_2, e_3.

Найти базис ядра и дефект линейного оператора.

3. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей A в базисе e_1, e_2, e_3.

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}.$$

4. Привести к диагональному виду матрицу $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.
5. Дана квадратичная форма $L(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-5x_2^2+8x_3^2+3x_1x_2-2x_1x_3+8x_2x_3$
   Записать ее в матричном виде.
6. Привести квадратичную форму к каноническому виду. $L(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_1x_2+4x_2x_3$.
7. Исследовать на знакоопределенность квадратичную форму
$L(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+x_3^2+2x_1x_2$.

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 9 - Примерные теоретические вопросы и практические задания к экзамену

Семестр 1

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задания
1. Матричная алгебра		
1.1 Матрицы, операции над матрицами	1. Матрицы, виды матриц 2. Операции над матрицами.	1. Найти матрицу Д=АВС–3Е, где А= $\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 1 & 0 & 2\\ 4 & 5 & 3\end{pmatrix}$, В= $\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 1\end{pmatrix}$, С=(2 0 5), Е– единичная матрица. 2. Найти значение многочлена *f(x)* от матрицы А: $f(x)=3x^2-2x+5$, $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 2 & -4 & 1\\ 3 & -5 & 2\end{pmatrix}$.
1.2.Определители, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам ряда	3. Свойства определителей. 4. Вычисление определителей.	3. Вычислить определитель матрицы А $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 2 & -4 & 1\\ 3 & -5 & 2\end{pmatrix}$. 4. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}-2 & -5 & -1 & 3\\ 2 & -5 & 9 & 1\\ 3 & -1 & 5 & -5\\ 2 & 18 & -7 & -10\end{vmatrix}$
1.3. Обратная матрица. Ранг матрицы	5 Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы.	5. Найти матрицу В=11.(А-1)/+А/,

	6 Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы, его вычисление.	$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 2 & -4 & 1\\ 3 & -5 & 2\end{pmatrix}$. 6. Найти ранг матрицы А: $\begin{pmatrix}1 & 3 & -2 & 0\\ 3 & -1 & 5 & 4\\ 2 & -4 & 7 & 4\\ 3 & -1 & 5 & 4\end{pmatrix}$
2. Системы линейных уравнений		
2.1. Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Крамера.	7 Системы линейных алгебраических уравнений. 8 Решение систем линейных уравнений методом Крамера.	7. Решить систему линейных уравнений методом Крамера. $\begin{cases}X_1+X_2+2X_3=-1,\\ 2X_1-X_2+2X_3=-4,\\ 4X_1+X_2+4X_3=-2.\end{cases}$ 8. $\begin{cases}X_1-2X_2+3X_3=6,\\ 2X_1+3X_2-4X_3=20,\\ 3X_1-2X_2-5X_3=6.\end{cases}$
2. 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений и матричных уравнений с помощью обратной матрицы.	9 Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. 10 Решение матричных уравнений	9. Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы. $\begin{cases}X_1-2X_2+3X_3=6,\\ 2X_1+3X_2-4X_3=20,\\ 3X_1-2X_2-5X_3=6.\end{cases}$ 10. Решить матричное уравнение. Сделать проверку. $\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 5\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}-1 & 3 & 0\\ 1 & 2 & -1\end{pmatrix}$
2.3. Теорема Кронекера-Капелли.	11 Исследование систем линейных уравнений. 12 Теорема Кронекера-Капелли.	11. Совместна ли система? $\begin{cases}X_1+2X_2-3X_3+X_4-3X_5=2,\\ 2X_1-X_2+X_3-4X_4+X_5=1,\\ 3X_1+X_2-2X_3-3X_4-2X_5=3.\end{cases}$ 12. $\begin{cases}X_1+X_2+2X_3=-1,\\ 2X_1-X_2+2X_3=-4,\\ 4X_1+X_2+4X_3=-2.\end{cases}$
2.4. Решение систем m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Гаусса.	13 Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. 14 Однородные системы линейных уравнений.	13. Решить систему методом Гаусса, найти общее решение. частное, сделать проверку. $\begin{cases}X_1+2X_2-3X_3+X_4-3X_5=2,\\ 2X_1-X_2+X_3-4X_4+X_5=1,\\ 3X_1+X_2-2X_3-3X_4-2X_5=3.\end{cases}$ 14. Найти ФНР однородной системы. $\begin{cases}X_1+3X_2-X_3+X_4=0,\\ 2X_1+X_2-3X_3=0,\\ 3X_1+4X_2-4X_3+X_4=0.\end{cases}$

3. Векторная алгебра (геометрические векторы)		
3.1. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами.	15 Линейные операции над векторами. 16 Ортогональная проекция вектора на ось. Свойства проекции.	15. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{в}$ образуют угол $\varphi = 120^0$, причем $\lvert a\rvert = 3$ и $\lvert b\rvert = 5$ Найти $\lvert a+b\rvert$ и $\lvert a-b\rvert$. 16. Найти $np_{\vec{c}}(2\vec{a}+3\vec{b})$, если $\vec{a}=(1;2;-4)$, $\vec{в}=(5;3;2)$, $\vec{c}=(-3;2;1)$.
3.2. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение.	17 Разложение вектора по базису. Направляющие косинусы. Операции над векторами в координатной форме. 18 Скалярное произведение векторов, его свойства и приложения.	17. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{a}_1=(1;2;0), \vec{a}_2=(3;-1;1), \quad \vec{a}_3=(0;1;1)$ базис в R^3. 18. Найти угол ВСА в треугольнике АВС, если А(1;3;2), В(3;4;2), С(2;5;1).
3. 3. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства, приложения	19 Векторное произведение векторов, его свойства и приложения. 20 Смешанное произведение векторов, его свойства и приложения.	19. Найти площадь треугольника АВС, если А(1;3;2), В(3;4;2), С(2;5;1). 20. Найти объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$, если A_1(3;5;4), A_2(8;7;4), A_3(5;10;4), A_4(4;7;8).
4. Аналитическая геометрия на плоскости		
4.1. Система координат на плоскости. Основные задачи.	21 Прямоугольная и полярная системы координат на плоскости. 22 Деление отрезка в данном отношении.	21. Найти координаты точек в полярной системе координат. А(-1;1), В(0;-1), С($\sqrt{3}$;1). 22. Даны две вершины треугольника А(3;8), В(10;2) и точка пересечения медиан М(1;1). Найти координаты третьей вершины треугольника.
4.2. Прямая на плоскости. Способы задания.	23 Уравнение прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой, уравнение прямой, проходящей через одну и две заданные точки. 24 Уравнение прямой в отрезках на осях, нормальное уравнение прямой, полярное уравнение прямой.	23. Написать уравнения прямых, проходящих через начало координат под углом 45° к прямой $y = 4-2x$. 24. Уравнение одной из сторон квадрата $X + 3Y - 5 = 0$. Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если $(-1, 0)$ – точка пересечения его диагоналей.
4.3.Угол между двумя прямыми. Расстояние	25 Угол между двумя прямыми на	25. Среди прямых найти параллельные и перпендикулярные.

от точки до прямой.	плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. 26 Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.	а) x-2y+3=0; б) -2x+4y+5=0; в) -2x+y-3=0; г) -2x+4y-6=0. 26. Показать, что прямые 3x+y-2=0 и 6x+2y+1=0 параллельны и найти расстояние между ними.
4.4. Линии второго порядка.	27 Исследование формы эллипса по его уравнению. 28 Исследование формы гиперболы по ее уравнению. 29 Каноническое уравнение параболы (вывод и исследование).	27. На прямой $x+5=0$ найти точку, одинаково удаленную от левого фокуса и верхней вершины эллипса $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{4}=1$ 28. Через точку M(0;-1) и правую вершину гиперболы $3x^2-4y^2=12$ проведена прямая. Найти вторую точку пересечения прямой с гиперболой. 29. Написать уравнение окружности, имеющей центр в фокусе параболы $y^2=4x$ и касающейся ее директрисы. Найти точки пересечения параболы и окружности.
5. Аналитическая геометрия в пространстве		
5.1. Плоскость. Различные уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.	30 Общее уравнение плоскости. Уравнения плоскости, проходящей через одну и три заданные точки. Уравнение плоскости в отрезках на осях. 31 Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.	30. Найти уравнение плоскости, проходящей через начало координат и через точки P(4;-2;1) и Q(2;4;-3). 31. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M(2;2;-2) и параллельной плоскости x-2y-3z=0 32. Найти угол между плоскостями x-2y-3z=0 и 2x-4y+5z-1=0
5.2. Прямая в пространстве. Способы задания. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.	32 Общие уравнения прямой линии в пространстве. Векторное, параметрические и канонические уравнения прямой. 33 Угол между двумя прямыми в пространстве. Условие параллельности и	33. Уравнения прямой $\begin{cases}2x+y+8z-16=0\\x-2y-z+2=0\end{cases}$ написать в канонической форме. 34. Найти угол прямой $\begin{cases}y+2z-1=0\\x-2z+1=0\end{cases}$ с прямой, проходящей через начало координат и через точку M(2;2;-2).

	перпендикулярности прямых.	
5.3.Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.	34 Расстояние от точки до прямой в пространстве. 35 Угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.	35. Найти расстояние между параллельными прямыми. $\frac{x}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{1}$; $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$ 36. Найти угол прямой $\begin{cases} y+2z-1=0 \\ x-2z+1=0 \end{cases}$ с плоскостью x-2y-3z +3=0
5.4. Поверхности второго порядка	36 Поверхности второго порядка. Эллипсоиды, гиперболоиды. 37 Поверхности второго порядка. Параболоиды, конусы.	37. Составить уравнение сферы, если точки M(4;-1;-3) и N(0;3;-1) являются концами одного из ее диаметров. 38. Определить вид поверхности $x^2-2x+y^2-4y-2z=0$
Промежуточная аттестация - *экзамен*		

Семестр 2

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задания
1. Комплексные числа		
1.1. Определение комплексного числа. Комплексная плоскость. Форма записи комплексных чисел.	1. Определение комплексного числа. Геометрическое изображение комплексных чисел. 2. Формы записи комплексных чисел.	1. Дано: $z_1=2+i$, $z_2=-3+2i$. Найти: z_1+z_2, $z_1\cdot z_2$, z_1/z_2. 2. Дано: $z_1=1+i$, $z_2=-1+i$. Найти z_1^5, $\sqrt[3]{z_2}$.
1.2. Операции над комплексными числами.	3. Действия над комплексными числами в алгебраической форме записи. 4. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме записи.	3. Даны два комплексных числа $z_1=1-\frac{7}{2}i$; $z_2=-7-2i$. Найти значение выражения $\left(\frac{1-\frac{7}{2}i}{-7-2i}\right)^{-4}$ в алгебраической форме, 4. Для числа $z=2-2\sqrt{3}i$ найти тригонометрическую форму, найти z^{20}, найти корни уравнения $w^3+z=0$.
2. Линейные пространства		
2.1. Линейные векторные пространства.	5. Линейные пространства. Определение,	5. Является ли линейным пространством множество, всех: матриц размера mxn; диагональных матриц порядка n;

Линейная зависимость векторов.	примеры. 6. Линейная зависимость и независимость векторов.	невырожденных матриц. 6. Являются ли векторы $\vec{a}_1 = (5;4;3)$, $\vec{a}_2 = (3;3;2)$, $\vec{a}_3 = (8;1;3)$ линейно зависимыми?
2.2. Размерность и базис векторного пространства.	7. Базис и размерность линейного пространства. 8. Разложение вектора по базису	7. Показать, что система векторов $\vec{e}_1 = (1;2;3)$ $e_2 = (3;0;2)$ $\vec{e}_3 = (-2;1;1)$ образует базис в R^3 и найти координаты вектора $\vec{c} = (4;2;-1)$ в этом базисе. 8. Множество решений однородной системы $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$ образует линейное пространство. Найти размерность этого пространства и какой-нибудь базис в нем.
2.3. Переход к новому базису.	9. Переход к новому базису.	9. Дана матрица A= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису (c_1, c_2, c_3). Найти координаты векторов e_1, e_2, e_3 в базисе c_1, c_2, c_3. 10. В базисе e_1, e_2, e_3 задан вектор $x = (2,3,4)$. Найти координаты этого вектора в базисе e_1^*, e_2^*, e_3^* если $\begin{cases} e_1 - 2e_2 + 3e_3 = e_1^*, \\ 2e_1 + 3e_2 - 4e_3 = e_2^*, \\ 3e_1 - 2e_2 - 5e_3 = e_3^*. \end{cases}$
2.4. Линейные подпространства. Сумма и пересечение линейных подпространств. Линейная оболочка и ее свойства.	10 Линейные подпространства. Определение, примеры. 11 Пересечение и сумма линейных подпространств. 12 Линейная оболочка и ее свойства.	11. Является ли линейным подпространством в пространстве матриц порядка n подмножество, образованное всеми: - матрицами с нулевой первой строкой; - нижнетреугольными матрицами; - невырожденными матрицами. 12. Подпространства $L_1 = L(a_1, a_2, a_3)$, $L_2 = L(b_1, b_2, b_3)$ натянуты на следующие системы векторов: $\vec{a}_1 = (1;2;1)$,

		$\vec{a}_2 = (1;1;-1)$, $\vec{a}_3 = (1;3;3)$; $\vec{b}_1 = (2;3;-1)$, $\vec{b}_2 = (1;2;2)$, $\vec{b}_3 = (1;1;-3)$. Найти базисы и подпространств L_1, L_2, $L_1 + L_2$. 13. Найти базис линейной оболочки системы векторов: $\vec{e}_1 = (1;0;0;-1)$, $\vec{e}_2 = (2;1;1;0)$, $\vec{e}_3 = (1;1;1;1)$, $\vec{e}_4 = (1;2;3;4)$, $\vec{e}_5 = (0;1;2;3)$.
2.5. Евклидовы пространства.	13 Евклидовы пространства. 14 Свойства нормы вектора. Угол между векторами.	14. Векторы e_1, e_2, e_3 образуют ортогональный базис. Найти скалярное произведение векторов $\vec{x} = 2e_1 - 3e_2 + 4e_3$ и $\vec{y} = e_1 + e_2 - 5e_3$ и их длины, если $\lvert e_1\rvert = 1$, $\lvert e_2\rvert = 2$, $\lvert e_3\rvert = 2$. 15. Для каких векторов неравенство Коши-Буняковского превращается в равенство? 16. В евклидовом арифметическом пространстве R^4 найти угол между векторами $\vec{a} = (2;1;1;0)$ и $\vec{в} = (1;2;3;4)$.
2.6. Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение	15 Ортогональные и ортонормированные базисы. 16 Ортогональное дополнение. 17 Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.	17. В евклидовом пространстве R^4 подпространство V задано системой уравнений . $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$ Найти по одному ортогональному базису в пространствах V, его ортогональном дополнении W и R^4.
3. Линейные операторы		
3.1. Линейные операторы и их свойства.	18 Линейные операторы. Определение, примеры. 19 Ядро, образ, дефект, ранг линейного оператора.	18. Является ли оператор A(x)= $(x_1 - x_2; 2x_1 + x_3; x_2 - 2x_3)$ линейным, если вектор $\vec{x} = (x_1; x_2; x_3)$? 19. Линейный оператор задан матрицей A= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ в некотором базисе. Найти базис ядра и дефект линейного оператора.

3.2. Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах.	20 Матрица линейного оператора. 21 Матрицы линейного оператора в разных базисах.	20. Найти (в том же базисе) координаты вектора y=A(x), если оператор задан матрицей A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ и $\vec{x} = 2e_1 + e_2 - e_3$. 21. Матрица линейного оператора в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет вид A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Найти матрицу этого оператора в базисе (c_1, c_2, c_3), если $\vec{c_1} = 2e_1 + e_2 - e_3$, $\vec{c_2} = e_1 + 3e_2 + e_3$, $\vec{c_3} = e_1 - 2e_2 + 3e_3$.
3.3. Преобразование матрицы линейного оператора.	22 Преобразование матрицы линейного оператора.	22. Задано линейное преобразование A, переводящее вектор $\bar{x}$ в вектор $\bar{y}$ и линейное преобразование B, переводящее вектор $\bar{y}$ в вектор $\bar{z}$. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего вектор $\bar{x}$ в вектор $\bar{z}$. $\begin{cases} y_1 = 2x_1 - x_2 + 5x_3 \\ y_2 = x_1 + 4x_2 - x_3 \\ y_3 = 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 \end{cases}$ $\begin{cases} z_1 = y_1 + 4y_2 + 3y_3 \\ z_2 = 5y_1 - y_2 - y_3 \\ z_3 = 3y_1 + 6y_2 + 7y_3 \end{cases}$ $x \xrightarrow{A} y \xrightarrow{B} z$ $x \xrightarrow{C} z$
3.4. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	22 Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. 23 Вычисление собственных значений и собственных векторов линейного оператора.	23. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей . 1) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 24. Пусть линейный оператор, действующий в n-мерном пространстве, имеет в некотором базисе матрицу $\bar{A}$. Пусть $\lambda_1, \lambda_2, ...\lambda_n$ – собственные значения этого оператора. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, матрицей которого в том же базисе является $\bar{A}^n$.
3.5.Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду	23 Приведение матрицы к диагональному виду. 24 Приведение симметрической матрицы к диагональному виду.	25. Привести к диагональному виду матрицу A=$\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 26. Привести к диагональному виду матрицу

		A= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
4. Квадратичные формы		
4.1. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.	25 Определение квадратичной формы. 26 Преобразование квадратичных форм. 27 Квадратичные формы канонического вида.	27. Привести квадратичную форму к каноническому виду. $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3$ 28. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3,$ $g(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 - \frac{4}{3}\sqrt{2}x_3^2 + 2x_1x_2 - 2\sqrt{2}x_2x_3.$
4.2. Критерий Сильвестра	28 Знакоопределенность квадратичных форм. 29 Критерий Сильвестра.	29. Исследовать на знакоопределенность квадратичную форму: а) $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2$; б) $L(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 - x_1x_2 + 2x_2x_3$ в) $L(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3$.
Промежуточная аттестация - *экзамен*		

Составитель (и): канд. пед. наук Гридчина В.Б.

(*фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей)*)