Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d5021b0dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»

Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ
Декан А.В. Фомина
10 февраля 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
К.М.04.07 Дискретная математика

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2022

Новокузнецк 2022

Оглавление

1 Цель дисциплины. 3
1.1 Формируемые компетенции 3
1.2 Индикаторы достижения компетенций 3
1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине 3
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. 4
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины. 4
3.1 Учебно-тематический план 4
3.2. Содержание занятий по видам учебной работы 5
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. 9
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины. 11
5.1 Учебная литература 11
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины. 11
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. 12
6 Иные сведения и (или) материалы. 12
6.1. Темы письменных учебных работ 13
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации 13

1 Цель дисциплины.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП): ОПК-1.

Содержание компетенций как планируемых результатов обучения по дисциплине см. таблицы 1 и 2.

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции *(универсальная, общепрофессиональная, профессиональная)*	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
общепрофессиональная	Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания , полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	1.1 Строго доказывает математические утверждения, основываясь на фактах и концепциях теорий в области математических и естественных наук, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; 1.2 Решает практические задачи на основе фундаментальных знаний в области математических и естественных наук 1.3 Решает профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы современных математических теорий	К.М.04.01 Физика К.М.04.02 Математический анализ К.М.04.03 Алгебра и геометрия К.М.04.04 Теория вероятностей и математическая статистика К.М.04.05 Дифференциальные уравнения К.М.04.06 Информатика **К.М.04.07 Дискретная математика** К.М.04.08 Численные методы К.М.04.09 Выравнивающий курс математики и информатики К.М.09.02(У) Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-2 Способен применять современный математический аппарат, связанный с	1.1 Строго доказывает математические утверждения, основываясь на фактах и концепциях	**Знать:** – основные факты, концепции и принципы дискретной математики. **Уметь:**

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности.	теорий в области математических и естественных наук, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; 1.2 Решает практические задачи на основе фундаментальных знаний в области математических и естественных наук 1.3 Решает профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы современных математических теорий	– грамотно пользоваться языком дискретной математики; – строго доказывать математические утверждения из области дискретной математики, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; **Владеть:** - навыками решения практических задач в области дискретной математики; - навыками решения профессиональных задач, используя методы дискретной математики

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения
	ОФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	288
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	108
Аудиторная работа (всего):	108
в том числе:	
лекции	36
практические занятия, семинары	72
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	144
4 Промежуточная аттестация обучающегося – зачет (2 семестр) экзамен (3семестр)	36

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		
Семестр 2						
	1. Теория множеств	62	*10*	*18*	*34*	Индивидуальное задание №1

№ п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		
1	1.1 Подмножества. Операции над множествами. Мощность множеств.	24	4	8	12	Тест №1
2	1.2. Прямое произведение множеств. Соответствия. Свойства соответствий.	26	4	8	14	Тест №2
3	1.3. Функции.	12	2	2	8	
	2. Математическая логика	*46*	*8*	*18*	*20*	Индивидуальное задание №2 Тест №3
5	2.1. Булевы функции. Представление в нормальных формах.	14	2	6	6	
6	2.2. Минимизация булевых функций.	12	2	6	4	
7	2.3. Полнота систем булевых функций.	10	2	4	4	
8	2.4. Приложения булевых функций к теории релейно-контактных схем Приложения булевых функций к теории схем из функциональных элементов.	10	2	2	6	
	Промежуточная аттестация					зачет
ИТОГО по семестру 2		**108**	**18**	**36**	**54**	
Семестр 3						
	1. Математическая логика	*74*	*8*	*20*	*46*	Индивидуальное задание №1
1	1.1. Алгебра высказываний. Логические следствия.	24	2	6	16	Тест №1
2	1.2. Алгебра предикатов	28	4	8	16	Индивидуальное задание №2
3	1.3. Формальные исчисления	22	2	6	14	Индивидуальное задание №3
	2. Основы теории графов	*70*	*10*	*16*	*44*	Индивидуальное задание №4 Тест №2
4	2.1. Основные понятия теории графов. Операции с графами.	20	2	4	14	
5	2.2. Циклы. Планарность. Раскраска графа. Деревья. Остов графа. Связность.	24	4	6	14	
6	2.3. Алгоритмы решения задач на графах.	26	4	6	16	
	Промежуточная аттестация	36				экзамен
ИТОГО по семестру 3		**180**	**18**	**36**	**90**	**36**
	Всего:	288	36	72	144	36

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	Семестр 2	

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	Содержание лекционного курса	
1	*Теория множеств*	Подмножества. Операции над множествами. Мощность множеств. Прямое произведение множеств. Соответствия. Свойства соответствий. Реляционные базы данных. Функции.
1.1	Подмножества. Операции над множествами. Мощность множеств.	Множества. Элемент множества. Подмножества. Равенство множеств. Включение множеств. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера. Характеристические предикаты. Основные эквивалентности. Мощность множеств. Конечные множества. Счетные множества. Континуальные множества. Эквивалентность множеств.
1.2.	Прямое произведение множеств. Соответствия. Свойства соответствий.	Кортеж. Прямое произведение множеств. Отношение. Соответствие. Способы задания соответствий. Операции над соответствиями. Свойства соответствий. Классы соответствий.
1.3.	Функции.	Функциональность соответствий. Типы функций.
2.	*Математическая логика*	Булевы функции. Представление в нормальных формах. Минимизация булевых функций. Полнота систем булевых функций. Приложения булевых функций к теории релейно-контактных схем и схем из функциональных элементов.
2.1.	Булевы функции. Представление в нормальных формах.	Основные булевы функции. Таблицы истинности. Основные эквивалентности булевых функций. Двойственность. Принцип двойственности. Существенные переменные. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Теоремы Шеннона. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Полином Жегалкина.
2.2.	Минимизация булевых функций.	Минимальные дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Единичные интервалы булева куба. Максимальные единичные интервалы. Простые импликанты. Сокращенная ДНФ. Метод Квайна построения минимальных ДНФ. Карты Карно.
2.3.	Полнота систем булевых функций.	Основные замкнутые классы булевых функций (классы Поста). Полные системы булевых функций – определение. Критерий Поста о полноте системы.
2.4.	Приложения булевых функций к теории релейно-контактных схем Приложения булевых функций к теории схем из функциональных элементов.	Релейно-контактная схема. Функция проводимости. Задача синтеза и задача анализа. Схема из функциональных элементов. Функциональное и структурное определения. Функция проводимости. Задача синтеза и задача анализа.
	Содержание практических занятий	
1	*Теория множеств*	Выполнение операций над множествами. Доказательство равенства множеств. Описание соответствий различными способами. Выявление свойств соответствий. Определение типов соответствий.
1.1	Операции над множествами.	Операции над множествами: - непосредственное выполнение; - изображение на диаграммах Эйлера; - построение характеристических предикатов.
1.2	Равенство множеств.	Доказательство равенства множеств методом взаимного включения, на диаграммах Эйлера, с помощью характеристических предикатов.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
1.3	Эквивалентные преобразования формул.	Использование законов теории множеств для эквивалентных преобразований формул.
1.4	Соответствия, способы задания и операции над ними	Описание соответствий матрично, графически. Выполнение операций над соответствиями, заданными перечислением, матрично, графически.
1.5	Операции над соответствиями	Выполнение операций над соответствиями, заданными перечислением, матрично, графически.
1.6	Свойства соответствий.	Определение свойств соответствий аналитически и с помощью матриц.
1.7	Классы соответствий.	Выявление соответствий эквивалентности и порядка. Выделение классов эквивалентности, Выявление строго, нестрогого, полного и частичного порядков.
1.8	Функции.	Определение свойства функциональности у соответствий. Нахождение области определения, области значений, обратных функций. Определение типов функций.
2	*Математическая логика*	Построение таблиц истинности булевых функций. Эквивалентные преобразования формул. Представление в нормальных формах. Минимизация булевых функций. Выявление полных систем булевых функций. Синтез и анализ релейно-контактных схем и схем из функциональных элементов.
2.1	Булевы функции. Таблицы истинности. Эквивалентные преобразования.	Построение таблиц истинности булевых формул. Доказательство эквивалентности формул с помощью эквивалентных преобразований.
2.2.	Двойственность. Существенные переменные.	Построение двойственных функций по определению и с использованием принципа двойственности. Определение существенных переменных функции. Исключение и добавление фиктивных переменных.
2.3.	Нормальные формы представления булевых функций.	Построение дизъюнктивных и конъюнктивных нормальных форм.
2.4.	Совершенные нормальные формы.	Построение совершенных нормальных форм по таблице истинности и эквивалентными преобразованиями.
2.5	Минимизация булевых функций.	Построение минимальных дизъюнктивных нормальных форм методом Квайна и по картам Карно.
2.6.	Замкнутые классы булевых функций.	Определение монотонности функций. Построение полинома Жегалкина. Определение линейности функций разными способами.
2.7.	Полнота систем булевых функций.	Определение полных систем булевых функций по критерию Поста.
2.8.	Приложения булевых функций к теории релейно-контактных схем и схем из функциональных элементов.	Синтез и анализ схем.
	Промежуточная аттестация - *экзамен*	
	Семестр 3	
Содержание лекционного курса		
1.	*Математическая логика*	Алгебра высказываний. Логические следствия и их доказательство. Алгебра предикатов. Доказательство тавтологий в алгебре предикатов. Формальные исчисления.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
1.1.	Алгебра высказываний. Логические следствия.	Высказывание. Операции над высказываниями. Формализация. Интерпретация. Логическое следование формул. Методы доказательств: метод Квайна, метод редукции, метод резолюций.
1.2.	Алгебра предикатов	Предикаты. Местность предиката. Множество истинности. Кванторные и логические операции. Тавтологии логики предикатов.
1.3.	Формальные исчисления	Виды теорий. Построение формальной теории. Теорема. Исчисление высказываний. Теория естественного вывода.
2.	*Основы теории графов*	Основные понятия и определения теории графов. Задание графов. Операции над графами. Алгоритмы на графах.
2.1.	Основные понятия теории графов. Операции с графами.	Основные понятия теории графов. Способы задания графов. Операции над графами. Типы графов. Орграфы и их особенности. Расстояния в графах.
2.2.	Циклы. Планарность. Раскраска графа. Деревья. Остов графа. Связность.	Эйлеровы и гамильтоновы графы. Планарность. Критерий планарности. Раскраска графа. Хроматическое число. Гипотеза о четырех красках. Задача оптимального расписания. Деревья. Остов графа. Обход в ширину и в глубину. Алгоритмы построения остова наименьшего веса для реберно-взвешенного графа.
2.3.	Алгоритмы решения задач на графах.	Метод ветвей и границ для решения задачи коммивояжера. Алгоритм Форда-Беллмана поиска кратчайшего пути. Алгоритм Форда-Фалкерсона поиска максимального потока в сети.
Содержание практических занятий		
1.	*Математическая логика*	Выполнение операций над высказываниями. Формализация и интерпретация в алгебре высказываний и в алгебре предикатов. Проверка логических следствий различными методами.
1.1	Операции над высказываниями.	Выполнение операций над высказываниями. Формализация высказываний. Интерпретация формул алгебры высказываний.
1.2.	Логическое следствие. Посылки. Заключения. Виды теорем. Преобразование теорем.	Проверка логических следствий по определению. Методами Квайна и редукции. Построение обратных, противоположных и обратных противоположным теорем.
1.3	Доказательство логических следствий в алгебре высказываний.	Применение метода резолюций для доказательства логических следствий.
1.4	Предикаты и операции над ними.	Формализация и интерпретация предикатных формул.
1.5	Логическое следование в алгебре предикатов. Методы вывода предикатных клауз.	Методы доказательства предикатных клауз: метод конкретизации, по определению кванторов.
1.6	Преобразование предикатных клауз. Метод резолюций.	Приведение предикатных клауз в предваренную нормальную форму, приведенную нормальную форму, в сколемовскую стандартную форму. Метод резолюций для доказательства предикатных клауз.
1.7.	Исчисление высказываний. Теория естественного вывода.	Доказательство логических следствий в исчислении высказываний (аксиоматическим методом). Доказательство логических следствий в теории естественного вывода.
2.	*Основы теории графов*	Задание графов различными способами. Выполнение операций

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		над графами. Применение алгоритмов для решения практических задач с использованием графовых моделей.
2.1.	Способы задания графов.	Построение матрицы смежности, матрицы инцидентности, структуры смежности, списка ребер для задания графа и орграфа.
2.2.	Операции над графами.	Выполнение операций над графами.
2.3.	Расстояние в графах. Деревья. Остов. Обходы графов.	Построение матрицы расстояний. Определение эксцентриситета вершин графа, радиуса, диаметра, центра графа. Обход вершин графа методами в глубину и в ширину. Построение остова наименьшего веса по алгоритмам Краскала и Прима.
2.4	Циклы в графах.	Построение эйлерова цикла по алгоритму Флёри и гамильтонова цикла наименьшего веса методом ветвей и границ.
2.5	Алгоритмы решения классических задач на графах.	Алгоритм Форда-Беллмана для поиска минимальнога маршрута в графе. Раскраска вершин графа. Алгоритм последовательного раскрашивания.
2.6	Сетевые модели и алгоритмы решения классических задач.	Алгорим Форда-Фалкерсона поиска максимального потока в сети.
	Промежуточная аттестация - *экзамен*	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
Семестр 2				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	**80**	Лекционные занятия (конспект) (32 занятий)	**0,25 балла** посещение 1 лекционного занятия	4 – 10
		Индивидуальные задания (отчет о выполнении индивидуального задания) (2 работы)	**За одно индивидуальное задание от 5 до:** **6 баллов** (выполнено 51 - 65% заданий) **7 балла** (выполнено 66 - 85% заданий) **20 баллов** (выполнено 86 - 100% заданий)	12 - 40
		Тесты (3 теста) Тест№1, Тест№3	**5 баллов** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	15 - 30

		Тест№2	**5 баллов** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	
Итого по текущей работе в семестре 2				31 - 80
Промежуточная аттестация (зачет)	20	Теоретический вопрос 1	**2 балла** (пороговое значение) **4 балла** (максимальное значение)	2 - 4
		Теоретический вопрос 2	**2 балла** (пороговое значение) **4 балла** (максимальное значение)	2 - 4
		Решение задачи 1.	**2 балла** (пороговое значение) **4 балла** (максимальное значение)	2 - 4
		Решение задачи 2.	**2 балла** (пороговое значение) **4 балла** (максимальное значение)	2 - 4
		Решение задачи 3	**2 балла** (пороговое значение) **4 балла** (максимальное значение)	2 - 4
Итого по промежуточной аттестации в семестре 2 (зачету)				10 – 20 б.
Суммарная оценка по дисциплине в семестре 2: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

Таблица 8 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
Семестр 3				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	**60**	Индивидуальные задания (отчет о выполнении индивидуального задания) (4 работы)	**5 баллов** (выполнено 51 - 65% заданий) **7 балла** (выполнено 66 - 85% заданий) **10 баллов** (выполнено 86 - 100% заданий)	20 - 40
		Тест (2 теста)	**5 балла** (пороговое значение) **10 баллов** (максимальное значение)	10- 20
Итого по текущей работе в семестре 3				31 - 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Теоретический вопрос 1	**4 балла** (пороговое значение) **9 баллов** (максимальное значение)	4 - 9
		Теоретический вопрос 2	**4 балла** (пороговое значение) **9 баллов** (максимальное значение)	4 – 9
		Теоретический вопрос 3	**4 балла** (пороговое значение) **9 баллов** (максимальное значение)	4 – 9
		Решение задачи 1.	**4 баллов** (пороговое значение) **7 баллов** (максимальное значение)	4 - 7
		Решение задачи 2	**4 балла** (пороговое значение) **6 баллов** (максимальное значение)	4 - 6
Итого по промежуточной аттестации в семестре 3 (экзамену)				20 – 40 б.
Суммарная оценка по дисциплине в семестре 3: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

В промежуточной аттестации оценка выставляется в ведомость в 100-балльной шкале и в буквенном эквиваленте (таблица 9)

Таблица 9 – Соотнесение 100-балльной шкалы и буквенного эквивалента оценки

Сумма набранных баллов	Уровни освоения дисциплины и компетенций	*Экзамен*		*Зачет*
		Оценка	*Буквенный эквивалент*	*Буквенный эквивалент*
86 - 100	Продвинутый	5	отлично	Зачтено
66 - 85	Повышенный	4	хорошо	
51 - 65	Пороговый	3	удовлетворительно	
0 - 50	Первый	2	неудовлетворительно	Не зачтено

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Судоплатов, С.В. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова – 4-е изд. - Электрон. текстовые дан. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012. – 280 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=135675

2. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера [Электронный ресурс] / О.П. Кузнецов - Электрон. текстовые дан. - 6-е изд., стер. - Санкт-Петербург - Лань, 2009. – 400 с. Режим доступа: https://e.lanbook.com/reader/book/220/#1/

3. Дискретная математика [Электронный ресурс] : в 2 ч. : учебное пособие для студентов вузов. Ч. 1 / Е. В. Решетникова ; Кемеровский гос. ун-т, Новокузнецкий ин-т (фил.). - Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2018 - 160 с. - Библиогр.: с. 146-147. – Режим доступа: https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/7262/read.php.

Дополнительная учебная литература

Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов [Электронный ресурс]: пер.с англ.: учебное пособие / Р.Хаггарти – изд 2-е, исправленное - Электрон. текстовые дан. – Москва: Техносфера, 2012. – 400 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=89024

Редькин, Н.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник / Н.П. Редькин – Электрон. текстовые дан. - Москва: Физматлит, 2009. – 264 с. – Гриф «Рекомендовано» УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки 010100 «Математика», 010200 «Математика. Прикладная математика», 011000 «Механика. Прикладная математика». – Режим доступа: http://e.lanbook.com/view/book/2293/

http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=75709

Куликов В.В. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебн. пособие / В.В. Куликов. - Электрон. текстовые дан. - Москва: РИОР, 2007. - 174 с.- Режим доступа: http://znanium.com/bookread.php?book=126799

Шевелев, Ю.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебн. пособие / Ю.П. Шевелев. - Электрон. текстовые дан. – Санкт-Петербург : «Лань», 2008. - 592 с.- Режим доступа: http://e.lanbook.com/view/book/437/

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»:

404 Учебная аудитория для проведения:	Учебный

- занятий лекционного типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. **Специализированная (учебная) мебель**: доска меловая, кафедра, столы, стулья. **Оборудование:** *переносное* - ноутбук, экран, проектор. **Используемое программное обеспечение:** MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). **Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.**	корпус №4. 654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19
603 Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. **Специализированная (учебная) мебель**: доска меловая, столы, стулья. **Оборудование для презентации учебного материала**: *переносное* - ноутбук, экран, проектор. **Используемое программное обеспечение**: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Mpich 2 (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), QGIS (свободно распространяемое ПО), UML-диаграммы (бесплатная версия). **Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.**	Учебный корпус №4. 654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19
604 Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. **Специализированная (учебная) мебель**: доска меловая, столы, стулья. **Оборудование для презентации учебного материала**: *переносное* - ноутбук, экран, проектор. **Используемое программное обеспечение**: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). **Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.**	Учебный корпус №4. 654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

1. Информационная система «Общероссийский математический портал», режим доступа : http://www.mathnet.ru/

2. Информационная система «Экспонента» - центр инженерных технологий и моделирования, режим доступа: http://www.exponenta.ru

3. База данных Science Direct (более 1500 журналов издательства Elsevier, среди них издания по математике и информатике), режим доступа :https://www.sciencedirect.com

4. Информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам» http://window.edu.ru/catalog/

5. Базы данных и аналитические публикации на портале «Университетская информационная система Россия», режим доступа: https://uisrussia.msu.ru/

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Темы письменных учебных работ

Таблица 10 - Темы письменных учебных работ

Раздел	Темы	Контрольные точки
Семестр 2		
Теория множеств	Множества и операции над множествами.	Тест №1
	Отношения. Свойства отношений. Функции	Тест №2
	Эквивалентные преобразования множеств. Операции над отношениями. Свойства отношений.	Индивидуальное задание №1
Математическая логика	Булевы функции	Тест №3
	Нормальные формы представления булевых функций. Полнота систем булевых функций	Индивидуальное задание №2
Семестр 3		
Математическая логика	Высказывание. Логические операции над высказываниями.	Тест№1
	Логическое следование формул алгебры высказываний.	Индивидуальное задание №1
	Предикаты. Логические и кванторные операции над предикатами. Логическое следование формул логики предикатов.	Индивидуальное задание №2
	Исчисление высказываний. Теория естественного вывода	Индивидуальное задание №3
Основы теории графов	Основные понятия и определения теории графов.	Тест №2
	Алгоритмы на графах	Индивидуальное задание №4

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Семестр 2.

Раздел 1. Теория множеств

Тема 1.1 Подмножества. Операции над множествами. Мощность множеств.

Примерные теоретические вопросы

1. Что такое множество? Кто является основателем теории множеств? Как обозначается принадлежность или не принадлежность некоторого объекта x множеству A?

2. Объясните особенности задания множеств различными способами: перечислением, характеристическим предикатом, порождающей процедурой.

3. Что такое мощность множества? Какие множества называются эквивалентными? Как обозначается эквивалентность множеств?

4. Какое множество называется пустым? Какое множество называется универсальным? Как обозначаются пустое и универсальное множества?

5. Какое множество называется подмножеством множества A? Какими свойствами обладает отношение включения множеств? В каком случае множества равны? В чем отличие между собственными и несобственными подмножествами множества A?

6. Какое множество называют булеаном множества А? Сформулируйте и докажите теорему о мощности булеана конечного множества.

7. Определите, какие операции и как можно производить над множествами. Как изображается результат этих операций на диаграммах Эйлера – Венна?

8. Запишите основные законы теории множеств (идемпотентность, коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность, поглощение, свойства пустого множества и универсума, инволютивность, законы де Моргана, свойства дополнения).

9. Докажите законы теории множеств методом взаимного включения.

10. Как составить характеристические предикаты множеств, получающихся в результате выполнения операций пересечения, объединения и дополнения, если известны характеристические предикаты исходных множеств?

11. Докажите законы теории множеств с помощью характеристических предикатов.

12. Докажите законы теории множеств на диаграммах Эйлера – Венна.

13. В каком случае говорят, что между множествами А и В установлено взаимно-однозначное соответствие?

14. Как установить равномощность бесконечных множеств?

15. Какие множества называются счетными?

16. Докажите теорему о несчетности множества всех действительных чисел отрезка $[0;1]$.

17. Какие множества называются континуальными?

18. Сформулируйте аксиому математической индукции.

Примерные практические задания

1. Даны множества $X=\{a,c\}$, $Y=\{a,b,d\}$, $Z=\{b,c\}$, $U=\{a,b,c,d\}$. Найдите множество $(X \oplus Y) \cap \overline{Z}$

2. Постройте диаграмму Эйлера по формуле $(X \oplus Y) \cap \overline{Z}$

3. Докажите тождество тремя способами при помощи диаграмм Эйлера – Венна, методом характеристических предикатов и методом взаимного включения. *A, B, C* – произвольные множества $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.

4. Максимально упростите выражения, пользуясь основными законами теории множеств $\left(\left(A \cup \left(\overline{D} \cap B\right)\right) \cap \left(\left(\overline{A} \cap \left(\overline{B} \cup D\right)\right) \cup C\right)\right) \cup \overline{C} \cup \left(A \cup \left(B \cap \overline{D}\right)\right)$

5. Докажите методом математической индукции:

$1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \ldots + n(3n+1) = n(n+1)^2$.

Тема 1.2. Прямое произведение множеств. Соответствия. Свойства соответствий.

Примерные теоретические вопросы

1. Что является результатом прямого произведения двух множеств? Что является результатом возведения множества в натуральную степень?

2. Докажите теорему о мощности прямого произведения двух конечных множеств.

3. Что такое n-местное отношение? Какое отношение называется бинарным (соответствием)? Какое соответствие называется отношением на множестве?

4. В чем отличие области отправления и области прибытия соответствия от области определения и области значений соответствия?

5. Опишите способы задания соответствия (графический способ, диаграмма,

матрица).

6. Какое отношение на множестве называется тождественным (отношением идентичности)? Определите пустое и универсальное соответствия.

7. Дайте определение операциям над соответствиями: дополнение соответствия, построение обратного соответствия, объединение, пересечение, композиция.

8. Как построить матрицы соответствий, получающихся в результате операций из предыдущего вопроса, используя матрицы исходных соответствий?

9. Что называют степенью отношения на множестве?

10. Что такое ограничение соответствия? Сужение соответствия?

11. Что называют сечением соответствия по элементу? Определите понятие «фактор-множество множества М по соответствию Р».

12. Что такое проекции соответствия? Установите связь понятия «проекции соответствия» с понятием «сечение соответствия по элементу».

13. Что называют проекцией n-местного отношения? Какие они бывают?

14. Что называется ядром соответствия?

15. В каком случае отношение на множестве называют рефлексивным, антирефлексивным, нерефлексивным? В чем отличие симметричных, антисимметричных и несимметричных отношений на множестве? Какие отношения на множестве называются транзитивными? В каком случае отношение на множестве называется полным?

16. Как можно использовать матрицы конечных отношений на множестве для проверки их свойств?

17. Какое отношение на множестве называется эквивалентностью? Что такое класс эквивалентности? Какими свойствами обладают классы эквивалентности? Сформулируйте и докажите те-орему об отношении эквивалентности.

18. Какое отношение на множестве называется порядком? В чем отличие строго и нестрого порядков? В чем отличие полного и частичного порядков? Как называют множества с заданным на них полным порядком? Как называют множества с заданным на них частичным порядком?

19. Какие элементы упорядоченного множества называются наибольший, наименьший? Какие элементы упорядоченного множества называются максимальными, минимальными? Какие объекты составляют верхнюю и нижнюю грани упорядоченного множества? Как называют наибольшую нижнюю и наименьшую верхнюю грани?

20. Как построить диаграмму Хассэ частично упорядоченного множества?

Примерные практические задания

1. Дано $A=\{a,b,c\}$, $B=\{1,2,3,4\}$, $P_1\subseteq A\times B$, $P_2\subseteq B^2$, $P_1=\{(a,1),(a,2),(b,3),(c,2),(c,3),(c,4)\}$, $P_2=\{(1,1),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(4,4)\}$. Изобразите P_1, P_2 графически. Найдите матрицу $(P_1\circ P_2)^{-1}$. Проверьте с помощью матрицы, является ли отношение P_2 рефлексивным, симметричны, антисимметричным, транзитивным?

2. Найдите область определения, область значений отношения $P\subseteq R^2,\ (x,y)\in P\Leftrightarrow x^2+y^2=1$. Является ли отношение Р рефлексивным, антирефлексивным, симметричным, антисимметричным, не симметричным, транзитивным? Обоснуйте ответ.

Тема 1.3. Функции. Соответствия и реляционные базы данных.

Примерные теоретические вопросы

1. Что такое функция? Что является аргументом и значением функции? Что такое местность функции? Какая функция называется операцией?

2. Чем отличаются область определения и область значения функции от ее множества определения и множества значений? Какая функция называется тотальной? Какая функция называется частичной?

3. Какой элемент называют образом элемента a? Какой элемент называют прообразом элемента b? Что называют образом множества? Что называют прообразом множества? Что такое образ функции? Что такое прообраз функции?

4. Какие функции называют инъективными? Какие функции называются сюръективными? Что такое биекция?

5. Какова особенность обозначения композиции функций? Как называют композицию функций?

Примерные практические задания

1. Определите образ и прообраз функции $f : R \to R \quad f(x) = \sin x$. Укажите, является ли соответствие f^{-1} функцией.

2. Определите образ подмножества $C \subset R$ – $f(C)$ и прообраз подмножества $D \subset R$ – $f^{-1}(D)$ для функции $f : R \to R$, $f(x) = x^2$, $C = [-3,2]$, $D = [4,9]$, $D = [-6,-4]$, $D = [-3,4]$.

3. Для функций $R \to R \quad f(x) = 2x+1$, $g(x) = \frac{1}{x^2+2}$, найдите суперпозицию $(f \circ g)(x)$.

Раздел 2. Математическая логика

Тема 2.1. Булевы функции. Представление в нормальных формах.

Примерные теоретические вопросы

1. Какая функция называется булевой? Сколько всего имеет значений n-местная булева функция? Что такое таблица истинности булевой функции? Как устанавливается лексикографический порядок?

2. Запишите таблицы истинности основных булевых функций: отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквивалентности, суммы по модулю 2, штриха Шеффера, стрелки Пирса.

3. В каком порядке выполняются логические операции, если иное не установлено скобками?

4. Докажите все основные законы булевой алгебры, построением таблиц истинности.

5. В каком случае переменная булевой функции называется существенной?

6. Как построить двойственную функцию по формуле? Как построить двойственную функцию по таблице истинности? Какая функция называется самодвойственной?

7. Какими свойствами обладает двойственность?

8. Докажите принцип двойственности.

9. Что такое конъюнкт, дизъюнкт?

10. Какая формула называется дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ)? Какая формула называется конъюнктивной нормальной формой (КНФ)?

11. Докажите теорему о представлении любой булевой функции в ДНФ (КНФ).

12. Докажите первую и вторую теоремы Шеннона о разложении булевой функции по переменным.

13. Что такое конституента единицы, конституента нуля?

14. Какая формула называется совершенной дизъюнктивной нормальной формой (СДНФ)? Какая формула называется совершенной конъюнктивной нормальной формой (СКНФ)?

15. Какие преобразования необходимо сделать, чтобы формулу привести в СДНФ (СКНФ)?

16. Как построить СДНФ (СКНФ), если функция задана таблицей истинности (следствие 2 теорем Шеннона)?

Примерные практические задания

1. Построив таблицы истинности соответствующих функций, выясните, эквивалентны ли формулы υ и σ $\upsilon = (x \to y) \oplus \left((y \to \overline{z}) \to x \cdot y \right)$, $\sigma = \overline{y \cdot z \to x}$.

2. Укажите все фиктивные переменные функции $f(x, y, z) = (10101010)$.

3. Постройте двойственную функции $f = (x \vee y \vee z) \cdot t \vee x \cdot y \cdot z$, используя принцип двойственности

4. Постройте двойственную функции $f = (1000001110001100)$, используя определение.

5. С помощью эквивалентных преобразований постройте ДНФ функции $f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x}_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3) \cdot (x_1 \cdot x_2 \vee x_3)$.

6. Представьте в СДНФ и в СКНФ функцию, пользуясь следствием 2 теорем Шеннона $f(x_1, x_2, x_3) = (01010001)$.

7. С помощью аналитических преобразований представьте функцию $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2) \to x_3$ в СДНФ и в СКНФ

Тема 2.2 Минимизация булевых функций.

Примерные теоретические вопросы

1. Как определяется сложность ДНФ? Какую ДНФ называют минимальной?

2. Что такое импликанта формулы φ? В каком случае импликанта формулы φ называется простой?

3. Какая ДНФ называется сокращенной? Как построить сокращенную ДНФ методом Квайна?

4. Какая ДНФ называется тупиковой? Как получить тупиковые ДНФ по матрице Квайна?

5. Как строится карта Карно для 3-местных и 4-местных функций? По какому правилу выделяются прямоугольники Карно? Как составить простую импликанту по прямоугольнику Карно? Как применяется карта Карно для минимизации частичной булевой функции?

6. Как с помощью Блейка – Порецкого получить сокращенную ДНФ из произвольной ДНФ?

7. Переформулируйте все известные вам алгоритмы минимизации ДНФ для минимизации КНФ.

Примерные практические задания

1. Найдите минимальную ДНФ с помощью метода Квайна и карт Карно для функции *f* = (01010111).

2. С помощью карт Карно постройте МДНФ для частично определенной функции *f*= (01--01-1) (прочерки соответствуют неопределенным значениям)

Тема 2.3. Полнота систем булевых функций.

Примерные теоретические вопросы

1. Как сравниваются наборы аргументов булевой функции? Какая булева функция называется монотонной?

2. Сформулируйте пункты алгоритма для построения полинома Жегалкина из теоремы Жегалкина. В каком случае полином Жегалкина является линейным?

3. Как построить полином Жегалкина методом неопределенных коэффициентов? Как построить полином Жегалкина, используя треугольник Паскаля?

4. Какая булева функция называется линейной? Как проверить линейность функции методом неопределенных коэффициентов, не строя полином Жегалкина?

5. Что называется замыканием некоторого множества булевых функций? Какое множество булевых функций называется замкнутым?

6. Докажите замкнутость множества булевых функций, сохраняющих нуль. Докажите замкнутость множества булевых функций, сохраняющих единицу. Докажите замкнутость множества монотонных булевых функций. Докажите замкнутость множества самодвойственных булевых функций. Докажите замкнутость множества линейных булевых функций.

7. Докажите теорему о свойствах классов Поста.

8. Какая система булевых функций называется полной? Какая полная система булевых функций называется базисом?

9. Сформулируйте теорему Поста о полноте системы булевых функций.

10. Докажите теорему о том, что каждый функционально-полный базис содержит не более четырех булевых функций.

Примерные практические задания

11. Проверьте, является ли функция $f(x_1, x_2) = (x_1 \oplus x_2) \,\&\, (x_1 \sim x_2)$ монотонной

12. С помощью метода неопределенных коэффициентов выясните, является ли линейной функция $f(x_1, x_2) = (1001)$

13. С помощью эквивалентных преобразований постройте полином Жегалкина и выясните, является ли функция $f(x, y) = \overline{x \to y} \oplus \overline{x} \cdot y$ линейной.

14. Выясните, полна ли система функций $\{x \cdot y,\ x \vee y,\ x \oplus y,\ x \cdot y \oplus y \cdot z \oplus z \cdot x\}$.

15. Проверьте, является ли система функций базисом $\{x \oplus y \oplus z,\ x \cdot y \oplus z \cdot x \oplus z \cdot y,\ 0,\ 1\}$.

Тема 2.4. Приложения булевых функций к теории релейно-контактных схем Приложения булевых функций к теории схем из функциональных элементов.

Примерные теоретические вопросы

1. Что называется переключательной (релейно-контактной) схемой (РКС)?

2. Какие два вида контактов различают в РКС? Какие булевы функции соответствуют этим контактам?

3. В каком случае булева функция называется функцией проводимости РКС?

4. Каким РКС соответствуют конъюнкция и дизъюнкция?

5. Какие РКС называются равносильными? Как вычисляется сложность РКС? Обоснуйте эквивалентность множеств всех булевых функций P_2 и всех РКС.

6. Опишите основные задачи теории РКС и алгоритмы их решения.

7. Что называют функциональным элементом? Как определяется схема из функциональных элементов (СФЭ)?

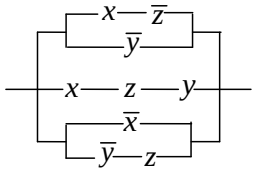
8. В каком случае булева функция называется функцией проводимости СФЭ? Как вычисляется сложность СФЭ?

9. Обоснуйте эквивалентность множеств всех булевых функций P_2 и всех СФЭ.

10. Опишите основные задачи теории СФЭ и алгоритмы их решения.

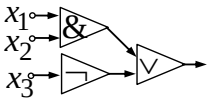
Примерные практические задания

1. Найдите функцию проводимости релейно-контактных схемы. Упростите схему:



2. Постройте релейно-контактную схему по данной функции проводимости $(x \cdot y \vee \overline{z} \vee \overline{x}) \cdot (x \vee y)$.

3. Постройте функции проводимости для схемы



4. Постройте схему из функциональных элементов по данной функции проводимости $(x \cdot y \vee \overline{z} \vee \overline{x}) \cdot (x \vee y)$.

Семестр 3

Раздел 1. Математическая логика

Тема 1.1. Алгебра высказываний. Логические следствия.

Примерные теоретические вопросы

1. Что такое высказывание?

2. Как составить отрицание данного высказывания?

3. Как составить высказывание, являющееся дизъюнкцией двух данных высказываний? В каком случае дизъюнкция двух данных высказываний является истинным высказыванием?

4. Как составить высказывание, являющееся конъюнкцией двух данных высказываний? В каком случае конъюнкция двух данных высказываний является истинным высказыванием?

5. Как составить высказывание, являющееся импликацией двух данных высказываний? В каком случае импликация двух данных высказываний является истинным высказыванием?

6. Как составить высказывание, являющееся эквивалентностью двух данных высказываний? В каком случае эквивалентность двух данных высказываний является истинным высказыванием?

7. Что такое формализация высказывания?

8. Дайте индуктивное определение формулы алгебры высказываний. Что называют интерпретацией формулы?

9. Какие формулы называются совместимыми по истинности? Какие формулы называются совместимыми по ложности?

10. В каком случае формула $C(X_1,X_2,...,X_m)$ называется логическим следствием формул $P_1(X_1,X_2,...,X_m)$, $P_2(X_1,X_2,...,X_m)$,..., $P_n(X_1,X_2,...,X_m)$? Как записать логическое следствие формул в виде клаузы?

11. Каков алгоритм метода редукции для проверки формул на логическое следствие?

12. Как с помощью метода Квайна можно ускорить обход семантического дерева при проверке формул на логическое следствие?

13. Сформулируйте алгоритм нахождения всевозможных следствий по заданным посылкам.

14. Сформулируйте алгоритм нахождения посылок для данного заключения.

15. Какое высказывание математической теоремы $X \to Y$ называется достаточным, какое необходимым?

16. Как для теоремы $X \to Y$ построить обратное, противоположное и обратное противоположному высказывания? Какие из них верны, если верна прямая теорема? Какие из них могут оказаться неверными даже в случае верности прямой теоремы?

17. Чем отличаются дедуктивные доказательства от индуктивных?

18. Как строится дедуктивное доказательство утверждений вида $X \to Y$? Как строится дедуктивное доказательство утверждений вида $X \leftrightarrow Y$?

19. Как происходит доказательство методом контрапозиции? Как происходит доказательство методом от противного? Как происходит доказательство методом приведения к абсурду? Для чего при доказательстве можно использовать контрпримеры?

20. В каком случае для доказательства применяется метод математической индукции? В каком случае для доказательства применяется метод структурной индукции?

21. Докажите теорему дедукции в алгебре высказываний.

22. В чем состоит принцип резолюций? Как составить резольвенту двух дизъюнктов?

23. Опишите алгоритм метода резолюций. Почему метод резолюций в общем случае является полуэффективным?

24. Как составляются резольвенты при использовании метода насыщения уровней? В чем состоит стратегия вычеркивания?

25. В чем особенность метода лок-резолюций?

26. Какой дизъюнкт называется хорновским? Какой хорновский дизъюнкт называется унитарным позитивным, унитарным негативным, точным?

27. Как эффективно использовать метод резолюций для хорновских дизъюнктов?

Примерные практические задания

1. Пользуясь таблицами истинности, выясните, справедливо ли логическое следствие $(A\&B) \to C, A \to B \Rightarrow A \to C$.

2. Методом Квайна выясните, справедливо ли логическое следствие $(A \vee C) \to B, C \to (A \vee B), (B\&C) \to (A \vee \overline{B}) \Rightarrow B \to C$.

3. Методом от противного выясните справедливо ли логическое следствие

$(A \vee C) \to B, C \to (A \vee B), (B\&C) \to (A \vee \overline{B}) \Rightarrow B \to C$

4. Найдите все следствия из данных посылок и выразите их в содержательной форме: «Если целое число делится на 2 и на 5, то оно делится на 10», «Целое число делится на 2 и не делится на 5».

5. Методом резолюций докажите $\overline{P} \vee \overline{Q} \vee R, P \vee R, Q \vee R \Rightarrow R$.

6. Проверьте справедливость следующего рассуждения «Я пойду в кино на новую кинокомедию или на занятия по математической логике. Если я пойду в кино на новую кинокомедию, то я от всей души посмеюсь. Если я пойду на занятия по математической логике, то испытаю большое удовольствие от следования по путям логических рассуждений. Следовательно, или я от всей души посмеюсь, или испытаю большое удовольствие от следования по путям логических рассуждений».

Тема 1.2. Алгебра предикатов

Примерные теоретические вопросы

1. Что такое предикат?

2. Что называют множеством истинности предиката?

3. Какие логические операции определены для предикатов?

4.Какие предикаты получаются в результате выполнения логических операций над предикатами?

5. Что получается в результате выполнения операции связывания переменной квантором общности

6. Что получается в результате выполнения операции связывания переменной квантором существования?

7. В каком случае формула называется замкнутой? Открытой?

8. Как происходит интерпретация формул логики предикатов?

9. Какие предикаты называются тождественно-истинными? Тождественно ложными? Выполнимыми? Опровержимыми?

10. Перечислите типовые конструкции, использующиеся при формализации.

11. В чем заключается метод конкретизации для доказательства тавтологий алгебры предикатов?

12. На какие логические операции заменяются квантор общности и квантор существования при использовании конкретизации для доказательства тавтологий алгебры предикатов?

13. Запишите основные тавтологии алгебры предикатов: перенос кванторов через конъюнкцию, дизъюнкцию, отрицание.

14. Какая формула называется приведенной формой? Как привести предикатную формулу в приведенную форму?

15. Какая формула называется предваренной нормальной формой? Как привести предикатную формулу в предваренную нормальную форму?

16. Какая формула называется сколемовской стандартной формой? Каковы правила исключения кванторов для получения сколемовской стандартной формы?

17. Что такое унификация?

18. Что называется бинарной резольвентой двух дизъюнктов?

19. Каков алгоритм метода резолюций для предикатных формул?

Примерные практические задания

1. Пусть P(x)= «x – простое число», E(x)= «x – четное число», D(x,y)= «y делится на x». Интерпретируйте формулу $\forall x(E(x) \wedge \forall y(D(x,y) \rightarrow E(y)))$

2. Определите тождественно-истинна, тождественно-ложна или выполнима (опровержима) формула $\forall xA(f_1(x,y), f_2(f_1(x,y)))$ в интерпретации $M=(-\infty,\infty)$, $A(x,y)="x=y"$, $f_2(z)="z^2"$, $f_1(x,y)="x+y"$

3. Доказать тавтологию двумя способами методом конкретизации (заменив кванторы на логические операции) и по определению кванторов и логических операций $\neg(\exists xP(x))\equiv\forall x\neg P(x)$

4. Методом резолюций выяснить будет ли данная формула логическим следствием $\forall x\big(P(x)\to(Q(x)\wedge R(x))\big), \exists x\big(P(x)\wedge S(x)\big)\Rightarrow\exists x\big(S(x)\wedge R(x)\big)$,

5. Показать с помощью метода резолюций справедливость следующих суждений «Некоторые руководители с уважением относятся ко всем программистам. Ни один руководитель не уважает бездельников. Следовательно, ни один программист не является бездельником».

Тема 1.3. Формальные теории

Примерные теоретические вопросы

1. Что такое аксиома? Правило вывода?
2. Что называется выводом формулы? Что такое гипотеза? Шаг вывода?
3. Что называется доказательством формулы? Что такое теорема теории?
4. Сформулируйте общие правила построения дедуктивных теорий.
5. В чем отличие формальных аксиоматических теорий от полуформальных? Чем отличаются теории естественного вывода от аксиоматических теорий?
6. Определите проблемы дедуктивных теорий (непротиворечивость, полнота, независимость системы аксиом, разрешимость).
7. Дайте определение формальной аксиоматической теории исчисление высказываний
8. Сформулируйте теорему дедукции.
9. Докажите теорему о непротиворечивости исчисления высказываний.
10. Докажите теорему о полноте в широком смысле исчисления высказываний.
11. Докажите теорему о разрешимости исчисления высказываний.
12. Докажите теорему о независимости системы аксиом формализованного исчисления высказываний.
13. Дайте определение исчисления высказывания как теории естественного вывода.
14. Перечислите правила вывода, используемые в теории естественного вывода.

Примерные практические задания

1. Укажите недостающую формулу *W*, такую, чтобы третья из данных формул получалась из первой и второй по правилу вывода Modus Ponens: $F\to(H\to F),\big(F\to(H\to F)\big)\to\big(F\to\big(G\to(H\to F)\big)\big),W\cdot$

2. Выясните, является ли данная последовательность выводом из аксиом. Обоснуйте вывод:

1) $G\to(F\to G)$,

2) $\big(G\to(F\to G)\big)\to\big(G\to\big(G\to(F\to G)\big)\big)$,

3) $G\to\big(G\to(F\to G)\big)$.

3. Докажите теорему формализованного исчисления высказываний $F\to F$.

4. Выясните, является ли данная последовательность выводом из гипотез. Если да, то укажите гипотезы, шаги вывода и выведенную формулу:

1) $G \to H$,

2) G,

3) H,

4) $H \to (F \to H)$,

5) $F \to H$.

5. Докажите методом естественного вывода $A, \neg B \Rightarrow \neg(A \to B)$.

6. Докажите выводимость в натуральном исчислении $\Rightarrow (A \& B) \leftrightarrow (B \& A)$.

Раздел 2. Основы теории графов

Тема 2.1. Основные понятия теории графов. Операции с графами.

Примерные теоретические вопросы

1. Какой математический объект называется графом? Что такое вершина графа, ребро графа? Как определить порядок графа?

2. Какие вершины графа называются смежными? Какие ребра графа называются смежными? В каком случае говорят, что пара вершин коинцидентна некоторому ребру? Какие ребра называются инцидентными данной вершине?

3. Что такое путь (маршрут) в графе? Как рассчитать его длину? Какой путь называется цепью, простой цепью? Какой путь называется циклическим, циклом, простым циклом? Что такое петля?

4. Какой граф называется мультиграфом? Какой граф называется псевдографом?

5. Какой граф называется полным? Как принято обозначать полные графы? Какой граф называется двудольным? Как обозначаются полные двудольные графы?

6. В каком случае пара графов называется изоморфными друг другу?

7. Как построить матрицу смежности графа, матрицу инцидентности, структуру смежности? Как задать граф списком ребер?

8. Что такое ориентированные графы (орграфы)? Как определяются путь и полупуть в орграфе? Что такое контур орграфа?

9. Какие особенности возникают при построении матриц смежности и инцидентности для орграфов?

10. Как вычислить степень вершины графа? Как построить вектор степеней графа? Какой граф называется регулярным?

11. Сформулируйте и докажите лемму о рукопожатиях.

12. Как вычислить полустепень захода для вершины орграфа? Полустепень исхода?

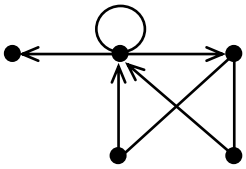
13. Какой граф называется частью графа G? В каком случае часть графа называют подграфом?

14. В каком случае граф называется связным? Что такое компонента связности графа? Что такое клика в графе? В каком случае клика называется максимальной?

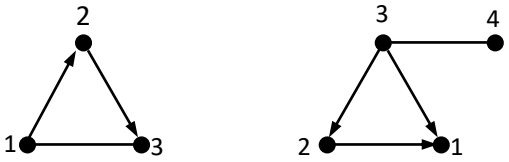
15. Перечислите операции, которые можно выполнять над графами. Дайте их определение

Примерные практические задания

1. Задать каждый граф разными способами: аналитически, матрицей смежности, структурой смежности, списком дуг (ребер), матрицей инцидентности



2. Представьте в геометрической и матричной формах графы $G = G_1 \cup G_2$, $G = G_1 \cap G_2$, $G = G_1 \oplus G_2$, $G = G_1 + G_2$, $G = G_1 \times G_2$, $G = G_1[G_2]$, $G = G_2[G_1]$



G_1 G_2

Тема 2.2. Циклы. Планарность. Раскраска графа. Деревья. Остов графа. Связность.

Примерные теоретические вопросы

1. Что называют расстоянием между вершинами графа? Как построить матрицу расстояний графа?

2. Что такое эксцентриситет вершины графа? Как вычислить радиус и диаметр графа? Что такое центр графа?

3. Какой граф называют деревом? Как изображается дерево при плоской укладке? Что такое лес?

4. Какую часть графа называют его остовом? Как вычислить цикломатическое число графа? Каков смысл этой величины?

5. Сформулируйте алгоритм обхода вершин графа поиском в глубину.

6. Сформулируйте алгоритм обхода вершин графа поиском в ширину.

7. Какой граф называется реберно-взвешенным? Как построить матрицу весов реберно-взвешенного графа? Как вычислить вес маршрута в реберно-взвешенном графе?

8. Сформулируйте алгоритм Краскала поиска остова наименьшего веса в реберно-взвешенном графе.

9. Сформулируйте алгоритм Прима поиска остова наименьшего веса в реберно-взвешенном графе.

10. Какое изображение графа называется геометрической реализацией?

11. Докажите теорему о реализации любого графа в трехмерном евклидовом пространстве.

12. Какие графы называются планарными? Что называется гранью планарного графа? Какие грани называются внутренними, какая внешней? Как вычислить эйлерово число планарного графа?

13. Докажите теорему об эйлеровой характеристике планарного графа.

14. Докажите непланарность графов K_5, $K_{3,3}$.

15. Сформулируйте критерий плоской реализуемости графа.

16. Как вычислить число планарности графа? Толщину графа?

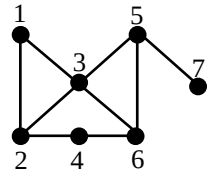
17. Что такое вершинная k-раскраска графа? Какая раскраска называется правильной? Какой граф называется k-раскрашиваемым? В чем смысл гипотезы о четырех красках? В чем состоит алгоритм последовательного раскрашивания.

18. Что такое хроматическое число графа. Докажите неравенство $\chi(G) \le 1 + \Delta(G)$.

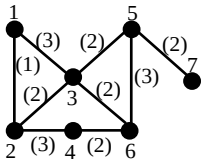
19. Как построить реберный граф данного графа?

Примерные практические задания

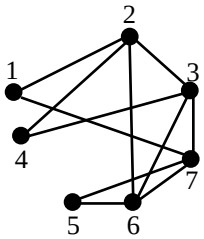
1. Найти матрицу расстояний, диаметр, радиус, центральные и периферийные вершины графа



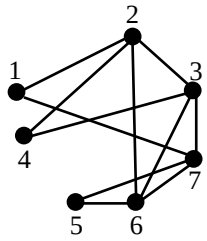
2. Построить остовы наименьшего веса, пользуясь алгоритмами Краскала и Прима.



3. Являются ли данные графы планарными? Определите толщину и число планарности графов. Для планарных графов постройте плоскую геометрическую реализацию, определите число граней.



4. Применив алгоритм последовательного раскрашивания, построить раскраску вершин для графа



5. Найти хроматическое число.

Тема 2.3. Алгоритмы решения задач на графах.

Примерные теоретические вопросы

1. В каком случае граф называется эйлеровым? Какой граф называется полуэйлеровым?

2. Докажите критерий эйлеровости графа. Каков критерий полуэйлеровости графа?

3. Сформулируйте алгоритм построения эйлерова цикла в графе.

4. В каком случае орграф называется эйлеровым? Сформулируйте критерий эйлеровости для орграфа.

5. Какой граф называется гамильтоновым, полугамильтоновым? Какие достаточные условия существования гамильтоновых циклов в графе Вам известны?

6. В чем состоит задача коммивояжера. Сформулируйте алгоритм для ее решения. Как поведет себя этот алгоритм если решение отсутствует? Как преобразовать этот алгоритм для нахождения гамильтонова цикла наибольшего веса?

7. Сформулируйте теорему о *k*-ой степени матрицы смежности графа.

8. Как построить матрицу итераций и матрицу связности графа? Как строится матрица достижимости орграфа?

9. Какие типы связности выделяют для орграфов? В чем их отличие?

10. Что такое база орграфа? Что называют сильно связной компонентой орграфа? Как построить матрицу сильных компонент?

11. Сформулируйте шаги алгоритма Форда-Беллмана нахождения кратчайших маршрутов в графе. Как поведет себя этот алгоритм в орграфе, содержащем контур?

12. Какой граф называют сетью? Что такое источник и сток сети?

13. Сформулируйте шаги алгоритма определения уровней вершин сети. Для чего проводится топологическая сортировка вершин графа?

14. Какая сеть называется транспортной? Что такое разрез транспортной сети?

15. Что такое поток в транспортной сети?

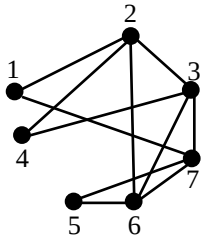
16. В каком случае дуга транспортной сети называется насыщенной? Какой маршрут в транспортной сети называется насыщенным?

17. Какой поток в транспортной сети называется полным? Сформулируйте лемму и теорему Форда-Фалкерсона о потоке в сети.

18. Укажите шаги алгоритма Форда-Фалкерсона построения максимального потока в сети.

Примерные практические задания

1. Проверить является ли граф

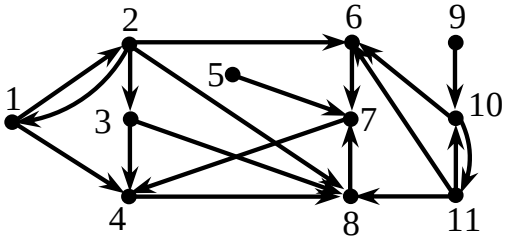


эйлеровыми, полуэйлеровыми, гамильтоновыми, полугамильтоновыми.

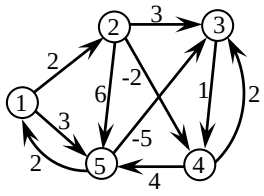
2. Методом ветвей и границ решить задачу коммивояжера для графа, заданного матрицей весов. Вычислить гамильтоновы циклы минимального и максимального весов.

$$W = \begin{pmatrix} \infty & 13 & 7 & 5 & 2 & 9 \\ 8 & \infty & 4 & 7 & 5 & \infty \\ 8 & 4 & \infty & 3 & 6 & 2 \\ 5 & 8 & 1 & \infty & 0 & 1 \\ \infty & 6 & 1 & 4 & \infty & 9 \\ 10 & 0 & 8 & 3 & 7 & \infty \end{pmatrix}$$

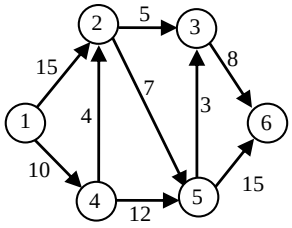
3. Построить матрицу достижимости и матрицу сильных компонент. Определить базу графа



4. Используя алгоритм Форда-Беллмана, найдите все кратчайшие маршруты из вершины 1 до каждой из остальных вершин.



5. Используя алгоритм Форда-Фалкерсона найти максимальный поток в сети



Составитель (и): канд. техн. наук, доцент Решетникова Е.В.

(*фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей)*)