

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«10» февраля 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

Б1.О.11.01 Линейная алгебра

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«Математика и Информатика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2020

Новокузнецк 2022

Оглавление

1	Цель дисциплины.	3
1.1	Формируемые компетенции	3
1.2	Индикаторы достижения компетенций	3
1.3	Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине	4
2.	Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.....	5
3.	Учебно-тематический план и содержание дисциплины.	6
3.1	Учебно-тематический план	6
3.2.	Содержание занятий по видам учебной работы	7
4	Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.	9
5	Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины	9
5.1	Учебная литература	9
5.2	Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины	11
5.3	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.	11
6	Иные сведения и (или) материалы.	11
6.1.	Примерные темы письменных учебных работ.....	11
6.2	Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации	13

1 Цель дисциплины.

Целью изучения дисциплины является формирование необходимой базы знаний для использования математических методов и математических моделей в решении профессиональных задач, а также развитие математического мышления и культуры у обучающихся. Изучение этого курса дает возможность студентам понять основные подходы к формированию линейных математических моделей, применяемых в различных областях знаний.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция **ОПК-8** (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Общепрофессиональные компетенции	Научные основы педагогической деятельности	ОПК-8 (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ОПК-8 (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).	ОПК.8.1. Применяет специальные научные знания предметной области в педагогической деятельности по профилю подготовки ОПК.8.2. Владеет методами научного исследования в предметной области ОПК 8.3. Владеет методами анализа педагогической ситуации и профессиональной рефлексии на основе специальных научных	Б1.О.03.01 Общая психология Б1.О.04 Возрастная анатомия и физиология Б1.О.06 Специальная и коррекционная педагогика и психология Б1.О.10.02 Математический анализ Б1.О.10.03 Геометрия Б1.О.10.04 Теория чисел Б1.О.10.05 Алгебра многочленов Б1.О.10.06 Элементарная математика

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
	знаний в предметных областях по профилю подготовки	Б1.О.10.07 Дискретная математика Б1.О.10.08 Математическая логика Б1.О.10.09 Теория вероятностей и математическая статистика Б1.О.11.01 Программное обеспечение Б1.О.11.02 Программирование Б1.О.11.03 Компьютерные сети и интернет-технологии Б1.О.11.04 Теоретические основы информатики Б1.О.11.05 Системы управления базами данных Б1.О.11.06 Компьютерное моделирование Б1.О.11.07 Компьютерная графика Б1.О.11.08 Алгоритмы и структуры данных Б1.О.11.09 Основы робототехники Б2.О.02(У) Учебная практика. Ознакомительная практика Б2.О.04(П) Производственная практика. Педагогическая практика Б2.О.05(П) Производственная практика. Проектно-технологическая практика Б3.01(Г) Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Б3.02(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы ФТД.02 Видеомонтаж

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-8 (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).	ОПК.8.1. Применяет специальные научные знания предметной области в педагогической деятельности по профилю подготовки ОПК.8.2. Владеет методами научного исследования в предметной области	Знать: - научное содержание и современное состояние предметной области “Линейная алгебра”, лежащее в основе преподаваемого учебного предмета “Математика” - методы проведения научного исследования в предметной области “линейная алгебра”; Уметь: - использовать научные знания предметной области “Линейная алгебра” в педагогической деятельности по профилю подготовки; - применять научные знания предметной области “Линейная алгебра” при разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности; Владеть: - методами научного исследования в области линейной алгебры; - способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области “Линейная алгебра”

2. Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	144	-	
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	48		
Аудиторная работа (всего):	48		

в том числе:			
лекции	24		
практические занятия, семинары	24		
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме	10		
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):	60		
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	60		
4 Промежуточная аттестация обучающегося	Экзамен 36		

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоемкость (всего часов.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторные занятия		СРС	Аудиторные занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
Семестр 1									
	1. Теория решения систем линейных уравнений	72	16	16	40				
1	Матрицы и определители	36	8	8	20				Контрольная работа № 1
2	Системы линейных уравнений	36	8	8	20				Контрольная работа № 2
	2. Векторные пространства	36	8	8	20				

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоемкость (всего часов)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторные занятия		СРС	Аудиторные занятия		СРС	
			лек.ц.	практ.		лек.ц.	практ.		
Семестр 1									
3	Конечномерные векторные пространства	36	8	8	20				Контрольная работа № 3
	Промежуточная аттестация -	36							экзамен
ИТОГО по семестру ...			144	24	24	60			

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
Семестр 1		
<i>Содержание лекционного курса</i>		
1	Теория решения систем линейных уравнений	
1.1	Определители	Матрица. Перестановки и подстановки. Определители квадратных матриц второго и третьего порядков. Миноры, алгебраические дополнения. Определитель n- го порядка, его свойства и способы вычисления. Определитель транспонированной матрицы. Определитель произведения двух матриц.
1.2	Матрицы	Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Свойства арифметических операций над матрицами. Умножение матриц. Транспонирование матриц. Связь с транспонированием. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Ранг матрицы как максимальное количество линейно независимых строк. Применение матриц к решению задач. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы и способы ее нахождения.
1.3	Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений. Матрица и расширенная матрица системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
1.4	Способы решения систем линейных уравнений	Правило Крамера для систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными, трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Системы линейных уравнений в матричной форме. Решение матричных уравнений.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Структура множества решений неоднородной системы линейных уравнений. Решение однородных систем.
2	Векторные пространства	
2.1	Конечномерные векторные пространства	Понятие линейного пространства. Вектор как элемент линейного пространства. Аксиомы линейного пространства. Простейшие следствия аксиом линейного пространства. Базис линейного конечномерного пространства. Координаты вектора в базисе. Размерность линейного пространства. Матрица перехода от старого базиса к новому. Понятие линейного подпространства линейного пространства.
<i>Содержание практических занятий</i>		
1	Теория решения систем линейных уравнений	
1.1	Определители	Перестановки и подстановки. Определители: формулы для вычисления, свойства определителей.
1.2	Матрицы. Операции над матрицами	Матрицы. Основные понятия и определения, основные виды матриц. Операции над матрицами
1.3	Обратная матрица	Обратная матрица. Теорема существования и единственности обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений
1.4	Ранг матрицы	Минор порядка k для матрицы (определителя). Базисный минор и ранг матрицы, теоремы о рангах.
1.5	Системы линейных алгебраических уравнений	Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера – Капелли.
1.6	Решение систем линейных уравнений	Методы нахождения решения системы линейных алгебраических уравнений (метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод)..
1.7	Однородные системы и их решение	Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия и определения. Фундаментальная система решений.
2	Векторные пространства	
2.1	Основные понятия	Понятие векторного пространства над полем. Простейшие свойства векторных пространств. Подпространства векторного пространства. Критерий подпространства. Линейная оболочка множества векторов.
2.2	Линейная зависимость и независимость системы векторов	Линейная зависимость и независимость системы векторов арифметического n -мерного векторного пространства. Свойства линейной зависимости системы векторов.
2.3	Базис и размерность векторного пространства	Базис и ранг системы векторов. Базис пространства

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
2.4	Способы построения подпространств	Пересечение и сумма векторных подпространств. Прямая сумма. Критерий прямой суммы подпространств. Линейные многообразия, их свойства.
	Промежуточная аттестация - экзамен	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	60	Лекционные занятия (конспект) (16 занятий)	1 балла посещение 1 лекционного занятия	0 - 16
		Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы) (18 занятий).	1 балл - посещение 1 практического занятия 3 балла – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	18 - 54
		Контрольные работы (4 работы)	За одну КР от 2 до: 3 балла (выполнено 51 - 65% заданий) 4 балла (выполнено 66 - 85% заданий) 5 баллов (выполнено 86 - 100% заданий)	12-20
		Итого по текущей работе в семестре		
Промежуточная аттестация (зачет)	40	1 вопрос и 2 задачи	10 балла (ответ на вопрос) 15 баллов (решение одной задачи)	10-40
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				40 баллов
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература Основная учебная литература

1. Бурмистрова Е.Б. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / Е.Б. Бурмистрова, С.Г. Лобанов. - Электронные текстовые данные. - Москва : Юрайт, 2017. - 421 с. - Режим доступа: <http://biblio-online.ru/book/6A5A6F52-FA19-4717-80BF-2833187BA668>
2. Рудык Б. М. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б. М. Рудык. - Электронные текстовые данные. - Москва : НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=363158>
3. Постников М.М. Линейная алгебра. [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. М. Постников. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 400 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/319>

б) дополнительная литература

1. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] : учебник / Е. С. Ляпин — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 368 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/246>
2. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра. [Электронный ресурс] : учебник / Л. Я. Окунев. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/289>
3. Ильин В.А. Линейная алгебра [Текст] : учебник.- Издание 6-е, стереотипное. – Москва: Физматлит, 2007.-280 с.
4. Мальцев, А. И. Основы линейной алгебры [Текст] : учебник / А. И. Мальцев. - Изд. 5-е ; стер. - Москва; Санкт-Петербург Краснодар : Лань, 2009. - 470 с.

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Линейная алгебра	216 Аудитория методики математического развития и обучения математике Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная) Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом.1
------------------	--	--

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1.Примерные темы письменных учебных работ

Контрольная работа №1

Вариант (образец)

1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами (разложением по элементам первой строки, понижением порядка определителя)

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду. Указать базисный минор.

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу, обратную к матрице $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$.

4. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Контрольная работа №2

Вариант (образец)

- Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами:
 - с помощью обратной матрицы;
 - по правилу Крамера;
- Решить систему методом Гаусса.
- Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных алгебраических уравнений.

$$1. \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -29, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -31. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 10x_4 = 0, \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 - 6x_4 = 0, \\ 4x_1 + 15x_2 + 11x_3 - 8x_4 = 0. \end{cases}$$

Контрольная работа №3

Вариант (образец)

1. Найти все базисы системы векторов $\mathbf{a}_1=(5;2;-3;1)$, $\mathbf{a}_2=(4;1;-2;3)$, $\mathbf{a}_3=(1;1;-1;-2)$, $\mathbf{a}_4=(3;4;-1;2)$.
2. Найти матрицу перехода от базиса $\mathbf{e}_1 = (-2, 1, -1)$, $\mathbf{e}_2 = (1, -1, 3)$, $\mathbf{e}_3 = (1, 2, -1)$ к базису $\mathbf{e}'_1 = (-1, 2, 3)$, $\mathbf{e}'_2 = (2, 1, 2)$, $\mathbf{e}'_3 = (0, 2, 1)$.
3. Найти систему линейных уравнений, задающую линейное многообразие $M=x_0+L$, если известны вектор сдвига x_0 и базис a_1, a_2 подпространства L .
 $x_0=(-1;1;0;1)$, $a_1=(1;-5;11;0)$, $a_2=(-3;1;0;11)$.
4. Даны подпространства $L_1(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и $L_2(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$. Найти базисы и размерности подпространств L_1 , L_2 , $L_1 \cap L_2$, $L_1 + L_2$. $\mathbf{a}_1=(1,1,1,1)$, $\mathbf{a}_2=(1,-1,1,-1)$, $\mathbf{a}_3=(1,3,1,3)$, $\mathbf{b}_1=(1,2,0,2)$, $\mathbf{b}_2=(1,2,1,2)$, $\mathbf{b}_3=(3,1,3,1)$.

6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 9 - Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
1. Теория решения систем линейных уравнений		
1.1 Матрицы и определители	1. Перестановки и подстановки. 2. Определители 2-го и 3-го порядка. 2. Определители n-го порядка. Свойства определителя. 4. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о каждом члене произведения $a_{ij} \cdot A_{ij}$. - Теорема о разложении определителя. 5. Вычисление определителя n-го порядка. 6. Операции над матрицами и их свойства. 7. Обратные матрицы. Вычисление обратной матрицы.	1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами (разложением по элементам первой строки, понижением порядка определителя) $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ Найдите матрицу $C = 3A - 4B$, если $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & -4 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}.$ 2. Дана матрица $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 4 & a & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$ 3. Найдите минор и алгебраическое дополнение элемента a. 4. Найдите матрицу X, если $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 18 & -1 \end{bmatrix}$ 5. Докажите, что матрица $A = \begin{bmatrix} 7 & -8 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \\ 6 & -5 & 1 \end{bmatrix}$ имеет

	8. Ранг матрицы и его вычисление. 9. Теорема о ранге матрицы.	обратную и найдите ее. Найдите ранг матрицы A $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & 11 & 6 & 1 & 10 \\ 5 & 12 & 5 & 10 & 9 \end{bmatrix}$ 6.
1.2 Системы линейных уравнений	10. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия. 11. Равносильные системы линейных уравнений и элементарные преобразования системы. 12. Правило Крамера 13. Решение систем с помощью обратной матрицы. 14. Критерий совместности системы линейных уравнений 15. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных.	7. Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами: 1) с помощью обратной матрицы; 2) по правилу Крамера; $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -29, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -31. \end{cases}$ 8. Решите систему $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}$
2. Векторные пространства		
2.1 Конечномерные векторные пространства	16. Определение, примеры и простейшие свойства векторных пространств. 17. Линейная зависимость и независимость системы векторов. 18. Подпространство. Линейная оболочка векторных пространств. 19. Сумма подпространств. 20. Линейные многообразия. 21. Базис и размерность векторного пространства. 22. Изоморфизм векторных пространств.	9. Найти все базисы системы векторов $\mathbf{a}_1=(5;2;-3;1)$, $\mathbf{a}_2=(4;1;-2;3)$, $\mathbf{a}_3=(1;1;-1;-2)$, $\mathbf{a}_4=(3;4;-1;2)$. 10. Найти матрицу перехода от базиса $\mathbf{e}_1 = (-2, 1, -1)$, $\mathbf{e}_2 = (1, -1, 3)$, $\mathbf{e}_3 = (1, 2, -1)$ к базису $\mathbf{e}'_1 = (-1, 2, 3)$, $\mathbf{e}'_2 = (2, 1, 2)$, $\mathbf{e}'_3 = (0, 2, 1)$. 11. Найти систему линейных уравнений, задающую линейное многообразие $M = x_0 + L$, если известны вектор сдвига x_0 и базис a_1, a_2 подпространства L. $x_0 = (-1; 1; 0; 1)$, $a_1 = (1; -5; 11; 0)$, $a_2 = (-3; 1; 0; 11)$. 12. Даны подпространства $L_1(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и $L_2(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$. Найти базисы и размерности подпространств $L_1, L_2, L_1 \cap L_2, L_1 + L_2$. $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 1, 1)$, $\mathbf{a}_2 = (1, -1, 1, -1)$, $\mathbf{a}_3 = (1, 3, 1, 3)$, $\mathbf{b}_1 = (1, 2, 0, 2)$, $\mathbf{b}_2 = (1, 2, 1, 2)$, $\mathbf{b}_3 = (3, 1, 3, 1)$.

