Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«10» февраля 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.О.11.04 Теория чисел

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«Математика и Информатика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2020

Новокузнецк 2022

Оглавление

1 Цель дисциплины. 3
1.1 Формируемые компетенции 3
1.2 Индикаторы достижения компетенций 3
1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине 4
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. 5
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины. 6
3.1 Учебно-тематический план 6
3.2. Содержание занятий по видам учебной работы 7
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. 8
5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины 9
5.1 Учебная литература 9
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины 10
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. 10
6 Иные сведения и (или) материалы. 11
6.1.Примерные темы письменных учебных работ 11
6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации 12

1 Цель дисциплины.

Целью изучения дисциплины является подготовка к преподаванию математики, научной работе в области теории чисел и учебно-методической работе в общеобразовательных учреждениях**.** Учебное содержание дисциплины базируется на основных понятиях делимости целых чисел (делимое, делитель, частное и остаток), теории колец (идеал кольца, фактор-кольцо, обратимый элемент кольца) и многочленов (степень, корень многочлена, деление многочленов с остатком, теорема Безу и схема Горнера). В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция **ОПК-8** (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Общепрофессиональные компетенции	Научные основы педагогической деятельности	**ОПК-8** (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ОПК-8 (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).	ОПК.8.1. Применяет специальные научные знания предметной области в педагогической деятельности по профилю подготовки ОПК.8.2. Владеет методами научного исследования в предметной области ОПК 8.3. Владеет методами анализа педагогической ситуации и профессиональной рефлексии на основе специальных научных	Б1.О.03.01 Общая психология Б1.О.04 Возрастная анатомия и физиология Б1.О.06 Специальная и коррекционная педагогика и психология Б1.О.10.01 Линейная алгебра Б1.О.10.02 Математический анализ Б1.О.10.03 Геометрия Б1.О.10.05 Алгебра многочленов Б1.О.10.06 Элементарная математика

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
	знаний в предметных областях по профилю подготовки	Б1.О.10.07 Дискретная математика Б1.О.10.08 Математическая логика Б1.О.10.09 Теория вероятностей и математическая статистика Б1.О.11.01 Программное обеспечение Б1.О.11.02 Программирование Б1.О.11.03 Компьютерные сети и интернет-технологии Б1.О.11.04 Теоретические основы информатики Б1.О.11.05 Системы управления базами данных Б1.О.11.06 Компьютерное моделирование Б1.О.11.07 Компьютерная графика Б1.О.11.08 Алгоритмы и структуры данных Б1.О.11.09 Основы робототехники Б2.О.02(У) Учебная практика. Ознакомительная практика Б2.О.04(П) Производственная практика. Педагогическая практика Б2.О.05(П) Производственная практика. Проектно-технологическая практика Б3.01(Г) Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Б3.02(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы ФТД.02 Видеомонтаж

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-8 (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).	ОПК.8.1. Применяет специальные научные знания предметной области в педагогической деятельности по профилю подготовки ОПК.8.2. Владеет методами научного исследования в предметной области	Знать: - научное содержание и современное состояние предметной области “Теория чисел”, лежащее в основе преподаваемого учебного предмета “Математика” - методы проведения научного исследования в предметной области “Теория чисел”; Уметь: - использовать научные знания предметной области “Теория чисел” в педагогической деятельности по профилю подготовки; - применять научные знания предметной области “Теория чисел” при разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности; Владеть: - методами научного исследования в области теории чисел; - способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области “Теория чисел”

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	180		
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	40		
Аудиторная работа (всего):	40		
в том числе:			

лекции	14		
практические занятия, семинары	26		
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме	8		
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):	104		
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем*)*			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	104		
4 Промежуточная аттестация обучающегося	экзамен		

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
Семестр 4									
	1. Теория делимости	76	6	12	58				
1	Делимость целых чисел. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное	30	2	6	22				Контрольная работа № 1
2	Простые и составные числа	28	2	4	22				Контрольная работа № 1
3	Числовые функции	18	2	2	14				Контрольная работа № 1

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
Семестр 4									
	1. Теория сравнений	68	8	14	46				Контрольная работа № 2
1	Числовые сравнения. Классы вычетов	32	4	6	22				Контрольная работа № 2
2	Сравнения с переменной	36	4	8	24				Контрольная работа № 3
	Промежуточная аттестация -	36							экзамен
ИТОГО по семестру …		180	14	26	108				

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	Семестр 1	
Содержание лекционного курса		
1	Теория делимости	
1.1	Делимость целых чисел. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное	Делимость целых чисел, свойства делимости. Деление с остатком. НОД: определение и свойства. Алгоритм Евклида. Вычисление НОД. Взаимно простые числа и их свойства. НОК: определения и свойства. Вычисление НОК
1.2	Простые и составные числа	Определение простого и составного чисел. Свойства простых чисел. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение натуральных чисел. Бесконечность множества простых чисел.
1.3	Числовые функции	Числовые функции. Мультипликативность числовых функций. Количество и сумма натуральных делителей натурального числа. Целая часть числа
2	Теория сравнений	
2.1	Числовые сравнения. Классы вычетов	Определение числового сравнения, их свойства. Классы вычетов и их свойства. Полная и приведенная системы вычетов, их свойства, функция Эйлера, теоремы Эйлера и Ферма

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
2.2	Сравнения с переменной	Определение сравнения с неизвестной величиной, решение сравнений. Понятие равносильных сравнений и их свойств. Определение линейного сравнения и числа решений. Способы решения линейных сравнений. Приложения линейных сравнений. Системы линейных сравнений. Сравнения по простому модулю с одной неизвестной. Сравнения по степени простого числа. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю.
Содержание практических занятий		
1	Теория делимости	
1.1	Делимость целых чисел. Деление с остатком	Применение свойств делимости целых чисел и деления с остатком к решению задач.
1.2	Наибольший общий делитель	Вычисление НОД двух и нескольких чисел. Применение НОД к решению задач
1.3	Наименьшее общее кратное	Вычисление НОК двух и нескольких чисел. Применение НОК к решению задач
1.4	Простые числа	Использование свойств простых чисел к решению задач. Разложение натурального числа на простые множители.
1.5	Применение числовых функций	Приложения числовых функций.
2	Теория сравнений	
2.1	Свойства числовых сравнений	Основные эквивалентные предложения теории числовых сравнений. Использование свойств числовых сравнений при нахождении остатка от деления на заданное число.
2.2	Классы вычетов	Операции над классами вычетов. Полная и приведенная системы вычетов, их свойства.
2.3	Применение теорем Эйлера и Ферма	Функция Эйлера и ее вычисление. Применение теорем Эйлера и Ферма к решению основных типовых задач.
2.4	Линейные сравнения	Решение линейных сравнений и их систем. Применение линейных сравнений к решению неопределенных уравнений и текстовых задач.
2.5	Сравнения по простому модулю.	Применение теорем о сравнениях по простому модулю на практике. Решение сравнений второй степени по простому модулю.
2.6	Сравнения по составному модулю.	Решение сравнений по составному модулю.
	Промежуточная аттестация - *экзамен*	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности

компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	**60**	Лекционные занятия (конспект) (7 занятий)	**1 балла** посещение 1 лекционного занятия	0 - 7
		Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы) (13 занятий).	**1 балл** - посещение 1 практического занятия **3 балла** – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	13 - 39
		Контрольные работы (3 работы)	**За одну КР от 5 до:** **6 балла** (выполнено 51 - 65% заданий) **8 балла** (выполнено 66 - 85% заданий) **10 баллов** (выполнено 86 - 100% заданий)	15-30
Итого по текущей работе в семестре				28 - 76
Промежуточная аттестация (зачет)	40	1 вопрос и 2 задачи	**10 балла** (ответ на вопрос) **15 баллов** (решение одной задачи)	10-40
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				40 баллов
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

а) основная учебная литература:

1. Бухштаб, А. А. Теория чисел [Текст] : учебное пособие /А. А. Бухштаб. - Изд. 3-е ; стер. - Санкт- Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2008. - 384 с.

2. Виноградов, И. М. Основы теории чисел [Текст] : учебное пособие для вузов / И. М. Виноградов. - Изд. 12 -е; стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2009. - 176 с.
3. Данилова Т.В. Теория чисел: Задачи с примерами решений [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Т.В. Данилова: Министерство образования и науки Российской Федерации, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. - Электронные текстовые данные. – Архангельск: САФУ, 2015. – 104 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436368

б) дополнительная учебная литература:

1. Избранные главы алгебры и теории чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов ИФМИЭО / М. П. Тропин ; Новосиб. гос. пед. ун-т. - Электронные текстовые данные. - Новосибирск : НГПУ, 2012. - 89 с. - Режим доступа: http://icdlib.nspu.ru/catalog/details/icdlib/636/

2. Веселова, Л. В. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. В. Веселова, О. Е. Тихонов; Министерство образования и науки РФ ; ФГБОУ ВПО «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Электронные текстовые данные. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 107 с.- Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428287

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Теория чисел	614 Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: переносное - ноутбук, экран, проектор. Используемое программное обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - http://www.mathnet.ru/
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - http://www.window.edu.ru.
3. zbMATH - https://zbmath.org/ - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1.Примерные темы письменных учебных работ

Контрольная работа №1

Вариант (образец)

1. Докажите, что для любых натуральных n, n^5+4n делится на 5.
2. Найти НОД и НОК трех чисел двумя способами: с помощью алгоритма Евклида; с помощью канонического разложения чисел: 1023, 1518, 14883.
3. Решите систему в натуральных числах $\begin{cases} \frac{x}{y}=\frac{5}{9}, \\ (x,y)=26. \end{cases}$
4. Докажите, что если p и p^2+2 простые, то число p^3+2 тоже простое.
5. Найдите наименьшее натуральное число, имеющее 10 натуральных делителей.

Контрольная работа №2

Вариант (образец)

1. Найдите m, если $41\equiv 2(\mathrm{mod}\, m)$.
2. Докажите, что если $\frac{a-5b}{19}\in Z$, *то* $\frac{10a+7b}{19}\in Z$.

3. Пусть Z - кольцо целых чисел, Z_{12} – множество классов вычетов по mod12.

а) Составьте таблицы операций $\oplus$ *и* $\otimes$ классов вычетов по mod12;

б) Найдите элементы, обратные и противоположные для классов $\bar{2}$ и $\bar{3}$.

4. Сколько существует положительных правильных несократимых дробей со знаменателем 200?

5. Дано $\varphi(n) = 1959552$. Найдите n,если $n = 2^{\alpha}3^{\beta}7^{\gamma}$.

6. Найдите две последние цифры в десятичном представлении числа 63^{50}.

Контрольная работа №3

Вариант (образец)

1. Решите сравнение двумя способами: способом Эйлера и способом преобразование коэффициентов $92x \equiv 20 (\mathrm{mod}\, 284)$.

2. Решите систему $\begin{cases} 3x \equiv 2 \ (\mathrm{mod}\, 13), \\ 5x \equiv 11 \ (\mathrm{mod}\, 16), \\ 5x \equiv 2 \ (\mathrm{mod}\, 9). \end{cases}$

3. Сколько потребуется сосудов емкостью 0,5 и 0,8 л для разлива 12 л жидкости так, чтобы все взятые сосуды были наполнены?

4. Решите сравнения: а) $28x^9 + 29x^8 - 26x^7 + 20x^4 - 17x + 23 \equiv 0 \ (\mathrm{mod}\, 3)$,

б) $x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 5x - 10 \equiv 0 \ (\mathrm{mod}\, 343)$,

в) $x^4 - 33x^3 + 8x - 26 \equiv 0 \ (\mathrm{mod}\, 35)$.

5.Приписать справа к числу 523 такие три цифры, чтобы полученное шестизначное число делилось на 7, 8, 9.

6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 9 - Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
1. Теория делимости		
1.1 Делимость целых чисел.	1.Отношение делимости в кольце целых чисел и	1. Найти НОД и НОК трех чисел двумя способами: с помощью алгоритма Евклида; с

Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное	его свойства. 2. Деление с остатком. 3. Наибольший общий делитель. Свойства НОД. 4. Алгоритм Евклида. 5. Вычисление НОД трех и более чисел. 6. Наименьшее общее кратное. Свойства НОК.	помощью канонического разложения чисел: 819, 702, 689 2. Найти $(2n+13, n+7)$. 3.Сократима ли дробь $\frac{21m+4}{14m+3}$? 4. Решите систему в натуральных числах $\begin{cases}(x,y)=13,\\ [x,y]=1989.\end{cases}$ 5. Докажите, что для любых натуральных n, $n(n^2+5)$ делится на 6.
1.2 Простые и составные числа	7. Простые числа и их свойства. 8. Основная теорема арифметики. 9. Каноническое разложение натурального числа и его применение к нахождению НОД и НОК. 10. Бесконечность множества простых чисел	6. Три простых числа p, q и r, больше 3, образуют арифметическую прогрессию p=p, q=p+d, r=p+2d. Докажите, что d делится на 6. ! 7. Показать, что если простое число больше 5, то его квадрат при делении на 30 должен давать остаток, равный 1 или 19. 8. Найти простое число p, чтобы число $2p^2+1$ тоже было простым.
1.3 Числовые функции	11. Число и сумма натуральных делителей натурального числа 12. Целая часть числа	9.Некоторое натуральное число имеет два простых делителя. Его квадрат имеет всего 81 делитель. Сколько делителей имеет куб этого числа? 10.Найти натуральное число, если оно делится на 3 и на 4 и имеет 14 делителей. 11.Найти число вида $2^k 3^l$, если сумма всех его делителей равна 403. 12.Одно число имеет 21 делитель, а другое – 10 делителей. Найти эти числа, если их наибольший делитель равен 18 и никаких простых делителей, кроме 2 и 3, искомые числа не имеют. 13.Найти число вида $3p^2$, где p-простое число отличное от 3, если сумма вех его делителей равна 124.
2. Теория чисел		
2.1 Числовые сравнения. Классы вычетов	13. Определение сравнения. Необходимое и достаточное условия сравнимости двух целых чисел и следствие из него.	14. Найдите m, если $41 \equiv 2(\mathrm{mod}\, m)$ Найдите остаток от деления 109^{345} *на* 14. 15. Пусть Z – кольцо целых чисел, Z12 – множество классов вычетов по mod12, Z_{12}^* - подмножество Z12, состоящее из классов

	14. Основные свойства сравнений 15. Классы по модулю и их основные свойства 16. Операции над классами 17. Полная система вычетов и ее основные свойства 18. Функция Эйлера и ее вычисление 19. Приведенная система вычетов и ее основные свойства 20. Теоремы Эйлера и Ферма	вычетов взаимно-простых с модулем. а) Составьте таблицы операций $\oplus$ u $\otimes$ классов вычетов по mod12; б) Найдите элементы обратные для $\bar{2}$ u $\bar{3}$; 16. Замените числа наименьшими по абсолютной величине неположительными вычетами по модулю 16 и дополните их до соответствующей полной системы вычетов. -4226, -583, -37, -11,-9, 181,1866, 9650. 17. Дано $\varphi(n)=1959552$. Найти n,если $n=2^{\alpha}3^{\beta}7^{\gamma}$. 18. Найдите две последние цифры в десятичном представлении числа 63^{50}. 19. Тринадцатая степень некоторого однозначного числа имеет цифрой единиц 7. Найти это однозначное число.
2.2 Сравнения с переменной	21. Решение сравнений, содержащих переменную 22. Равносильность сравнений, содержащих переменную 23. Линейные сравнения и их исследование 24. Способы решения линейных сравнений 25. Применение линейных сравнений к решению неопределенных уравнений. 26. Системы сравнений первой степени 27. Сравнения n-степени по простому модулю (рассмотреть две теоремы о коэффициенте при старшем члене и о понижении степени сравнения) 28. Решение сравнений n-степени по составному модулю 29. Сравнения второй степени. Квадратичный вычет и квадратичный невычет.	20. Решите сравнение двумя способами: способом Эйлера и способом преобразование коэффициентов $15x \equiv 21(\mathrm{mod}\,18)$. 21. Решите систему $\begin{cases}5x \equiv 9\ (\mathrm{mod}\ 4),\\ 6x \equiv 13\ (\mathrm{mod}\ 5),\\ 8x \equiv 9\ (\mathrm{mod}\ 7).\end{cases}$ 22. Сколько комплектов шахмат по 46 рублей и шашек по 19 рублей можно купить на 620 рублей? 23. Решите сравнения: а) $16x^{12}-27x^{7}+6x^{3}+1\equiv 0\ (\mathrm{mod}\ 5)$, б) $x^{4}+4x^{3}+2x^{2}+x+12\equiv 0\ (\mathrm{mod}\ 625)$, в) $x^{5}+3x^{4}-7x^{3}+4x^{2}+4x-10\equiv 0\ (\mathrm{mod}\ 175)$. 24. Найдите целые точки прямых 4x-7y=9, 2x+9y=15 и 5x-13y=12, лежащие на одном перпендикуляре к оси абсцисс.

	30. Критерий Эйлера.	