Подписано электронной подписью: Вержицкий Данил Григорьевич Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ» Дата и время: 2024-02-21 00:00:00

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

> «Кемеровский государственный университет» Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики Кафедра математики, физики и математического моделирования

> «УТВЕРЖДАЮ» Декан ФИМЭ А.В. Фомина «09» февраля 2023 г.

Рабочая программа дисциплины

Б1.О.10.06 Дискретная математика

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки «Математика и Физика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника бакалавр

> Форма обучения Очная, заочная

> Год набора 2019

Новокузнецк 2023

Оглавление

| 1 Цель дисциплины | 3 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1.1 Формируемые компетенции | 3 |
| 1.2 Индикаторы достижения компетенций | 3 |
| 1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине | 4 |
| 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. | |
| 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины | 6 |
| 3.1 Учебно-тематический план | 6 |
| 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы | 8 |
| 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации | . 12 |
| обеспечение дисциплины | . 13 |
| 5.1 Учебная литература | . 13 |
| 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины | . 14 |
| 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы | . 14 |
| 6 Иные сведения и (или) материалы | . 15 |
| 6.1. Примерные темы письменных учебных работ | 15 |

1 Цель дисциплины

Целью изучения дисциплины является формирование системы фундаментальных знаний о понятиях и методах дискретной математики; приобретение практических умений и навыков, необходимых для решения задач, возникающих в профессиональной деятельности.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция ОПК-8 (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

| Наименование вида | Наименование | Код и название компетенции |
|-------------------|-----------------------|----------------------------------|
| компетенции | категории (группы) | |
| | компетенций | |
| Общепрофессио- | Научные основы педа- | ОПК-8 способен осуществлять пе- |
| нальная | гогической деятельно- | дагогическую деятельность на ос- |
| | сти | нове специальных научных знаний |

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

| Код и название | Индикаторы достижения | Дисциплины и | и практики, форми- | |
|---------------------|---------------------------|-------------------------------|----------------------|--|
| компетенции | компетенции по ОПОП | рующие компо | етенцию ОПОП | |
| ОПК-8 (способен | ОПК.8.1. Применяет специ- | Б1.О.03.01 | Общая психология | |
| осуществлять педа- | альные научные знания | Б1.О.04 | Возрастная анатомия | |
| гогическую дея- | предметной об-ласти в пе- | и физиология | | |
| тельность на основе | дагогической деятельности | Б1.О.06 | Специальная и кор- | |
| специальных науч- | по профилю подготовки | рекционная пе | едагогика и психоло- | |
| ных знаний) | ОПК.8.2. Владеет методами | гия | | |
| | научного исследования в | Б1.О.10 | Предметная подго- | |
| | предметной области | товка по профилю "Математика' | | |
| | | Б1.О.10.01 . | Линейная алгебра | |
| | | Б1.О.10.02 | Геометрия | |
| | | Б1.О.10.03 | Теория чисел | |
| | | Б1.О.10.04 | Алгебра многочле- | |
| | | НОВ | | |
| | | Б1.О.10.05 | Элементарная мате- | |
| | | матика | | |
| | | Б1.О.10.06 , | Дискретная матема- | |
| | | тика | | |
| | | Б1.О.10.07 | Теория вероятностей | |

| Код и название | Индикаторы достижения | Дисциплины и практики, форми- |
|----------------|-----------------------|----------------------------------|
| компетенции | компетенции по ОПОП | рующие компетенцию ОПОП |
| | | и математическая статистика |
| | | Б1.О.10.08 Исследование опе- |
| | | раций |
| | | Б1.О.10.09 Математика в исто- |
| | | рическом развитии |
| | | Б1.О.11 Предметная подго- |
| | | товка по профилю "Физика" |
| | | Б1.О.11.01 Математические мо- |
| | | дели физических процессов |
| | | Б1.О.11.02 Общая физика |
| | | Б1.О.11.03 Элементарная физи- |
| | | ка |
| | | Б1.О.11.04 Основы теоретиче- |
| | | ской физики |
| | | Б1.О.11.05 Астрономия |
| | | Б1.О.11.06 Физика в историче- |
| | | ском развитии |
| | | Б2.О.02(У) Учебная практика. |
| | | Ознакомительная практика |
| | | Б2.О.03(У) Учебная практика. |
| | | Проектно-технологическая прак- |
| | | тика |
| | | Б2.О.04(П) Производственная |
| | | практика. Педагогическая практи- |
| | | ка |
| | | Б3.01(Г) Подготовка к сдаче и |
| | | сдача государственного экзамена |
| | | Б3.02(Д) Выполнение и защи- |
| | | та выпускной квалификационной |
| | | работы |
| | | ФТД.02 Инновационные ме- |
| | | тоды и технологии электронного |
| | | обучения |

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

| Код и название компе- | Индикаторы достижения | Знания, умения, навыки (ЗУВ), фор- |
|-----------------------|---------------------------|------------------------------------|
| тенции | компетенции, закреплен- | мируемые дисциплиной |
| | ные за дисциплиной | |
| ОПК-8 (способен осу- | ОПК.8.1. Применяет спе- | Знать: |
| ществлять педагогиче- | циальные научные знания | - научное содержание и современное |
| скую деятельность на | предметной об-ласти в пе- | состояние предметной области "Дис- |
| основе специальных | дагогической деятельно- | кретная математика", лежащее в ос- |
| научных знаний) | сти по профилю подго- | нове преподаваемого учебного пред- |
| | IODRYI | мета "Математика" |
| | ОПК.8.2. Владеет метода- | - методы проведения научного ис- |

| Код и название компе- | Индикаторы достижения | Знания, умения, навыки (ЗУВ), фор- |
|-----------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| тенции | компетенции, закреплен- | мируемые дисциплиной |
| | ные за дисциплиной | |
| | ми научного исследования | следования в предметной области |
| | в предметной области | "Дискретная математика"; |
| | | Уметь: |
| | | - использовать научные знания пред- |
| | | метной области "Дискретная матема- |
| | | тика" в педагогической деятельности |
| | | по профилю подготовки; |
| | | - применять научные знания пред- |
| | | метной области "Дискретная матема- |
| | | тика" при разработке образователь- |
| | | ных программ, рабочих программ |
| | | учебных предметов, курсов внеуроч- |
| | | ной деятельности; |
| | | Владеть: |
| | | - методами научного исследования в |
| | | области дискретной математики; |
| | | - способами получения информации |
| | | о современном состоянии научных |
| | | исследо-ваний в предметной области |
| | | "Дискретная математика" |

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

| Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах | | Объём часов по формам обучения | | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|--------------------------------|-----|--|--|
| | | ОЗФО | 3ФО | | |
| 1 Общая трудоемкость дисциплины | 144 | | | | |
| 2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего) | 80 | | | | |
| Аудиторная работа (всего): | 80 | | | | |
| в том числе: | | | | | |
| лекции | 40 | | | | |
| практические занятия, семинары | 40 | | | | |
| практикумы | | | | | |
| лабораторные работы | | | | | |
| в интерактивной форме | 20 | | | | |
| в электронной форме | | | | | |
| Внеаудиторная работа (всего): | | | | | |
| в том числе, индивидуальная работа обучающихся с пре- подавателем | | | | | |
| подготовка курсовой работы /контактная работа | | | | | |

| групповая, индивидуальная консультация и иные виды | 36 | | |
|------------------------------------------------------|----------|-------------|---------|
| учебной деятельности, предусматривающие групповую | | | |
| или индивидуальную работу обучающихся с преподавате- | | | |
| лем) | | | |
| творческая работа (эссе) | | | |
| 3 Самостоятельная работа обучающихся (всего) | 28 | | |
| 4 Промежуточная аттестация обучающегося | 8 семест | р – экзамен | (36 ч.) |

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

| | | Общая | Трудо | емкос | ть занят | тий (ча | ıc.) | | Форма те- |
|--------------|---------------------------------------|-----------------|-----------|-------|----------|-------------|------------|-----|-------------------------|
| | | трудо- | ОФО | | | ЗФО | | | кущего |
| п/л | Doorows w moses were well and | ёмкость | Аудиторн. | | Ауді | | контроля и | | |
| ИП | Разделы и темы дисциплины по занятиям | (всего час.) | заняти | RI | | торн. за- | | | промежу- точной ат- |
| цел | по запитили | 440.) | лекц. | пра | CPC | няти лек | пра | CPC | тестации |
| № недели п/п | | | лекц. | KT. | | Ц. | KT. | | успеваемо- |
| | | | | | | , | | | сти |
| Сем | естр 8 | | | | | | | | |
| | 1. Теория множеств и от- | | | | | | | | |
| | ношений | | 2 | | | | | | TC |
| 1 | 1.1 Множества. Способы | 3 | 2 | | 1 | | | | Контроль- ная работа |
| | задания | | | | | | | | ная раоота № 1 |
| 2 | 1.2 Операции над множе- | 3 | | 2 | 1 | | | | Контроль- |
| | ствами | | | | | | | | ная работа |
| | 125 | | 2 | 2 | 2 | | | | № 1 |
| 3 | 1.3 Бинарные отношения. | 6 | 2 | 2 | 2 | | | | Контроль- ная работа |
| | Операции над бинарными отношениями. | | | | | | | | No 1 |
| | 2. Элементы математи- | | | | | | | | |
| | ческой логики | | | | | | | | |
| 4 | 2.1 Высказывания. Основ- | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- |
| | ные операции над высказы- | | | | | | | | ная работа |
| | ваниями. | | | | | | | | № 2 |
| 5 | 2.2. Основные равносильно- | 4 | | 2 | 2 | | | | Контроль- |
| | сти и законы алгебры логи- | | | | | | | | ная работа |
| | ки | | | _ | | | | | № 2 |
| 6 | 2.3 Нормальные формы. | 6 | 2 | 2 | 2 | | | | Контроль- |
| | | | | | | | | | ная работа № 2 |
| 7 | 2.4 Предикаты. Кванторы | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- |
| , | 2 | | _ | _ | | | | | ная работа |
| | | | | | | | | | Nº 2 |
| | 3. Конечные суммы и ре- | | | | | | | | |
| | куррентные соотношения | | | | | | | | 7.0 |
| 8 | 3.1 Рекуррентные соотно- | 6 | 2 | 2 | 2 | | | | Контроль- |

| | | Общая | Трудоемкость занятий (час.) | | | | | | Форма те- |
|----------|-----------------------------|-------------------|-----------------------------|-----|-----|------|------------|-----|-------------------------|
| | Разделы и темы дисциплины | трудо- ёмкость | ОФО ЗФО | | | | | | кущего |
| п/п | | | Аудиторн. занятия | | | Ауди | I - | | контроля и |
| 1 П | | (всего | | | | торн | . за- | | промежу- |
| № недели | по занятиям | час.) | | 1 | CPC | няти | Я | CPC | точной ат- |
| еде | | | лекц. | пра | | лек | пра | | тестации |
| о н | | | | KT. | | Ц. | KT. | | успеваемо- |
| | | | | | | | | | сти ная работа |
| | шения | | | | | | | | ная раоота № 3 |
| 9 | 3.2 Исчисление о оценка ко- | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- |
| | нечных сумм | | | | | | | | ная работа |
| | <u> </u> | | | | | | | | № 3 |
| 10 | 3.3 Введение в асимптоти- | 4 | | 2 | 2 | | | | Контроль- |
| | ческие методы | | | | | | | | ная работа |
| | | | | | | | | | № 3 |
| | 4. Комбинаторика | _ | _ | | | | | | |
| 11 | 4.1 Основные законы ком- | 3 | 2 | | 1 | | | | Контроль- |
| | бинаторики | | | | | | | | ная работа № 4 |
| 12 | 4.2.0 | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | |
| 12 | 4.2 Основные формулы | 3 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- ная работа |
| | комбинаторики | | | | | | | | ная раоота № 4 |
| 13 | 4.3 Бином Ньютона. Бино- | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- |
| 13 | миальные коэффициенты | | _ | | 1 | | | | ная работа |
| | мисывные коэффициенты | | | | | | | | № 4 ¹ |
| 14 | 4.4 Полиномиальная фор- | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- |
| | мула. Полиномиальные ко- | | | | | | | | ная работа |
| | эффициенты | | | | | | | | № 4 |
| | 5. Теория графов | | | | | | | | |
| 15 | 5.1 Определения графов | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- |
| | | | | | | | | | ная работа |
| | | | | | | | | | № 5 |
| 16 | 5.2 Элементы графов | 3 | 2 | | 1 | | | | Контроль- |
| | | | | | | | | | ная работа |
| 1.7 | 5.2 D 1 | - | 2 | 2 | 1 | | | | № 5 |
| 17 | 5.3 Виды графов и операции | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- ная работа |
| | над графами | | | | | | | | ная раоота № 5 |
| 18 | 5.4 Способы задания графов | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- |
| 10 | э. геносови задания графов | | _ | | 1 | | | | ная работа |
| | | | | | | | | | № 5 ¹ |
| 19 | 5.5 Операции над графами | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- |
| | | | | | | | | | ная работа |
| | | _ | | | | | | | № 5 |
| 20 | 5.6 Компоненты связности | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- |
| | графов | | | | | | | | ная работа |
| 21 | 5.7.D¥======= | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | № 5 |
| 21 | 5.7 Эйлеровы и гамильтоно- | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- ная работа |
| | вы графы | | | | | | | | ная раоота № 5 |
| 22 | 5.8 Деревья и леса | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- |
| | C.O Merenni il sicon | | _ | ~ | _ | | | | ная работа |
| L | | | | | | | | | Nº 5 ¹ |
| 23 | 5.9 Раскраска графов | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | Контроль- |
| | | | | | | | | | ная работа |

| | | Общая | Трудо | емкос | гь занят | ий (ча | ıc.) | | Форма те- |
|-----|----------------------------------------------------|---------|--------|-------|----------|--------|-------|-----|------------|
| | | трудо- | ОФО | | | 3ФО | | | кущего |
| п/п | | ёмкость | Аудит | орн. | | Ауди | 1- | | контроля и |
| | Разделы и темы дисциплины | (всего | заняти | R | | торн | . за- | | промежу- |
| JIE | мкиткнае оп не | час.) | | | CPC | киткн | | CPC | точной ат- |
| еде | | | лекц. | пра | | лек | пра | | тестации |
| | | | | KT. | | Ц. | KT. | | успеваемо- |
| Š | | | | | | | | | сти |
| | | | | | | | | | № 5 |
| | Промежуточная аттестация | 36 | | | | | | | экзамен |
| | – экзамен | | | | | | | | |
| | ВСЕГО | 144 | 40 | 40 | 28 | | | | |

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

| № π/π | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
|-----------------|---------------------------------------|------------------------------------------------------|
| <i>G</i>) | Семестр 8 | |
| | ржание лекционного курса | |
| 1 | Теория множеств и | |
| 1 1 | отношений | |
| 1.1 | Множества. Способы | Понятие множества. Основные определения. Способы |
| | задания. Операции над | задания: перечисление элементов, характеристическое |
| | множествами | свойство. Конечные множества. Основные операции над |
| | | множествами: объединение, пересечение, дополнение, |
| | | разность. Декартово произведение. Декартова степень. |
| | | Диаграммы Эйлера-Венна. |
| 1.2 | Бинарные отношения. | Бинарные отношения и их свойства. Эквивалентности и |
| | Операции над бинарны- | разбиения множества, фактор-множество. Отношения |
| | ми отношениями. | порядка. |
| 2 | Элементы математи- | Поридни |
| | ческой логики | |
| 2.1 | Высказывания. Основ- | Понятие высказывания. Основные логические операции |
| | ные операции над вы- | над высказываниями (дизъюнкция (логическое сложе- |
| | сказываниями. Основ- | ние), конъюнкция (логическое умножение), импликация, |
| | ные равносильности и | 1 - 1 |
| | законы алгебры логики | эквиваленция, отрицание). Понятие формулы логики. |
| | | Таблица истинности и методика ее построения. Тожде- |
| | | ственно истинные формулы, тождественно ложные фор- |
| | | мулы. Равносильные формулы. Законы логики. Методика |
| | | упрощения формул логики с помощью равносильных |
| | | преобразований. |
| 2.2 | Нормальные формы. | Понятие элементарной конъюнкции (элементарного про- |
| | | изведения); понятие дизъюнктивной нормальной формы |
| | | (ДНФ). Методика построения таблицы истинности для |

| No | Наименорание позната | |
|-----|----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия |
| 2.3 | Предикаты. Кванторы | ДНФ упрощенным методом. Понятие элементарной дизъюнкции (элементарной суммы), понятие конъюнктивной нормальной формы (КНФ). Понятие совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ). Понятие конъюнктивной нормальной формы (СКНФ). Понятие предиката: теоретико-множественный и логический подходы. Область определения и область истинности предиката. Операции над предикатами. Кванторы. Формулы логики предикатов. Свободные и связанные переменные. Логический вывод. Классификация формул алгебры предикатов. Тавтология алгебры предикатов. Приведенная форма для алгебры предикатов. Исчисление |
| | | предикатов. Модели исчисления предикатов. Формализация предложений с помощью логики предикатов. |
| 3 | Конечные суммы и ре- куррентные соотноше- ния | ды предложении с помощью логики предикатов. |
| 3.1 | Рекуррентные соотно-шения | Рекуррентные соотношения. Примеры задач, приводящих к рекуррентным соотношениям. Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Неоднородное линейное рекуррентное соотношение. Способы решения рекуррентных соотношений. |
| 3.2 | Исчисление о оценка конечных сумм. Введение в асимптотические методы | Способы записи конечных сумм. Преобразования сумм. Кратные суммы. Некоторые методы суммирования. Методы нахождения оценок сумм. Символы ~, о, О. Основные правила использования этих символов. Асимптотические решения рекуррентных соотношений. |
| 4 | Комбинаторика | 1 1 711 |
| 4.1 | Основные законы ком- бинаторики | Принцип метода математической индукции. Некоторые разновидности (модификации) метода математической индукции. Правило суммы. Правило произведения. Метод включения и исключения. |
| 4.2 | Основные формулы комбинаторики | Размещения, перестановки, сочетания без повторений и с повторениями. Основные определения и вывод формул. |
| 4.3 | Бином Ньютона. Бино- миальные коэффициен- ты | Формула Бинома Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Основные тождества с биномиальными коэффициентами. Треугольник Паскаля. Некоторые применения бинома Ньютона. |
| 4.4 | Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты | Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты. Применение полиномиальной формулы. |
| 5 | Теория графов | |
| 5.1 | Определения графов | История теории графов. Прикладные задачи: задача о Кёнигсбергских мостах; задача о трёх домах и трёх колодцах; задача о четырёх красках. Основное определение. Смежность. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мульти- |

| № | Наименование раздела, | Содержание занятия | | | | |
|---------------------------------|-------------------------------------------|------------------------------------------------------|--|--|--|--|
| п/п | темы дисциплины | | | | | |
| <i>5</i> 2 | | графы и гиперграфы. Изоморфизм графов. | | | | |
| 5.2 | Элементы графов | Подграфы. Валентность. Маршруты, цепи, циклы. Связ- | | | | |
| | | ность. Расстояние между вершинами, ярусы и диаметр | | | | |
| | | графа. Эксцентриситет и центр. | | | | |
| 5.3 | Виды графов и операции | Виды графов: тривиальный, полный, клика. Двудольные | | | | |
| | над графами | графы. Направленные орграфы и сети. | | | | |
| 5.4 | Способы задания графов | Диаграммы. Матрица смежности. Матрица инциденций. | | | | |
| | | Списки смежности. Массив дуг. Обходы графов. | | | | |
| 5.5 | Операции над графами | Основные операции над графами: удаление вершины, до- | | | | |
| | 1 | бавление вершины, удаление ребра, добавление ребра, | | | | |
| | | дополнение графа, объединение графов, пересечение | | | | |
| | | графов, соединение графов. | | | | |
| 5.6 | Компоненты связности | Объединение графов и компоненты связности. Точки со- | | | | |
| 2.0 | графов | членения, мосты и блоки. Вершинная и рёберная связ- | | | | |
| | | ность. Оценка числа рёбер через число вершин и число | | | | |
| | | компонент связности. | | | | |
| 5.7 | Эйлеровы и гамильтоно- | Эйлеровы циклы. Эйлеровы графы. Эйлеровость графа. | | | | |
| 3.1 | вы графы | | | | | |
| | вы графы | Критерий эйлеровости. Алгоритм построения эйлерова | | | | |
| | | цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы циклы. Гамиль- | | | | |
| | | тонов граф. Задача Коммивояжёра. | | | | |
| 5.8 | Деревья и леса | Свободные деревья. Основные свойства деревьев. Центр | | | | |
| | | дерева. Ориентированные деревья. Упорядоченные дере- | | | | |
| | | вья. Бинарные деревья. Выровненные и полные деревья. | | | | |
| 5.9 | Раскраска графов | Хроматическое число. Хроматическое число графа и его | | | | |
| | | дополнения. Точный алгоритм раскрашивания. Прибли- | | | | |
| | | жённый алгоритм последовательного раскрашивания. | | | | |
| | | Теорема о пяти красках. | | | | |
| Содержание практических занятий | | | | | | |
| 1 | Теория множеств и | | | | | |
| | отношений | | | | | |
| 1.1 | Множества. Способы | Применение аппарата теории множеств к решению со- | | | | |
| | задания | держательных задач. Решение разноуровневых заданий и | | | | |
| | _ | задач. | | | | |
| 1.2 | Операции над множе- | Операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна. | | | | |
| | ствами | Решение разноуровневых заданий и задач. | | | | |
| 1.3 | Бинарные отношения. | Исследование бинарных отношений на свойства. Реше- | | | | |
| | Операции над бинарны- | ние разноуровневых заданий и задач. | | | | |
| | ми отношениями. | | | | | |
| 2 | Элементы математи- | | | | | |
| 2.1 | ческой логики Высказывания. Основ- | Построение таблиц истинности. Решение разноуровне- | | | | |
| ∠.1 | ные операции над вы- | вых заданий и задач. | | | | |
| | сказываниями. | вых задании и зада н | | | | |
| 2.2 | Основные равносильно- | Упрощение формул. Проверка формул на равносильность | | | | |
| | сти и законы алгебры | с помощью таблиц истинности и законов алгебры выска- | | | | |
| | | | | | | |
| | 10 | | | | | |

№

Наименование раздела,

| No | Наименование раздела, | |
|-----|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| п/п | темы дисциплины | Содержание занятия |
| | логики | зываний. |
| 2.3 | Нормальные формы. | Приведение формул алгебры высказываний к ДНФ и КНФ, к СДНФ и СКНФ. Решение разноуровневых практических заданий. |
| 2.4 | Предикаты. Кванторы | Построение области истинности предикатов; проверка равносильности предикатов на множествах N , Z , Q , R ; определение являются ли предикаты логическими следствиями других предикатов |
| 3 | Конечные суммы и ре- куррентные соотноше- ния | |
| 3.1 | Рекуррентные соотно-шения | Решение задач, приводящих к рекуррентным соотношениям. Решение линейных однородных рекуррентных соотношений с постоянными коэффициентами; неоднородных линейных рекуррентных соотношений соответствующими способами. |
| 3.2 | Исчисление о оценка конечных сумм | Способы записи конечных сумм. Преобразования сумм. Кратные суммы. Некоторые методы суммирования. Методы нахождения оценок сумм. |
| 3.3 | Введение в асимптотические методы | Символы ~, о, О. Основные правила использования этих символов. Асимптотические решения рекуррентных соотношений. |
| 4 | Комбинаторика | |
| 4.1 | Основные законы ком- бинаторики | Доказательства методом математической индукции. Решение практических заданий с применением правила суммы, правила произведения и метода включения и исключения. |
| 4.2 | Основные формулы комбинаторики | Решение разноуровневых комбинаторных заданий с применением основных формул соединений комбинаторики: перестановок, размещений, сочетаний. |
| 4.3 | Бином Ньютона. Бино- миальные коэффициен- ты | Решение заданий с применением бинома Ньютона. Вычисление биномиальных коэффициентов по формуле и с использованием арифметического треугольника Паскаля. |
| 4.4 | Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты | Решение задач с использованием полиномиальной формулы. Нахождение полиномиальных коэффициентов. |
| 5 | Теория графов | |
| 5.1 | Определения графов | Смежность. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы и гиперграфы. Изоморфизм графов. Решение практических заданий. |
| 5.2 | Элементы графов Виды графов и операции | Подграфы. Валентность. Маршруты, цепи, циклы. Связность. Расстояние между вершинами, ярусы и диаметр графа. Эксцентриситет и центр. Нахождение этих компонентов при решении практических заданий. Виды графов: тривиальный, полный, клика. Двудольные |
| 5.3 | т риды грашов и опслании | Driddi i bawob, i bribriandindiri, itominiri, karrika, 7107/1011111111 |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание занятия | | |
|-----------------|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| | над графами | графы. Направленные орграфы и сети. Решение практических заданий. | | |
| 5.4 | Способы задания графов | Диаграммы. Матрица смежности. Матрица инциденций. Списки смежности. Массив дуг. Обходы графов. Задание графов различными способами. | | |
| 5.5 | Операции над графами | Применение основных операций над графами: удаление вершины, добавление вершины, удаление ребра, добавление ребра, дополнение графа, объединение графов, пересечение графов, соединение графов при решении практических заданий. | | |
| 5.6 | Компоненты связности графов | Объединение графов и компоненты связности. Точки сочленения, мосты и блоки. Вершинная и рёберная связность. Оценка числа рёбер через число вершин и число компонент связности. | | |
| 5.7 | Эйлеровы и гамильтоновы графы | Эйлеровы циклы. Эйлеровы графы. Эйлеровость графа. Критерий эйлеровости. Алгоритм построения эйлерова цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы циклы. Гамильтонов граф. Задача Коммивояжёра. Решение практических заданий. | | |
| 5.8 | Деревья и леса | Свободные деревья. Основные свойства деревьев. Центр дерева. Ориентированные деревья. Упорядоченные деревья. Бинарные деревья. Выровненные и полные деревья. Решение практических заданий. | | |
| 5.9 | Раскраска графов | Хроматическое число. Хроматическое число графа и его дополнения. Точный алгоритм раскрашивания. Приближённый алгоритм последовательного раскрашивания. Теорема о пяти красках. Решение практических заданий. | | |
| | Промежуточная аттестация - экзамен | | | |

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

| Учебная рабо- | Сумма | Виды и результаты | Оценка в аттестации | Баллы |
|---------------|--------|-------------------|---------------------|-------|
| та (виды) | баллов | учебной работы | | |

| | 6 семестр | | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|---------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий) | 60 | Лекционные занятия (конспект) (20 занятий) Практические занятия (отчет о выпол- | о,5 балла - посещение 1 лекционного занятия о,5 балла - посещение 1 практического занятия балл – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы а одну КР: от о до 2 баллов (выполнено менее 51% заданий) балла (выполнено 51-67% заданий) балла (выполнено 68 - 84% заданий) баллов (выполнено 85 - 100% | 0 - 11,5 0 - 23 0 - 25 |
| заданий) | | | | 0 - 60 |
| Промежуточ- ная аттестация (экзамен) | 40 | Устный опрос | 20 баллов (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение) | 20-40 |
| Итого по промежуточной аттестации (экзамену) 20 – 40 | | | | 20 – 40 |
| Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 баллов | | | | |

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 193 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-07065-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://biblioonline.ru/bcode/432994.

Дополнительная учебная литература

- 1. Асеев Г. Г. Дискретная математика [Текст] : учебное пособие для вузов / Г. Г. Асеев, О. М. Абрамов, Д. Э. Ситников. Ростов-на-Дону [и др.] : Феникс [и др.], 2003. 143 с. (35 экз.)
- 2. Тишин В. В. Дискретная математика в примерах и задачах [Текст] : учебное пособие для вузов / В. В. Тишин. Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2008. 337 с. (15 экз.)

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

| Дискретная | 207 Учебная аудитория для проведения занятий лекцион- | 654027, Kem | еров- |
|------------|---------------------------------------------------------|-------------|-------|
| математика | ного типа, занятий семинарского (практического) типа, | ская облас | гь - |
| | для групповых и индивидуальных консультаций, текущего | Кузбасс, г. | Ново- |
| | контроля и промежуточной аттестации. | кузнецк, | пр-кт |
| | Специализированная (учебная) мебель: доска мел-маркер, | Пионерский, | д.13, |
| | столы, стулья | пом. 2 | |
| | Оборудование для презентации учебного материала: ком- | | |
| | пьютер с монитором, проектор, экран, акустическая си- | | |
| | стема | | |
| | Используемое программное обеспечение: MS Windows | | |
| | (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному | | |
| | договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), | | |
| | LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирус- | | |
| | ное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV- | | |
| | 0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно | | |
| | распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распро- | | |
| | страняемое ПО), Орега (свободно распространяемое ПО), | | |
| | Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView | | |
| | (свободно распространяемое ПО), Яндекс. Браузер (отече- | | |
| | ственное свободно распространяемое ПО). | | |
| | Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС | | |

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - http://www.mathnet.ru/

2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - http://www.window.edu.ru.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

Контрольная работа № 1 Теория множеств и отношений

Вариант (образец)

- 1. Даны множества $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Найти $A \square \square B, A \square \square B, A \setminus B, B \setminus A, A \triangle B$.
- 2. Найти множество всех подмножеств множества $A = \{1, 2, 3\}$.
- 3. Для данных множеств A = [2, 8] и B = (5, 9) найти $A \square \square B$, $A \square \square B$, $A \backslash B$, $B \backslash A$, $A \triangle B$. Изобразить все множества.
- 4. С помощью диаграмм Эйлера-Венна проверить, равны ли множества $A \square (B \square C)$ и $(A \square \square B) \square C$.
- 5. Пусть универсальным множеством является множество точек плоскости. Требуется изобразить множества:

$$A = \{(x, y) / x + y \le 1, x, y \in R\} \ 2 \ 2, B = \{(x, y) / x + (y - 1) \le 1, x, y \in R\} \ 2 \ 2,$$
$$A \square \square B, A \square \square B, A \square \square B, (A \backslash B) \square (B \backslash A).$$

6. Пусть имеется универсальное множество U. Бинарное отношение ρ задано следующим образом: $\rho = \{(A,B) \mid A = B, A,B \subseteq U\}$. Какими свойствами обладает данное бинарное отношение? Является ли данное отношение отношением эквивалентности, отношением порядка?

Контрольная работа № 2 Элементы математической логики

Вариант (образец)

- 1. Найти истинностное значение формул:
- а) (5 <10) ИЛИ (4 простое число)
- б) $(10 \Box 5)$ И (4 -нечетное число)
- в) ЕСЛИ (2- простое число), ТО ($2\square 3$)
- г) (2 = 3) ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ($1 \le 10$)
- 2. Построить таблицу истинности составного высказывания

$$F = ((A \leftrightarrow B) \lor C) \land (A \to C)$$

- 3. Следующие высказывания могут быть интерпретированы как составные. Указать элементарные высказывания их составляющие, написать формулы данных высказываний и построить таблицы истинности. Указать, какие из высказываний равносильны.
- 1) F: A неверно сделал расчет или если B решил задачу правильно, то и C сделал это без ошибок.
- 2) F : Если A правильно решил задачу, то либо B ошибся, либо C сделал ее верно.
- 3) F: Либо A неверно решил задачу, либо B решил ее верно в том и только в том случае, если C решил ее верно.
- 4. Указать множество наборов, удовлетворяющих уравнению:

$$F = ((A \land B) \rightarrow (B \land C)) \lor A \lor B \lor C = \mathcal{I}$$

- 5. Изобразить множества истинности предикатов
- a) $P(x): x + 3 = 4, x \in R$
- 6) $Q(x, y) : 2x + 3y \ge 5, x, y \in R$
- B) $E(x, y) : 0 \ 2 \ 2 \ x + y > , x, y \in R$
- Γ) $H(x, y, z) : x + y \le z \ 2 \ 2, x, y, z \in R$

Контрольная работа № 3

Конечные суммы и рекуррентные соотношения

Вариант (образец)

1. Решить рекуррентное уравнение.

1)
$$a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$$
, $a_1 = 13$, $a_2 = 29$; 2) $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n$, $a_1 = 10$, $a_2 = 24$;

- 2. Найти сумму, используя метод приведения $S_n = \sum_{k=0}^n (-1)^k (2k+3)$.
- 3. Используя метод суммирующего множителя, решить рекуррентное соотношение $D_n = 3D_{n-1} + 2$, $D_0 = 0$ $(n \ge 1)$.
- 4. Найти производящую функцию следующей последовательности $\{3(n-4)+5^{n+2}\}.$
- 5. Найти общий член a_n последовательности, для которой функция $f_a(x)$ является производящей $f_a(x) = \int_0^x e^{-t} dt$.

Контрольная работа № 4 Комбинаторика

Вариант (образец)

1. В отделе научно-исследовательского института работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык, 6 человек знают английский язык, 6 – немецкий, 7 – французский, 4 знают английский

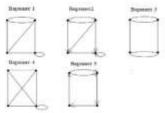
и немецкий, 3 — немецкий и французский, 2 — французский и английский, 1 человек знает все три языка. Сколько человек работают в отделе? Сколько из них знают только английский язык? Сколько знают только один язык?

- 2. Решить уравнение $C_{x+1}^{x-2} + 2C_{x-1}^3 = 7(x-1)$;
- 3. Номер автомобильного прицепа состоит из двух букв и четырех цифр. Сколько различных номеров можно составить, используя 30 букв и 10 цифр?
- 4. Сколько "слов" можно получить, переставляя буквы слова "парабола"? В классе обучаются 42 ученика. Из них 16 участвуют в секции по легкой атлетике, 24- в футбольной секции, 15 в шахматной секции, 11 и в секции по легкой атлетике и в футбольной, 8 и в легкоатлетической, и в шахматной, 12 и в футбольной и в шахматной, а 6 во всех трех секциях. Остальные школьники увлекаются только туризмом. Сколько школьников являются туристами?
- 5. При каком значении x четвертое слагаемое разложения $\left(\sqrt{2^{x-1}} + \sqrt[3]{2^{-x}}\right)^m$ в 20 раз больше m, если биномиальный коэффициент четвертого слагаемого относится к биномиальному коэффициенту второго слагаемого как 5:1?
- 6. Раскрыть скобки в выражении $(x + y + z)^5$.

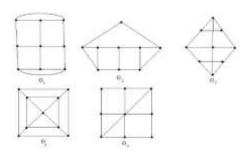
Контрольная работа № 5 $Teopus\ {\it cpapos}$

Вариант (образец)

1. Задать граф множествами вершин и ребер, матрицами инцидентности, смежности, списком ребер. Найти степени вершин графа.

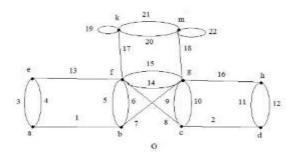


2. Задать граф матрицей смежности

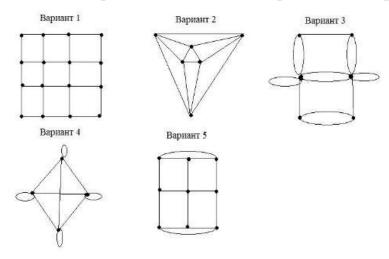


3. Определить, является ли следующая часть H_i графа G подграфом, суграфом, покрывающим суграфом. Найти $\overline{H_i}(i=\overline{1,10})$.

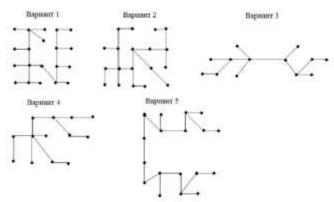
 $V(H_1) = \{a,b,e,f\}, E(H_1) = \{1,3,4,6\};$



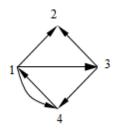
4. Имеет ли граф эйлеров цикл (цепь)? Каковы расстояния между вершинами? Какие вершины являются центрами? Найти радиус графа.



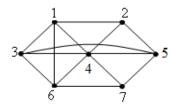
5. Сколько вершин максимального типа имеется в графе? Каково цикломатическое число графа? Каково хроматическое число графа?



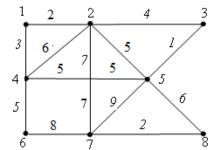
6. С помощью матрицы смежности найти компоненты сильной связности орграфа



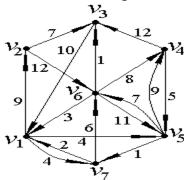
7. Найти эйлерову цепь.



8. Найти минимальное оставное дерево



9. Найти минимальный путь в нагруженном графе по методу Форда-Беллмана из вершины в вершину 1.



6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 – Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

| Разделы и те- | Примерные теоретиче- | Примерные практические задачи | | | | |
|--------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------|--|--|--|--|
| МЫ | ские вопросы | | | | | |
| | 8 семестр | | | | | |
| 1. Теория множеств и отношений | | | | | | |
| 1.1 Множе- | 1. Понятие множества. | 1. Пусть универсальное множество $U-$ | | | | |
| ства. Способы | Основные определения. | множество всех студентов; А – множество | | | | |
| задания | 2. Способы задания: пе- | всех | | | | |
| | речисление элементов, | студентов старше 20 лет; В – множество | | | | |

| | I | <u> </u> |
|------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | характеристическое свойство. Конечные множества. | студентов обучающихся на 3, 4 и 5 курсах; C — множество студентов юридического факультета. Каков содержательный смысл каждого из следующих множеств: а) $A \square \square B \square C$; б) $A \square (B \square C)$; в) $B \backslash C$; г) $C \backslash B$. 2. Задано бинарное отношение $\rho = \left\{ \frac{(a,b)}{a} = b^2, a,b \in N \right\}$ Какими свойствами обладает данное бинарное отношение? Является ли оно отношением эквивалентности, отношением порядка? |
| 1.2 Операции | 3. Основные операции | 1. Даны множества $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и B |
| над множе- | над множествами: объ- | |
| ствами | единение, пересечение, | $= \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}.$ |
| | дополнение, разность. 4. Декартово произведение. Декартова степень. Диаграммы Эйлера-Венна. | Найти <i>А</i> □□ <i>B</i> , <i>A</i> □□ <i>B</i> , <i>A</i> \ <i>B</i> , <i>B</i> \ <i>A</i> , <i>A</i> Δ <i>B</i> . 2. Среди 100 деталей прошли обработку на первом станке 42 штуки, на втором – 30 штук, а на третьем – 28. причем на первом и втором станках обработано 5 деталей, на первом и третьем – 10 деталей, на втором и третьем – 8 деталей, на всех трех станках обработано 3 детали. Сколько деталей обработано только на первом станке и сколько деталей не обработано ни на одном из станков? |
| 1.3 Бинарные | 5. Бинарные отношения | 1. Пусть имеется универсальное множество |
| отношения. | и их свойства. | U . Бинарное отношение ρ задано следую- |
| Операции над бинарными | 6. Эквивалентности и разбиения множества, | щим образом: $\rho = \{(A,B) \mid A = B, A,B \subseteq U\}.$ |
| отношениями. | фактор-множество. От- | Какими свойствами обладает данное бинарное отношение? Является ли данное от- |
| | ношения порядка. | ношение отношением эквивалентности, от- |
| | | ношением порядка? |
| | | 2. На множестве <i>R</i> бинарное отношение |
| | | ρ задано следующим образом: $\rho = \{(x, y) / (x, y) \in \Omega, y \in \Omega\}$ |
| | | $(x - y) \in Q, x, y \in R$. Докажите, что ρ – отношение эквивалентности. |
| 2. Элементы м | атематической логики | |
| 2.1 Высказы- | 7. Понятие высказыва- | 1. Построить таблицу истинности составного |
| вания. Основ- | ния. Основные логиче- | высказывания $F = ((A \leftrightarrow B) \lor C) \land \overline{(A \to \overline{C})}$. |
| ные операции | ские операции над вы- | 2. Следующие высказывания могут быть ин- |
| над высказы-ваниями. | сказываниями (дизъюнкция (логическое | терпретированы как составные. Указать эле- |
| Dallinini. | сложение), конъюнкция | ментарные высказывания их составляющие, написать формулы данных высказываний и по- |
| | (логическое умножение), | строить таблицы истинности. Указать, какие из |
| | импликация, эквивален- | высказываний равносильны. |
| | ция, отрицание). 8. Понятие формулы ло- | $F_1: A$ неверно сделал расчет или если B решил |
| | гики. Таблица истинно- | задачу правильно, то и C сделал это без ошибок. |

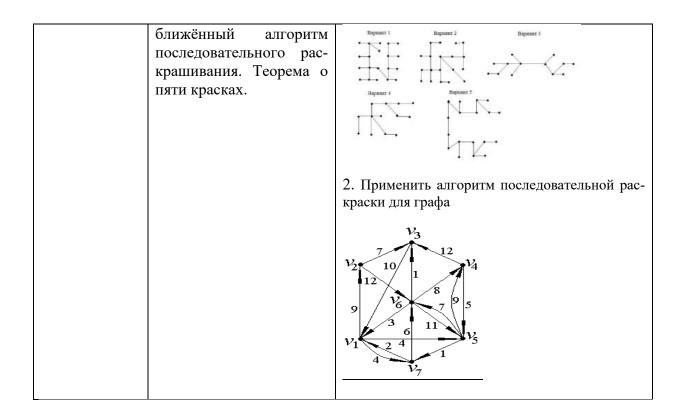
| | I | |
|---------------|-------------------------|----------------------------------------------------------------|
| | сти и методика ее по- | F_2 : Если A правильно решил задачу, то либо B |
| | строения. Тождественно | ошибся, либо C сделал ее верно. |
| | истинные формулы, | F_3 : Либо A неверно решил задачу, либо B ре- |
| | тождественно ложные | шил ее верно в том и только в том случае, если |
| | формулы. | С решил ее верно. |
| 2.2. Основные | 9. Равносильные форму- | 1. Проверить равносильность двух формул |
| равносильно- | лы. Законы логики. | $F_1 = (A \to \overline{B}) \to (\overline{C} \to A)$ и |
| сти и законы | 10. Методика упрощения | $F_2 = (B \to \overline{A}) \to (\overline{A} \to C).$ |
| алгебры логи- | формул логики с помо- | 2. При составлении расписания уроков учителя |
| ки | щью равносильных пре- | просили, чтобы уроки проходили в следующем |
| | образований. | порядке: |
| | | - геометрия первым или третьим уроком; |
| | | - география – первым или вторым уроком; |
| | | - русский язык – вторым или третьим уроком. |
| | | Можно ли составить расписание таким обра- |
| | | зом, чтобы удовлетворить просьбы всех учите- |
| | | лей. |
| 2.3 Нормаль- | 11. Понятие элементар- | 1. Построить КНФ для формулы |
| ные формы. | ной конъюнкции (эле- | $(x \to y) \land (y \to \bar{x}).$ |
| | ментарного произведе- | 2. Привести к совершенной ДНФ (СДНФ): |
| | ния); понятие дизъюнк- | $x \to (y \to z)$. |
| | тивной нормальной | 3. Привести к совершенной КНФ (СКНФ): |
| | формы (ДНФ). Методи- | $x \wedge \overline{y} \wedge (x \rightarrow y)$. |
| | ка построения таблицы | |
| | истинности для ДНФ | |
| | упрощенным методом. | |
| | 12. Понятие элементар- | |
| | ной дизъюнкции (эле- | |
| | ментарной суммы), по- | |
| | нятие конъюнктивной | |
| | нормальной формы | |
| | (КНФ). | |
| | 13. Понятие совершен- | |
| | ной дизъюнктивной | |
| | нормальной формы | |
| | (СДНФ). Понятие конъ- | |
| | юнктивной нормальной | |
| | формы (СКНФ). | |
| 2.4 Предика- | 14. Понятие предиката: | 1. Среди следующих предложений указать |
| ты. Кванторы | теоретико- | предикаты. Для найденных предикатов за- |
| | множественный и логи- | писать, если это возможно, их множества |
| | ческий подходы. Об- | истинности: |
| | ласть определения и об- | a) $x - 2 = 3, x \in R$, |
| | ласть истинности преди- | б) при $x = 1$ выполняется равенство $x^3 = 5$, |
| | ката. Операции над пре- | B) $x^2 - 4x + 4 = 0, x \in R$. |
| | дикатами. Кванторы. | 2. Пусть предикаты $P(x, y)$, $Q(x, y)$, заданы |
| | 15. Формулы логики | на множестве $M = M_1 \times M_2 \subseteq R^2$. Изобразить с |
| | предикатов. Свободные | помощью диаграмм Эйлера-Венна множества |
| | и связанные перемен- | истинности следующих предикатов: |
| | ные. Логический вывод. | a) $P(x) \wedge Q(x)$; |
| | Классификация формул | 6) $P(x) \vee Q(x)$. |
| | алгебры предикатов. | 3. Выясните, равносильны ли на множествах <i>R</i> , |

| | 1.6 m | 0.7.1 |
|-----------------|--------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | 16. Тавтология алгебры | <i>Q, Z, N</i> следующие предикаты: |
| | предикатов. Приведен- | $P(x): \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+2} = 0 \text{ и}$ |
| | ная форма для алгебры | $O(x): \sqrt{x^2 - 4} = 0.$ |
| | предикатов. Исчисление | |
| | предикатов. Модели ис- | |
| | числения предикатов. | |
| | Формализация предло- | |
| | жений с помощью логи- | |
| | ки предикатов. | |
| 3. Конечные су. | ммы и рекуррентные соот | ношения |
| 3.1 Рекур- | 17. Рекуррентные соот- | 1. Решить рекуррентное уравнение. |
| рентные соот- | ношения. Примеры за- | $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n, a_1 = 13, a_2 = 29;$ |
| ношения | дач, приводящих к ре- | 2. Найти общее решение однородного ли- |
| | куррентным соотноше- | нейного рекуррентного соотношения |
| | ниям. | $a_{n+k}+p_1\cdot a_{n+k-1}++p_k\cdot a_n=0$ в случае простых |
| | 18. Линейные однород- | $\lambda_{1,}$ корней $\lambda_{1,}$ λ_{k} характеристического мно- |
| | ные рекуррентные соот- | корпен $M_{1,,N_{k}}$ характеристического мпо- гочлена $P_{a}(x)=x^{k}+p_{1}\cdot x^{k-1}++p_{k}$ |
| | ношения с постоянными | 3. Найти последовательность {a _n }, удовле- |
| | коэффициентами. | 3. Паити последовательность {an}, удовле- |
| | 19. Неоднородное ли- | творяющую рекуррентному соотношению |
| | нейное рекуррентное | a_{n+2} -5 a_{n+1} +6 a_n =5 ⁿ . |
| | соотношение. Способы | $a_{n+2}-3a_{n+1}+0a_{n}-3$. |
| | решения рекуррентных | |
| | соотношений. | |
| 3.2 Исчисле- | 20. Способы записи ко- | 1. Найти кратную сумму $\sum_{k=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-k} (k-j)$. |
| ние о оценка | нечных сумм. Преобра- | 2. Найти общий член последовательности |
| конечных | зования сумм. Кратные | a_n для которой функция $f_a(x)$ является про- |
| сумм | суммы. | ил для которой функция <i>ја(х) является</i> про- изводящей |
| | 21. Некоторые методы | $f_a(x) = arctgx.$ |
| | суммирования. Методы | $f_a(x) = ar c c g x$. |
| | нахождения оценок | |
| | сумм. | |
| .3.3 Введение | 22. Символы ~, o, O. Oc- | 1. Используя метод суммирующего множи- |
| в асимптоти- | новные правила исполь- | теля, решить рекуррентное соотношение |
| ческие мето- | зования этих символов. | $D_n = 3D_{n-1} + 2, D_0 = 0 \ (n \ge 1).$ |
| ды | 23. Асимптотические | 2. Найти сумму, используя метод приведе- |
| <u></u> | решения рекуррентных | ния $S_n = \sum_{k=0}^n (-1)^k (2k+3)$ |
| | соотношений. | |
| 4. Комбинатор | | |
| 4.1 Основные | 24. Принцип метода ма- | 1. В отделе научно-исследовательского ин- |
| законы ком- | тематической индукции. | ститута работают несколько человек, при- |
| бинаторики | Некоторые разновидно- | чем каждый из них знает хотя бы один ино- |
| omaropikii | сти (модификации) ме- | странный язык, 6 человек знают англий- |
| | тода математической | ский язык, 6 – немецкий, 7 – французский, |
| | индукции. | 4 знают английский и немецкий, 3 – немец- |
| | 25. Правило суммы. | кий и французский, 2 – французский и ан- |
| | Правило произведения. | глийский, 1 человек знает все три языка. |
| | Метод включения и ис- | Сколько человек работают в отделе? |
| | ключения. | Сколько человек расотают в отделе: Сколько из них знают только английский |
| | ключения. | язык? Сколько знают только один язык? |
| | | 2. Сколько чисел среди первой тысячи |
| | | <u> </u> |
| | | натуральных чисел не делятся ни на 2, ни |

| | | на 3, ни на 5, ни на 7? |
|--------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 120 | 26 P | |
| 4.2 Основные формулы комбинатори-ки | 26. Размещения, перестановки, сочетания без повторений. 27. Размещения, перестановки, сочетания с повторениями. | 1. Решить уравнение. $A_{x+1}^{x-1} + 2P_{x-1} = \frac{30}{7}P_x;$ 2. Номер автомобильного прицепа состоит из двух букв и четырех цифр. Сколько различных номеров можно составить, исполь- |
| 425 | 20 # 5 | зуя 30 букв и 10 цифр? |
| 4.3 Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты | 28. Формула Бинома Ньютона. Биномиальные коэффициенты. 29. Треугольник Паскаля. Применения бинома Ньютона. | 1. В биномиальном разложении $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}$ найти член разложения, не содержащий x . 2. Доказать, что выражение $2^{n+2} \cdot 3^n + 5n - 4$ делится на 25. |
| 4.4 Полино- | 30. Полиномиальная | 1. Раскрыть скобки в выражении |
| миальная формула. По- линомиаль- ные коэффи- циенты | формула. Полиномиальные коэффициенты. 31. Применение полиномиальной формулы. | $(x+y+z)^5$ 2. Найти коэффициент при x^5 в разложении $(2+x^2-x^3)^9$. |
| 5. Теория графо | 1 | |
| 5.1 Определения графов | 32. Определение графа. Смежность. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы и гиперграфы. 33. Изоморфизм графов. | 1. Изоморфны ли графы?; 2. Для графа G на рис.1 определить степень вершины 4. |
| 5.2 Элементы | 34. Подграфы. Валент- | 1. Определить, является ли следующая |
| графов | ность. Маршруты, цепи, циклы. 35. Связность. Расстояние между вершинами, ярусы и диаметр графа. Эксцентриситет и центр. | часть H_i графа G подграфом, суграфом, покрывающим суграфом. 2. Найти $\overline{H_i}(i=\overline{1,10})$. $V(H_1)=\{a,b,e,f\}, E(H_1)=\{1,3,4,6\};$ |

| | | 19 |
|----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5.3 Виды графов и операции над графами | 36. Виды графов: тривиальный, полный, клика. 37. Двудольные графы. Направленные орграфы и сети. | Даны графы G и H а) составьте для G и H степенные последовательности; б) определите, являются ли данные графы полными, пустыми; в) определите число связности графов число реберной связности; |
| 5.4 Способы задания гра- фов | 38. Диаграммы. Матрица смежности. Матрица инциденций. Списки смежности. Массив дуг. 39. Обходы графов. | 1. Задать граф множествами вершин и ребер, матрицами инцидентности, смежности, списком ребер. Найти степени вершин графа. |
| 5.5 Операции над графами | 40. Операции над графами: удаление вершины, добавление вершины, удаление ребра, добавление ребра, дополнение графа. 41. Операции над графами: объединение графов, пересечение графов, соединение графов, соединение графов. | Даны графы G и H а) укажите в графах все разделительные вершины, мосты; б) найдите радиус, диаметр и центр данного графа; в) распознайте, являются ли данные графы двудольными; |

| | T | |
|-----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | | г) распознайте, являются ли данные графы эйлеровыми; д) распознайте, являются ли графы G и H изоморфными. |
| 5.6 Компоненты связности графов | 42. Объединение графов и компоненты связности. Точки сочленения, мосты и блоки. Вершинная и рёберная связность. 43. Оценка числа рёбер через число вершин и число компонент связности. | 1. Найти минимальный путь в нагруженном графе по методу Форда-Беллмана из вершины в вершину 1. 1. Найти минимальный путь в нагруженном графе по методу Форда-Беллмана из вершины в вершины в вершину 1. 1. Найти минимальный путь в нагруженном графе по методу Форда-Беллмана из вершины в в вершины в вершины в вершины в в вершины в в в в в в в в в в в в в в в в в в в |
| 5.7 Эйлеровы и гамильтоновы графы | 44. Эйлеровы циклы. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Алгоритм построения эйлеровом графе. 45. Гамильтоновы циклы. Гамильтонов граф. Задача Коммивояжёра. | 1. Имеет ли граф эйлеров цикл (цепь)? Каковы расстояния между вершинами? Какие вершины являются центрами? Найти радиус графа. Вариант 1 Вариант 3 Вариант 3 Вариант 3 2. Найти эйлерову цепь. |
| 5.8 Деревья и леса | 46. Свободные деревья. Основные свойства деревьев. Центр дерева. Ориентированные деревья. 47. Упорядоченные деревья. Бинарные деревья. Выровненные и полные деревья. | 1. На рисунке дан граф G типа дерева. В этом графе вершина максимального типа есть вершина типа: 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5. |
| 5.9 Раскраска графов | 48. Хроматическое число графа и его дополнения. 49. Точный алгоритм раскрашивания. При- | 1. Сколько вершин максимального типа имеется в графе? Каково цикломатическое число графа? Каково хроматическое число графа? |



Составитель (и): Долматова Т. А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))