

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00  
471086fad29a3b30e244e728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436  
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Кемеровский государственный университет»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики  
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»  
Декан ФИМЭ  
А.В. Фомина  
«9» февраля 2023 г.

## **Рабочая программа дисциплины**

### **Б1.В.08 Математический анализ**

Направление подготовки

#### **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль) подготовки  
**«Математика и Физика»**

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника  
*бакалавр*

Форма обучения  
*Очная*

Год набора 2019

Новокузнецк 2023

## Оглавление

1	Цель дисциплины .....	3
1.1	Формируемые компетенции .....	3
1.2	Индикаторы достижения компетенций .....	3
1.3	Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине .....	4
2	Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.....	4
3	Учебно-тематический план и содержание дисциплины.....	5
3.1	Учебно-тематический план .....	5
3.2	Содержание занятий по видам учебной работы .....	6
4	Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. ....	7
5	Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	8
5.1	Учебная литература .....	8
5.2	Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.....	9
5.3	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. ....	10
6	Иные сведения и (или) материалы. ....	11
6.1	Примерные темы письменных учебных работ .....	11
6.2	Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации	14

## 1 Цель дисциплины

*Целью изучения дисциплины* является овладение студентами методами: дифференциального и интегрального исчисления; исследования числовых, функциональных и степенных рядов; решения дифференциальных уравнений в объёме, необходимом для изучения всех последующих курсов, использующих аппарат непрерывной математики.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция

**ПК 3.** Готов к организации учебно-исследовательской, проектной, творческой деятельности обучающихся в предметной области "Математика" на основе математических методов и методов смежных научных дисциплин.

### 1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Профессиональная		<b>ПК 3.</b> Готов к организации учебно-исследовательской, проектной, творческой деятельности обучающихся в предметной области "Математика" на основе математических методов и методов смежных научных дисциплин

### 1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
<b>ПК 3.</b> Готов к организации учебно-исследовательской, проектной, творческой деятельности обучающихся в предметной области "Математика" на основе математических методов и методов смежных научных дисциплин	<b>ПК 3.1</b> Применяет специальные научные знания для организации учебно-познавательной, проектной, исследовательской деятельности учащихся при обучении математике; <b>ПК 3.2</b> Использует информационные ресурсы для организации и управления учебно-познавательной, проектной, исследовательской деятельности учащихся при обучении математике	Б1.В.04 Численные методы; Б1.В.06 Математические методы обработки результатов научных исследований; Б1.В.ДВ.01.01 Организация учебно-исследовательской деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин; Б1.В.ДВ.01.02 Организация проектной деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин;

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
		Б2.В.01(П) Производственная практика. Профильная практика; Б3.02(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

### 1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
<b>ПК 3.</b> Готов к организации учебно-исследовательской, проектной, творческой деятельности обучающихся в предметной области "Математика" на основе математических методов и методов смежных научных дисциплин	ПК 3.1 Применяет специальные научные знания для организации учебно-познавательной, проектной, исследовательской деятельности учащихся при обучении математике; ПК 3.2 Использует информационные ресурсы для организации и управления учебно-познавательной, проектной, исследовательской деятельности учащихся при обучении математике	<b>Знать:</b> основные понятия и прикладные аспекты математического анализа для организации учебных исследований в области математики и математического моделирования. <b>Уметь:</b> решать прикладные математические задачи, применяя математический анализ. <b>Владеть:</b> методами работы с информационными ресурсами, в том числе с компьютерными программами, для решения прикладных задач с помощью аппарата математического анализа.

## 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоёмкость дисциплины	72		
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	24		
Аудиторная работа (всего):	24		
в том числе:			

лекции	12		
практические занятия, семинары	12		
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме			
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):			
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	48		
4 Промежуточная аттестация обучающегося	зачет		

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия	СРС	СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
лекц.	практ.	лекц.	практ.						
<b>Семестр 4</b>									
	<b>1. Ряды</b>								
1	1.1 Числовые ряды	12	2	2	8			Контрольная работа № 1	
2	1.2 Функциональные ряды. Степенные ряды	12	2	2	8			Контрольная работа № 1	
3	1.3 Тригонометрические ряды.	12	2	2	8			Контрольная работа № 1	
	<b>2. Дифференциальные уравнения</b>								
4	2.1 Дифференциальные уравнения первого порядка. Приложения в естествознании.	12	2	2	8			Контрольная работа № 2	

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
5	2.2 Уравнения высших порядков. Линейные уравнения второго порядка	12	2	2	8				Контрольная работа № 2
6	2.3 Дифференциальные уравнения в естествознании. Уравнения и задачи математической физики.	12	2	2	8				Индивидуальное задание
	Промежуточная аттестация								зачет
ВСЕГО		72	12	12	48				

### 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	<b>Семестр 4</b>	
<i>Содержание лекционного курса</i>		
<b>1</b>	<b>Ряды</b>	
1.1	Числовые ряды	Основные понятия. Основные свойства. Положительные ряды. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости.
1.2	Функциональные ряды. Степенные ряды	Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимости функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенной ряд и его область сходимости. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Разложение в степенные ряды основных элементарных функций. Приложения степенных рядов к приближенным вычислениям.
1.3	Тригонометрические ряды.	Тригонометрическая система функций, её ортогональность. Ряд Фурье. Сходимость ряда Фурье. Разложение функции, заданной в промежутке, в ряд Фурье по косинусам или синусам. Ряд Фурье с произвольным промежутком.
<b>2</b>	<b>Дифференциальные уравнения</b>	
2.1	Дифференциальные уравнения первого порядка. Приложения в естествознании.	Физическая задача, приводящая к дифференциальному уравнению. Дифференциальное уравнение первого порядка, его общее и частные решения. Уравнение с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		уравнения первого порядка Применение линейных уравнений в естествознании.
2.2	Уравнения высших порядков. Линейные уравнения второго порядка	Основные понятия. Случаи понижения порядка. Линейные уравнения второго порядка. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
2.3	Дифференциальные уравнения в естествознании. Уравнения и задачи математической физики.	Вывод уравнения теплопроводности. Задача о распределении температуры в ограниченном стержне. Гармонический осциллятор. Резонанс.
<i>Содержание практических занятий</i>		
<b>1</b>	<b>Ряды</b>	
1.1	Числовые ряды	Сходимость ряда. Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения рядов. Признак сходимости Даламбера. Абсолютная сходимость. Знакопеременные ряды. Признак сходимости Лейбница.
1.2	Функциональные ряды. Степенные ряды	Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение данной функции в степенной ряд. Ряд Маклорена. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям. Ряд Тейлора. Решение практических заданий.
1.3	Тригонометрические ряды. Ряды Фурье.	Тригонометрические ряды Фурье. Ряды Фурье четных и нечетных функций. Ряд Фурье с произвольным промежутком. Решение практических заданий.
<b>2</b>	<b>Дифференциальные уравнения</b>	
2.1	Дифференциальные уравнения первого порядка. Приложения дифференциальных уравнений в естествознании.	Решение дифференциальных уравнений первого порядка. Нахождение общего и частных решений. Решение физических задач: о радиоактивном распаде; об охлаждении тела; о движении моторной лодки; о потери заряда проводником.
2.2	Дифференциальные уравнения второго порядка. Линейные уравнения второго порядка	Решение дифференциальных уравнений второго порядка. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений второго порядка. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка.
2.3	Уравнения и задачи математической физики	Решение физических задач раздела механики с помощью дифференциальных уравнений. Решение физических задач, связанных с гармоническими колебаниями и электричеством, с помощью дифференциальных уравнений.
	Промежуточная аттестация - <i>зачет</i>	

#### **4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.**

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы <i>max</i>
<b>4 семестр</b>				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	<b>80</b>	Лекционные занятия (конспект) (6 занятий)	<b>2 балла</b> - посещение 1 лекционного занятия	12
		Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (6 занятий).	<b>1 балл</b> - посещение 1 практического занятия <b>до 5 баллов</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	36
		Контрольные работы (2 работы)	<b>За одну КР:</b> <b>от 0 до 5 баллов</b> (выполнено менее 51% заданий) <b>от 5 до 7 баллов</b> (выполнено 51-67% заданий) <b>от 7 до 9 баллов</b> (выполнено 68 - 84% заданий) <b>от 9 до 10 баллов</b> (выполнено 85 - 100% заданий)	20
		Индивидуальное задание	<b>6 баллов</b> (пороговое значение) <b>12 баллов</b> (максимальное значение)	6 - 12
<b>Итого по текущей работе в семестре (41 балл – пороговое значение)</b>				<b>41 – 80</b>
Промежуточная аттестация (зачет)	<b>20</b>	Устный опрос	<b>10 баллов</b> (пороговое значение) <b>20 баллов</b> (максимальное значение)	10-20
<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				<b>10 – 20</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 баллов</b>				

## 5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Учебная литература

#### Основная учебная литература

1. Баврин, И. И. Математический анализ : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 327 с. — (Бакалавр. Академический курс).— Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/427808>.

### **Дополнительная учебная литература**

1. Бурмистрова, Е. Б. Математический анализ и дифференциальные уравнения [Текст] : учебник для вузов / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. - Москва : Академия, 2010. - 367 с. - (Университетский учебник. Высшая математика и ее приложения к экономике). - Библиогр.: с. 361-362. – ISBN 9785769562655  
Количество: 15

2. Бордовский, Г. А. Физические основы математического моделирования : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Г. А. Бордовский, А. С. Кондратьев, А. Чоудери. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 319 с. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/437069>. (Глава 2, с. 101 – 108)

3. Палин, В. В. Методы математической физики. Лекционный курс : учебное пособие для академического бакалавриата / В. В. Палин, Е. В. Радкевич. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 222 с. — (Бакалавр. Академический курс).— Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/438305>

## **5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.**

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

Математический анализ	<p>216 Аудитория методики математического развития и обучения математике Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации</p> <p>Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья</p> <p>Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран</p> <p>Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС</p>	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом.1
-----------------------	--	--

### 5.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

#### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

## 6 Иные сведения и (или) материалы.

### 6.1. Примерные темы письменных учебных работ

#### Контрольная работа № 1

##### Ряды

Вариант (образец)

1. Выяснить сходимость и найти сумму ряда:

1)  $1 + q + q^2 + q^3 + \dots, |q| < 1$ ;      2)  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$ ;

3)  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$ ;      4)  $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots$

2. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$ ;      2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$ ;      3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$ ;

4)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \sin \frac{1}{n}$ ;      5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n}$ ;      6)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ .

3. Исследовать на сходимость ряд:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}$ ;    3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^{2n}}$ ;    4)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ ;    5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(2^n+1)}$ ;    6)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3+2^n}$ .

4. Исследовать сходимость ряда:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}n}{n^2+1}$ ;    3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$ ;    4)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{2^n}$ .

#### Контрольная работа № 2

##### Дифференциальные уравнения

Вариант (образец)

1. Решить дифференциальные уравнения:    1)  $x^2 y' + y = 0$ ;    2)  $y' = -\frac{y}{x}$ .

2. Найти интегральную кривую уравнения, проходящую через точку  $M$ :

1)  $xy' = 2y, M(2;3)$ ;    2)  $y'(x^2 - 4) = 2xy, M(0;1)$ .

3. Решить дифференциальные уравнения:

1)  $(1 + e^{2x})y^2 \cdot y' = e^x$ ;    2)  $y' + (2y+1)\operatorname{ctg}x = 0$ ;    3)  $xy' + y = e^x$ ;

4)  $xy' = x^3 + y$ ;    5)  $y'x + y = -xy^2$ ;    6)  $y' - xy = -y^3 e^{-x^2}$ ;

7)  $y'' = xe^{-x}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ .

4. Проверить, будут ли указанные функции общими решениями для данного дифференциального уравнения:  $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$  для  $y'' + y = 0$ .

5. Найти решение, удовлетворяющее начальным условиям:

1)  $y'' + 5y' + 6y = 0$ ;  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -6$ ;      2)  $y'' - 10y' + 25y = 0$ ;  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .

**Индивидуальное задание по теме**  
**“Дифференциальные уравнения в естествознании.**  
**Уравнения и задачи математической физики”**

Вариант (образец)

Задание 1. Решите задачу Коши для волнового уравнения.

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = f(x)$$

$$u_t(x, 0) = 0$$

Если 1)  $f(x) = 2h \cdot e^{-\frac{h}{l^2}x^2}$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{2h}{l}(l - |x|) & , |x| \leq l \\ 0, & |x| > l \end{cases}$$

$$3) \quad f(x) = \begin{cases} -\frac{2h}{l^2}(x-l) \cdot (x-3l), & x \in [l, 3l] \\ 0, & x \notin [l, 3l] \end{cases}$$

Значения параметров  $a$ ,  $l$ ,  $h$  для каждого варианта заданы таблицей:

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$a$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
$l$	1	1	1	2	2	2	3	3	3	1
$h$	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1

Вариант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$a$	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3
$l$	1	1	2	2	2	3	3	3	1	1
$h$	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2

Вариант	21	22	23	24	25	26	27			
$a$	3	3	3	3	3	3	3			

$l$	1	2	2	2	3	3	3			
$h$	3	1	2	3	1	2	3			

Постройте графики функций  $u(x,t)$  для значений времени  $t = 0, 1, 2, \dots, 9$ .

**Задание 2.1.** Решите первую краевую задачу для волнового уравнения на отрезке.

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0$$

$$u(0,t) = u(l,t) = 0$$

$$u(x,0) = f(x)$$

$$u_t(x,0) = 0$$

Если 1)  $f(x) = h \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right),$

2)  $f(x) = h \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + 2h \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right)$

Значения параметров  $a, l, h$  для каждого варианта заданы таблицей задания 1. Постройте профили струны для  $t = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1$ .

**Задание 2.2.** Решите первую краевую задачу для уравнения теплопроводности на отрезке.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0$$

$$u(0,t) = u(l,t) = 0$$

$$u(x,0) = f(x)$$

Если 1)  $f(x) = h \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right),$

2)  $f(x) = h \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + 2h \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right)$

Значения параметров  $a, l, h$  для каждого варианта заданы таблицей задания 1. Постройте графики распределения температур для  $t = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1$ .

**Задание 3.1.** Решите первую краевую задачу для волнового уравнения на отрезке.

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0$$

$$u(0,t) = u(l,t) = 0$$

$$u(x,0) = hx(l-x)$$

$$u_t(x,0) = 0$$

Значения параметров  $a, l, h$  для каждого варианта заданы таблицей задания 1.

**Задание 3.2.** Решите первую краевую задачу для уравнения теплопроводности на отрезке.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} \frac{4h}{l^2} x^2, & 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \\ \frac{2h}{l} (l - x), & \frac{l}{2} < x \leq l \end{cases}$$

Значения параметров  $a, l, h$  для каждого варианта заданы таблицей задания 1.

## 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 – Примерные теоретические вопросы и практические задачи к зачету

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
<b>4 семестр</b>		
<b>1. Ряды</b>		
1.1 Числовые ряды	1. Ряды: основные понятия. Основные свойства. 2. Положительные ряды. Необходимый признак сходимости. 3. Достаточные признаки сходимости. 4. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимости.	1. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}$ . 2. Выяснить сходимость и найти сумму ряда: $1 + q + q^2 + q^3 + \dots,  q  < 1$ . 3. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ .
1.2 Функциональные ряды. Степенные ряды	5. Функциональный ряд. Область сходимости функционального ряда. 6. Равномерная сходимость функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. 7. Степенной ряд и его область сходимости. 8. Свойства степенных рядов. 9. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. 10. Разложение в степенные ряды основных элементарных функций.	1. Исследовать ряд на равномерную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^n nx}{n^2}$ . 2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 x^n}{n+1}$ . 3. Разложить в ряд по степеням $x$ функцию $\sin x^2$ .

1.3 Тригонометрические ряды.	12. Тригонометрическая система функций, её ортогональность. Ряд Фурье. Сходимость ряда Фурье. 13. Разложение функции, заданной в промежутке, в ряд Фурье по косинусам или синусам. 14. Ряд Фурье с произвольным промежутком.	1. Пользуясь соответствующими разложениями, вычислить с точностью до 0,001: $\sin 18^\circ$ . 2. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) =  x $ в промежутке $[-\pi; \pi]$ .
<b>2. Дифференциальные уравнения</b>		
2.1 Дифференциальные уравнения первого порядка. Приложения в естествознании.	15. Физическая задача, приводящая к дифференциальному уравнению. 16. Дифференциальное уравнение первого порядка, его общее и частные решения. 17. Уравнение с разделяющимися переменными. 18. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.	1. Найти общее и частное решение уравнения при заданных начальных условиях $x^2 y' + y^2 = 0, y = 1$ при $x = -1$ . 2. Решить дифференциальное уравнение $x^2 y' + y = 0$ . 3. Решить дифференциальные уравнения $xy' = x^3 + y$ .
2.2 Уравнения высших порядков. Линейные уравнения второго порядка	19. Уравнения высших порядков: основные понятия. Случай понижения порядка. 20. Линейные уравнения второго порядка. 21. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. 22. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	1. Решить уравнение: $y'' = xe^{-x}, y(0) = 1, y'(0) = 0$ . 2. Проверить, будет ли указанная функция общим решением для данного уравнения: $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$ для $y'' - y' - 2y = 0$ . 3. Найти решение, удовлетворяющее начальным условиям: $y'' - 10y' + 25y = 0; y(0) = 0, y'(0) = 1$ 4. Найти решение уравнения: $y'' - 9y = 2 - x$ .
2.3 Дифференциальные уравнения в естествознании. Уравнения и задачи математической физики.	23. Вывод уравнения теплопроводности. 24. Задача о распределении температуры в ограниченном стержне. 25. Гармонический осциллятор. Резонанс.	1. Ускорение прямолинейного движения пропорционально квадрату времени. Найдите зависимость между $s$ и $t$ , если при $t = 0, v = 0, s = 1$ и при $t = 1, s = 2$ . 2. Дана струна, закрепленная на концах $x = 0, x = 1$ . Пусть в начальный момент форма струны имеет вид ломаной. Найдите форму струны для любого момента времени $t$ , если начальные скорости отсутствуют. 3. Проверить, является ли функция $u = x^2 + 2xy - y^2$ гармонической.

Составитель Долматова Т. А., доцент каф. МФММ

(И):

---

*(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))*