

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00  
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кемеровский государственный университет»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт  
Факультет информатики, математики и экономики  
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»  
Декан ФИМЭ  
А.В. Фомина  
«09» февраля 2023 г.

## **Рабочая программа дисциплины**

### **К.М.07.01.05 Алгебра многочленов**

Направление подготовки

#### **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль) подготовки  
**«Математика и Информатика»**

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника  
*бакалавр*

Форма обучения  
*Очная*

Год набора 2023

Новокузнецк 2023

## Оглавление

1. Цель дисциплины. ....	3
2. Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....	4
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины .....	4
3.1 Учебно-тематический план .....	4
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. ....	5
5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	6
5.1 Учебная литература.....	6
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины .....	7
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. ....	7
6 Другие сведения и (или) материалы. ....	8
6.1.Примерные темы письменных учебных работ.....	8
6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации ..	9

## 1. Цель дисциплины.

**Целью изучения дисциплины** является формирование необходимой базы знаний для использования математических методов и математических моделей в решении профессиональных задач, а также развитие математического мышления и культуры у обучающихся. Изучение этого курса дает возможность студентам понять достоверность применяемых в школьном курсе алгоритмов.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция ПК-1 (Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач)..

## Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, по ОПОП	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач.	ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области "Математика" (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания предметной области "Математика" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать по предметной области "Математика" различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	Знать: - научное содержание и современное состояние предметной области "Алгебра многочленов", лежащее в основе преподаваемого учебного предмета "Математика" - методы проведения научного исследования в предметной области "Алгебра многочленов"; Уметь: - использовать научные знания предметной области "Алгебра многочленов" в педагогической деятельности по профилю подготовки; - применять научные знания предметной области "Алгебра многочленов" при разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности; Владеть: - методами научного исследования в области алгебры многочленов; - способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области "Алгебра многочленов"

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, по ОПОП	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной

## 2. Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	
1 Общая трудоемкость дисциплины	108	108	
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	48	14	
Аудиторная работа (всего):	48	14	
в том числе:			
лекции	16	6	
практические занятия, семинары	32	8	
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме	10		
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):	60	94	
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	60	94	
4 Промежуточная аттестация обучающегося	Зачет с оценкой		

## 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины

### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной/заочной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторные занятия		СРС	Аудиторные занятия		СРС	
			лек.ц.	практ.		лек.ц.	практ.		
<b>Семестр 4</b>									
	1. Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов	48	6	16	30	2	4	44	
1.	Основные понятия. Корни многочлена	22	4	8	16			22	Индивидуальная работа № 1
2.	Наибольший общий делитель. Разложение на неприводимые множители	26	2	8	14			22	Индивидуальная работа № 2-3
	2. Многочлены над числовыми полями		10	16	30	4	4	50	
3.	Многочлены над полем $C$ и $R$	30	6	8	16			30	Индивидуальная работа № 4
4.	Многочлены над полем $Q$	30	4	8	14			20	Индивидуальная работа № 5
	Промежуточная аттестация – зачет с оценкой								Зачет с оценкой
<b>ИТОГО по семестру 4</b>		<b>108</b>	<b>16</b>	<b>32</b>	<b>60</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>94</b>	

#### **4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.**

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	<b>60</b>	Лекционные занятия (конспект) (8 занятий)	<b>1 балла</b> посещение 1 лекционного занятия	0 - 8
		Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы) (16 занятий).	<b>1 балл</b> - посещение 1 практического занятия <b>3 балла</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	16 - 48
		Индивидуальные работы (5 работ)	<b>За одну работу от 2 до:</b> <b>3 балла</b> (выполнено 51 - 65% заданий) <b>4 балла</b> (выполнено 66 - 85% заданий) <b>5 баллов</b> (выполнено 86 - 100% заданий)	12-24
<b>Итого по текущей работе в семестре</b>				28- 80
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)	20	1 вопрос и 1 задача	<b>10 балла</b> (ответ на вопрос) <b>10 баллов</b> (решение одной задачи)	10-20
<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				20 баллов
<b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б.				

Обучающемуся по ЗФО задание на самостоятельную работу и контрольную работу выдается на установочной сессии.

## 5. Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Учебная литература

#### Основная учебная литература

1. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] : учебник / Е. С. Ляпин — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 368 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/246>
2. Окунев Л.Я. Высшая алгебра [Текст] : учебник для вузов / Л.Я. Окунев. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: лань, 2009. – 335 с.

#### б) дополнительная литература

1. Алферова, З.В. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебно-методический комплекс / З.В. Алферова, Э.Л. Балюкевич, А.Н. Романников. - Электронные текстовые данные. - Москва : Евразийский открытый институт,

2011. - 279 с. - Режим доступа:  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90645>

2. Колесникова Ж. В. Методическое пособие "Лабораторные работы по теории многочленов" (Специальность: 032 100 "Математика с дополнительной специальностью", квалификация: учитель математики и информатики) [Текст] / Колесникова Ж. В., Осипова Л. А., Полещук Г. Г. ; Федеральное агентство по образованию, Кузбасская государственная педагогическая академия. - Новокузнецк : [КузГПА], 2007. - 66 с.

## 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

<p>Алгебра многочленов</p>	<p>614 Учебная аудитория для проведения:          - занятий лекционного типа;          - занятий семинарского (практического) типа;          - групповых и индивидуальных консультаций;          - текущего контроля и промежуточной аттестации.          Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья.          Оборудование для презентации учебного материала: переносное - ноутбук, экран, проектор.          Используемое программное обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).          Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</p>	<p>654079,          Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19</p>
--------------------------------	--	---

## 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов,

из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

## **6 Иные сведения и (или) материалы.**

### **6.1.Примерные темы письменных учебных работ**

#### **Индивидуальная работа №1**

Вариант (образец)

*Пользуясь схемой Горнера, разложить многочлен  $f(x)$  по степеням  $x - x_0$*

$$f(x) = 2x^5 - 4x^3 + x^2 - 8, \quad x_0 = 3$$

#### **Индивидуальная работа №2**

Вариант (образец)

Найти НОД многочленов  $f(x)$  и  $g(x)$

$$f(x) = 3x^6 - x^5 - 3x^4 - 14x^3 - 11x^2 - 3x - 1, \in R[x]$$

$$g(x) = 3x^5 + 8x^4 + 9x^3 + 15x^2 + 10x + 9$$

#### **Индивидуальная работа №3**

Вариант (образец)

Отделить кратные множители многочлена:

$$f(x) = x^6 - 10x^5 + 42x^4 - 96x^3 + 128x^2 - 96x + 32$$

#### **Индивидуальная работа №4**

Вариант (образец)

Отделить действительные корни многочлена с точностью до 1, используя теорему Штурма:

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 3x + 2.$$

#### **Индивидуальная работа №5**

Вариант (образец)

Найти все рациональные корни многочлена  $3x^4 + 5x^3 + x^2 + 5x - 2$

## 6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 5 - Типовые (примерные) контрольные вопросы и задания

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов		
<p>1.1 Основные понятия. Корни многочлена</p>	<p>1. Многочлены от одной переменной <math>x</math> над областью целостности <math>K</math>, их равенство. Операция сложения на <math>K[x]</math>, ее основные свойства. Операция умножения на <math>K[x]</math>, ее основные свойства.</p> <p>2. Корни многочлена из <math>K[x]</math>, необходимое и достаточное условия корня.</p> <p>3. Теорема Безу.</p> <p>4. Кратные корни многочлена из <math>K[x]</math>. Теорема о наибольшем числе многочлена в области целостности.</p> <p>5. Деление <math>f(x) \in K[x]</math> на двучлен <math>x-a</math>, возможность и однозначность.</p> <p>6. Схема Горнера и ее применение для деления <math>f(x) \in K[x]</math> на двучлен <math>x-a</math>.</p>	<p>1. Найти сумму, разность и произведение многочленов:  а) <math>f(x) = 2 + (1+i)x - 3ix^2</math>, <math>g(x) = -2ix + ix^3 + x^4 \in Z[i][x]</math>, где <math>Z[i] = \{a + bi \mid a, b \in Z\}</math> — кольцо целых гауссовских чисел;  б) <math>f(x) = 1 + (2-i)x^2</math>, <math>g(x) = 3i + ix + (1+i)x^2 \in Z[i][x]</math>;</p> <p>2. Используя схему Горнера, разделить в кольце <math>K[x]</math> многочлен <math>f(x)</math> на линейный двучлен <math>x - a</math>:  а) <math>K = Z</math>, <math>f(x) = x^4 - 3x^3 + x - 1</math>, <math>a = 2</math>;  б) <math>K = Z</math>, <math>f(x) = 9x^3 + 8x^2 - 10x</math>, <math>a = -3</math>;</p> <p>5. Используя схему Горнера, определить кратность <math>k_i</math> корня <math>\alpha_i</math> многочлена <math>f(x)</math> и разложить <math>f(x)</math> на соответствующие множители:  а) <math>f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8</math>, <math>\alpha = 2</math>;  б) <math>f(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16</math>, <math>\alpha = -2</math>;  в) <math>f(x) = x^5 - 15x^4 + 76x^3 - 140x^2 + 75x - 125</math>, <math>\alpha = 5</math>;</p> <p>6. Найти такие значения <math>a</math> и <math>b</math>, при которых число <math>\alpha</math> было бы корнем многочлена <math>f(x)</math> кратности не ниже, чем <math>k</math>:  а) <math>f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 1</math>, <math>\alpha = -1</math>, <math>k = 2</math>;  б) <math>f(x) = x^5 - x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1</math>, <math>\alpha = 1</math>, <math>k = 3</math>;  в) <math>f(x) = ax^{n+1} + bx^n + 1</math>, <math>\alpha = 1</math>, <math>k = 2</math>.</p> <p>Разложить на простейшие дроби рациональную дробь</p> $\frac{x^3 + 2x - 3}{(x + 3)^4}.$

<p>1.2 Наибольший общий делитель. Разложение на неприводимые множители</p>	<p>7.НОД <math>(f(x); \varphi(x))</math>, его выражение через исходные многочлены. Алгоритм Евклида. 8.Приводимые и неприводимые многочлены над полем <math>P</math>. Основные свойства неприводимых многочленов над полем <math>P</math>. 9.Теорема о разложении многочлена из <math>P[x]</math> в произведение неприводимых множителей над полем <math>P</math>. Каноническое представление многочлена над <math>P</math>. 10.Отделение кратных множителей у многочлена из <math>P[x]</math>.</p>	<p>1.Найти НОД и НОК многочленов          г) <math>f(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1</math>, <math>g(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2 \in Q[x]</math>;          д) <math>f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2</math>, <math>g(x) = x^3 + 3x^2 + 2 \in Q[x]</math>;          е) <math>f(x) = x^4 - 10x^2 + 1</math>, <math>g(x) = x^4 - 4\sqrt{2}x^3 + 6x^2 + 4\sqrt{2}x + 1 \in R[x]</math>;          ж) <math>f(x) = x^5 + (1-i)x^4 + x^3 - ix^2 - 1</math>, <math>g(x) = x^4 - ix^3 - (1-i)x^2 - x + 1 \in C[x]</math>.</p> <p>• Выделить кратные множители многочлена  <math>f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 1 \in Q[x]</math>.</p> <p>1. Над каким из полей <math>Q</math>, <math>R</math> или <math>C</math> приводимы многочлены:          а) <math>f(x) = x^2 - 10x + 21</math>;      б) <math>g(x) = 2x^2 - 3x - 5</math>;          в) <math>h(x) = 3x^2 + x + 3</math>;      г) <math>\varphi(x) = x^2 + 2x - 1</math>?</p> <p>11. Выделить кратные множители многочленов и найти их корни:          а) <math>f(x) = x^5 - 15x^3 - 10x^2 + 60x + 72</math>;          б) <math>f(x) = x^5 - 7x^3 - 2x^2 + 12x + 8</math>;          в) <math>f(x) = 2x^6 + 6x^5 + 6x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x - 1</math>;</p>
<p>2. Многочлены над числовыми полями</p>		
<p>2.1 Многочлены над полем <math>C</math> и <math>R</math></p>	<p>11.Основная теорема алгебры. 12. Формулы Виета. 13.Многочлены из <math>R[x]</math> и их основные свойства. 14. Система функций Штурма. Метод Штурма. 15. Формулы Кардано. 16. Метод Феррари.</p>	<p>1. Найти нормированный многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий:          а) простой корень <math>2 + i</math> и двукратный корень <math>1</math>;          б) простой корень <math>-3</math> и двукратный корень <math>1 - i</math>;</p> <p>2. Исследовать и решить «неполные» кубические уравнения:          а) <math>x^3 + 12x + 63 = 0</math>;      б) <math>x^3 + 9x - 26 = 0</math>;</p> <p>4. Сумма двух корней многочлена  <math>f(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + \lambda</math>          равна 1. Найти <math>\lambda</math>.</p>
<p>2.2 Многочлены над полем <math>Q</math></p>	<p>17.Многочлены над полем <math>Q</math>, приводимость многочлена <math>f(x)</math>, где <math>\deg f(x)=2</math> или <math>\deg f(x)=3</math>. 18. Лемма Гаусса 1. 19. Лемма Гаусса 2. 20. Критерий Эйзенштейна. 21. Отделение целых корней у многочленов с целыми коэффициентами.</p>	<p>1. Найти рациональные корни многочленов:          а) <math>f(x) = x^3 - 11x^2 + 38x - 40</math>;          б) <math>f(x) = 3x^4 + \frac{1}{2}x^3 + x^2 - 2x + \frac{1}{2}</math>;</p> <p>2. Выяснить, какие из указанных ниже многочленов 2-й и 3-й степени приводимы над полем <math>Q</math> рациональных чисел, в случае приводимости разложить их на множители, неприводимые над полем <math>Q</math>:          а) <math>f(x) = 3x^2 - 2x - 1</math>;      б) <math>f(x) = 2x^2 - 3x + 4</math>;          в) <math>f(x) = x^2 - x + \frac{1}{4}</math>;      г) <math>f(x) = 3x^3 + 4x^2 + 4x + 4</math>;</p> <p>4. Пользуясь критерием Эйзенштейна, доказать неприводимость над полем <math>Q</math> многочленов:          а) <math>f(x) = 2x^5 - 15x^3 + 21x - 24</math>;          б) <math>f(x) = 3x^6 - 20x^4 + 30x^2 - 20x + 20</math>;          в) <math>f(x) = 4x^7 - 21x^5 + 28x^4 - 14x^2 - 35</math>;</p>

	22. Отделение рациональных корней у многочленов с целыми и дробными коэффициентами.	
--	---	--

Составитель (и): Осипова Л.А., доцент каф. МФММ

*(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))*