

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2023-12-04 00:00:00

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт
Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«09» февраля 2023 г.

Рабочая программа дисциплины

К.М.07.01.10 Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«Математика и Информатика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная, заочная

Год набора 2023

Новокузнецк 2023

Лист внесения изменений

в РПД К.М.07.01.10 Теория вероятностей и математическая статистика
(код по учебному плану, название дисциплины)

Сведения об утверждении:

утверждена Ученым советом факультета информатики, математики и экономики
(протокол Ученого совета факультета № 8 от 09.02.2023 г.)

для ОПОП 2023 года набора на 2023 / 2024 учебный год
по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями
подготовки)

(код и название направления подготовки)

направленность (профиль) программы «Математика и Информатика»

Одобрена на заседании методической комиссии факультета _____
протокол методической комиссии факультета № __ от __. __.20__ г.)

Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры математики, физики и математического
моделирования

протокол № __ от __. __.20__ г. _____ Решетникова Е.В.

Оглавление

1 Цель дисциплины	4
Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки	4
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации	4
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.....	5
3.1 Учебно-тематический план	5
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.....	7
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины	8
5.1 Учебная литература	8
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.....	9
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	9
6 Иные сведения и (или) материалы.....	9
6.1.Примерные темы письменных учебных работ	9
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации	13

1 Цель дисциплины.

В результате освоения дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП):

ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач

Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, знания, умения, навыки

Таблица 1 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области по профилю "Математика" при решении профессиональных задач	ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области "Математика" (преподаваемого предмета) ПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания предметной области "Математика" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать по предметной области "Математика" различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	Знать: - научное содержание и современное состояние предметной области "Теория вероятностей и математическая статистика", лежащее в основе преподаваемого учебного предмета "Математика" - методы проведения научного исследования в предметной области "Теория вероятностей и математическая статистика". Уметь: - использовать научные знания предметной области "Теория вероятностей и математическая статистика" в педагогической деятельности по профилю подготовки; - применять научные знания предметной области "Теория вероятностей и математическая статистика" при разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности. Владеть: - методами научного исследования в области теории вероятностей и математической статистики; - способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области "Теория вероятностей и математическая статистика"

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 2 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения	
	ОФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	108	108
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных	54	12

занятий) (всего)		
Аудиторная работа (всего):	54	12
в том числе:		
лекции	26	6
практические занятия, семинары	28	6
практикумы		
лабораторные работы		
Внеаудиторная работа (всего):		
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем		
подготовка курсовой работы (проекта) /контактная работа ¹		
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)		
творческая работа (эссе)		
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	54	92
4 Промежуточная аттестация обучающегося – 8 семестр – зачет		4

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 3 - Учебно-тематический план очной / заочной форм обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.) Очно/ заочно	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия	СРС	СРС	Аудиторн. занятия	СРС	СРС	
			лекц.			практ.			
Семестр 8									
	1. Случайные события	36				2		34	
1	Основные понятия теории вероятностей. Определения вероятности.	8	2	2	4				Домашняя контрольная работа № 1
2	Теоремы сложения и умножения вероятностей.	6		2	4				Домашняя контрольная работа № 1
3	Следствия теорем сложения и умножения вероятностей.	8	2	2	4				Домашняя контрольная работа № 1
4	Повторение испытаний.	8	2	2	4				Домашняя контрольная работа № 1
	2. Случайные величины	24				2	2	20	
5	Случайные величины. Задание дискретной случайной величины.	8	2	2	4				Домашняя контрольная работа № 2

№ недели п/л	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.) Очно/ заочно	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
6	Числовые характеристики дискретной случайной величины.	6	1	1	4				Домашняя контрольная работа № 2
7	Закон больших чисел.	6	1	1	4				Домашняя контрольная работа № 2
8	Непрерывная случайная величина. Функция распределения вероятностей случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.	8	2	2	4				Домашняя контрольная работа № 2
9	Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Законы распределения непрерывной случайной величины.	8	2	2	4				Домашняя контрольная работа № 2
10	Система двух случайных величин. Условные законы распределения.	6	2	2	2				Домашняя контрольная работа № 2
11	Числовые характеристики системы двух случайных величин.	6	2	2	2				Домашняя контрольная работа № 2
	3. Математическая статистика. Выборочный метод	23				1	2	20	
12	Генеральная и выборочная совокупности. Выборочный метод.	6	2	2	2				Домашняя контрольная работа № 3
13	Выборочные показатели.	4	1	1	2				Домашняя контрольная работа № 3
14	Статистические оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки.	4	1	1	2				Домашняя контрольная работа № 3
	4. Статистические гипотезы и критерии их проверки	21				1	2	18	
15	Проверка статистических гипотез. Параметрические и непараметрические критерии.	4	1	1	2				Домашняя контрольная работа № 3

№ недели п/л	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.) Очно/ заочно	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
16	Сравнение дисперсий. Сравнение средних. Проверка гипотезы о нормальном распределении.	4	1	1	2				Домашняя контрольная работа № 3
	5. Анализ и построение зависимостей								
17	Корреляционно-регрессионный анализ.	4	1	1	2				Устный опрос
18	Однофакторный дисперсионный анализ	4	1	1	2				Устный опрос
	Промежуточная аттестация	-/4							зачет
ВСЕГО		108	26	28	54	6	6	92	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 4.

Таблица 4 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы <i>max</i>
8 семестр				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	80	Лекционные занятия (конспект) (13 занятий)	1 балл - посещение 1 лекционного занятия	13
		Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (14 занятия).	1 балл - посещение 1 практического занятия до 4 баллов – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	37
		Контрольные работы (3 работы)	За одну КР: от 0 до 4 баллов (выполнено менее 51% заданий) от 5 до 6 баллов (выполнено 51-67% заданий) от 7 до 8 баллов (выполнено 68 - 84% заданий) от 9 до 10 баллов (выполнено 85 - 100% заданий)	30
Итого по текущей работе в семестре (41 балл – пороговое значение)			41 – 80	
Промежуточная аттестация (зачет)	20	Устный опрос	10 баллов (пороговое значение) 20 баллов (максимальное значение)	10-20
Итого по промежуточной аттестации (зачету с оценкой)				10 - 20

Обучающемуся по ЗФО задание на самостоятельную работу и контрольную работу выдается на установочной сессии.

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Кательников, В. В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. В. Кательников, Ю. В. Шапарь ; науч. ред. И. А. Шестакова ; Министерство образования и науки РФ, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. - 2-е изд., перераб. - Электронные текстовые данные. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 72 с. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276210>
2. Теория вероятностей и математическая статистика. Математические модели [Электронный ресурс] : учебник для академического бакалавриата / В. Д. Мятлев, Л. А. Панченко, Г. Ю. Ризниченко, А. Т. Терехин. — 2-е изд., испр. и доп. — Электронные текстовые данные. - Москва : Издательство Юрайт, 2017. — 321 с. — (Университеты России). — Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/3BE3DA5E-63AD-4D81-ABC6-8B5C7744D7B3>

Дополнительная литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учебное пособие . - 12-е издание, переработанное. - М. : Высшее образование [и др.], 2009. - 479 с. - (Основы наук). - Гриф МО "Рекомендовано". - ISBN 978-5-9692-0391-4
2. Долматова, Т. А. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учебное пособие для бакалавров / Т. А. Долматова ; Минобрнауки России, ФГБОУ ВПО "Кузбасская государственная педагогическая академия". - Новокузнецк : [РИО КузГПА], 2014. - 102 с.
3. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. С. Мхитарян [и др.] ; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - Электронные текстовые данные. — Москва : Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - 336 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=451329>
4. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т. А. Гулай [и др.]. - 2-е изд., доп. – Эл. текстовые данные. - Ставрополь : АГРУС, 2013. - 260 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=514780>

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях КГПИ КемГУ:

Теория вероятностей и математическая статистика	309, 310, 325 Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (мультимедийная) Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС	654000, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19, корпус 4
---	--	---

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. zbMATH - <https://zbmath.org/> - математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

Домашняя контрольная работа № 1

Случайные события

Вариант (образец)

1. Из 20 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент подготовил 17. Найти вероятность того, что студент ответит правильно на экзаменационный билет, состоящий из двух вопросов.

2. В урне имеется 5 черных и 7 красных шаров. Последовательно (без возвращения) извлекается три шара. Найти вероятность того, что: а) все три шара будут красными; б) три шара будут красными или черными.

3. Мышь может выбрать наугад один из 5 лабиринтов. Известно, что вероятности её выхода из различных лабиринтов за три минуты равны: 0,5; 0,6; 0,2; 0,1; 0,1. Пусть оказалось, что мышь вырвалась из лабиринта через три минуты. Какова вероятность того, что она выбрала: а) первый лабиринт; б) второй лабиринт?

4. На каждой из 5 одинаковых карточек написана одна из следующих букв: А, Е, Н, С, Т. Карточки перемешиваются. Определить вероятность того, что из вынутых и положенных в ряд карточек а) можно составить слово «СТЕНА», б) из трех карточек можно составить слово «НЕТ».

5. Для поражения цели достаточно попадания хотя бы одного снаряда. Произведено два залпа из двух орудий. Найти вероятность поражения цели, если вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна 0,46, из второго – 0,6.

6. На отдельных карточках написаны цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Все карточки перемешиваются, после чего наугад берут 5 карточек и раскладывают их в ряд. Определить вероятность того, что будет получено число 12035.

7. Три экономиста предложили одновременно три экономические теории, которые считаются равновероятными. После наблюдения над состоянием экономики оказалось, что вероятность того развития, которое она получила на самом деле, в соответствии с первой теорией была равна 0,5; со второй – 0,7; с третьей – 0,4. Каким образом это изменяет вероятности правильности трех теорий?

8. В магазине имеется в продаже 20 пар обуви, из которых 7 пар 42-го размера. Найти вероятность того, что из 8 покупателей 3 выберут обувь 42-го размера.

9. В первом ящике из 6 шаров 4 красных и 2 черных, во втором – из 7 шаров 2 красных и 5 черных. Из первого ящика во второй переложили один шар, затем из второго в первый переложили один шар. Найти вероятность того, что шар, извлеченный после этого из первого ящика, - черный.

10. Программа экзамена состоит из 30 вопросов. Из 20 студентов группы 8 человек выучили все вопросы, 6 человек – по 25 вопросов, 5 человек – по 20 вопросов, а один человек – 10 вопросов. Определить вероятность того, что случайно вызванный студент ответит на два вопроса билета.

Домашняя контрольная работа № 2

Случайные величины

Вариант (образец)

1. Дана интегральная функция распределения: $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$. Найти

дифференциальную функцию $f(x)$, $M(X)$, $\sigma(X)$, $D(X)$.

2. НСВ X задана функцией распределения $F(x)$:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ (1/\pi)(x - 0,5 \sin 2x) & \text{при } 0 < x \leq \pi, \\ 1 & \text{при } x > \pi. \end{cases}$$

1) Найти плотность вероятности.

2) Построить графики $f(x)$, $F(x)$. 3) Найти вероятность попадания СВ X в интервал $(0; \pi/2)$.

3. НСВ X имеет плотность вероятности $f(x) = C/(1+x^2)$. Найти:

а) постоянную C ; б) функцию распределения $F(x)$; в) вероятность попадания в интервал $-1 < X < 1$; г) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

4. Найти $M(X)$ и $\sigma(X)$ НСВ, имеющей плотность вероятности $f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+2)^2}{18}}$.

Указать интервал, симметричный относительно $M(X)$, в который попадает СВ X с вероятностью $p = 0,9973$.

5. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания для первого стрелка при одном выстреле 0,5, для второго – 0,4. ДСВ X – число попаданий в мишень. Найти закон распределения X ; построить многоугольник распределения; найти вероятность $X \geq 1$.

6. НСВ X распределена нормально с математическим ожиданием

$a = 10$. Вероятность попадания СВ X в интервал $(10; 20)$ равна 0,3. Чему равна вероятность попадания НСВ X в интервал $(0; 10)$?

7. Производятся 20 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления успеха равна 0,2. Найти дисперсию числа появления успеха в этих испытаниях.

8. ДСВ X – число мальчиков в семьях с пятью детьми. Предполагают равновероятное рождение мальчика и девочки. Найти закон распределения СВ X . Построить многоугольник распределения.

9. Случайные величины X и Y заданы законами распределений. Определить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение СВ X и Y . Составить законы распределения случайных величин $Z = X + Y$; $V = XY$. Построить многоугольник распределения вероятностей СВ Z . Найти математическое ожидание и дисперсию СВ $W = 2X - 4Y$.

x_i	-1	3	4
p_i	0,2	p_2	0,6

y_i	2	5
q_i	0,4	0,6

10. НСВ задана интегральной функцией распределения $F(x)$. Найти: а) вероятность попадания СВ X в интервал $(a; b)$; б) дифференциальную функцию (плотность вероятности) $f(x)$; в) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение СВ X ; г) построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{\pi^2}, & 0 < x \leq \pi, \quad a = 1, b = 2. \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$

Контрольная работа № 3

Элементы математической статистики

Вариант (образец)

Задание 1. В задачах 1 – 20 по данным таблицы составить интервальный статистический ряд по одному признаку. Определить выборочные характеристики: моду, медиану, среднее значение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Определить точность и достоверность найденных показателей. Сделать выводы по результатам расчетов.

1. Площадь сельскохозяйственных угодий на условный эталонный трактор, в га.
2. Валовая продукция на 100 га сельскохозяйственных угодий, в тыс. руб.
3. Валовая продукция на среднегодового работника, в тыс. руб.
4. Валовая продукция на 100 руб. основных фондов, в руб.
5. Валовая продукция на 100 руб. производственных затрат, в руб.
6. Реализованная продукция на 100 руб. основных производственных фондов, в руб.
7. Реализованная продукция на 100 га сельскохозяйственных угодий, в тыс. руб.
8. Реализованная продукция на среднегодового работника, в тыс. руб.
9. Реализованная продукция на 100 руб. затрат, в руб.
10. Производственные затраты на 100 га сельскохозяйственных угодий, в тыс. руб.
11. Производственные затраты на среднегодового работника, в тыс. руб.
12. Затраты на реализованную продукцию на 100 га сельскохозяйственных угодий, в тыс. руб.
13. Основные производственные фонды на 100 га сельскохозяйственных угодий, в тыс. руб.
14. Основные производственные фонды на среднегодового работника, в тыс. руб.
15. Энергетические мощности на 100 га сельскохозяйственных угодий, в л.с.
16. Энергетические мощности на среднегодового работника, в л.с.
17. Площадь сельскохозяйственных угодий на среднегодового работника, в га.
18. Численность тракторов на одно хозяйство, в шт.
19. Среднегодовая численность работников на одно хозяйство (число чел.)
20. Площадь сельскохозяйственных угодий на одно хозяйство, в га.

Основные показатели производства

№ п/п	Среднегодовая численность работников, чел.	Численность тракторов, эт.ед.	Площадь с/х угодий, га	Энергетические мощности, л.с.	Основные фонды с/х назначения, тыс.руб.	Затраты на производство валовой продукции, тыс.руб.	Затраты на производство реализованной продукции, тыс.руб.	Валовая продукция, тыс. руб.	Реализованная продукция, тыс. руб.
1	591	102	12139	34503	74171	111276	80946	120456	90126
2	334	54	6773	14698	64382	30960	25670	31362	26072
3	335	45	8698	15506	69721	38056	29209	50375	41528
4	657	102	12926	32885	52744	63272	38176	78800	53704
5	541	75	11135	32901	93277	82953	68145	98897	84089
6	864	113	12135	36032	174537	83600	54719	92718	63837
7	370	68	7105	27849	62482	62289	56879	83151	77741
8	437	54	6530	22851	116405	46774	36995	45309	35530
9	410	76	7154	24693	79399	55942	49226	63354	56638
10	552	68	9083	24027	94116	61685	60013	88644	86972
11	246	48	4474	10782	74385	34126	29769	41407	37050
12	492	104	13735	28253	103326	75099	54292	67383	46576
13	217	53	4501	13596	77558	26284	19065	26981	19762
14	603	98	7465	25200	99567	74367	70913	99974	96520
15	400	58	6270	19798	64488	47618	25379	59183	29744
16	602	121	10550	33420	88935	83584	60564	104487	81467
17	389	89	8753	26936	117937	79097	54599	111868	87370
18	435	45	10830	20598	97580	57820	47952	70245	60377
19	422	82	9646	24645	44073	51076	41828	61868	52620
20	100	17	4034	6485	13777	14988	12304	19681	16997
21	234	52	4680	18271	26591	16755	14897	20923	19065
22	395	79	9074	17540	58851	45593	36571	58057	49035
23	618	124	12730	39763	106264	70006	63853	90189	84036
24	308	77	8059	25510	75552	31741	26238	38159	32656
25	421	51	9912	18970	120849	66304	49863	80708	64267
26	615	75	10131	24848	108571	81290	55057	86152	59919
27	590	101	11576	24604	202088	90212	56178	81232	47198
28	230	43	6425	10061	50281	43276	36242	46181	39147
29	961	100	10533	41544	181137	128388	94954	129971	96537
30	414	42	6990	20498	61996	38719	26757	43039	31077
31	247	52	8160	15656	78086	55440	41135	61574	47269
32	605	100	11345	28422	137723	84156	67322	84577	67743
33	434	68	7671	26512	85796	63608	53064	77256	66712
34	741	82	10154	18016	103640	86587	61015	95941	70369
35	319	82	7740	26535	77899	54788	39825	58821	43858
36	441	58	5566	21576	103400	51722	42155	51716	42149
37	855	129	10276	43163	191108	114683	117335	171615	174267
38	1385	246	16816	72473	336464	227368	158245	285753	216630
39	320	78	7203	25810	87836	59059	33775	62608	37324
40	654	156	13313	56635	277550	146888	126933	175841	155886
41	1137	179	14800	67952	365315	192684	146848	243738	197902
42	650	102	11175	34110	159956	70307	57192	73950	60835
43	354	55	5931	22306	130280	74955	47242	78175	50462
44	649	113	11093	45756	207540	110701	90913	145212	125424
45	358	68	4968	10470	90959	57390	34531	59258	36399
46	922	108	15294	22725	144854	82418	55884	98967	72433
47	433	59	5761	22647	76179	73604	58443	78686	63525
48	486	48	4767	13138	55665	68175	58911	76802	67538
49	218	52	4789	15454	78164	33864	31961	41700	39797
50	189	22	4776	12747	40077	26161	16736	25950	16525
51	911	126	13325	45990	317847	103085	78571	110162	85648
52	513	83	9132	25214	40053	44710	37169	47502	39961
53	312	57	5217	12896	68042	28615	21611	25202	18198
54	117	22	2788	10238	26645	14237	11837	17034	14634
55	284	43	6638	15757	31237	43087	41277	44903	43093
56	304	32	5133	12985	22407	35222	23856	39517	28151
57	377	70	6084	20010	81056	39135	28504	41985	31354
58	341	67	7213	19137	73079	39635	29687	56662	46714
59	155	28	3678	9832	41464	19184	14300	17382	12498
60	525	74	12211	24850	62348	100930	5859	84462	42128

Задание 2. *Общее описание задания.*

Каждый вариант задания может выполняться группой из четырех человек для того, чтобы можно было провести анализ результатов расчетов разными способами. По данным

таблиц наблюдений для каждого ряда распределения необходимо: 1) вычислить основные выборочные показатели; 2) провести проверку статистических гипотез для всех выборочных показателей; 3) провести сравнение результатов расчетов; 4) ответить на практические вопросы задания (сделать выводы).

Варианты 1, 2, 3, 4. Анализ продуктов питания

Лаборатория проводит анализ продуктов питания с целью определения наличия в них вредных веществ. С определенным видом продуктов работают два лаборанта, результаты анализов сравниваются. Продукты поступают из двух пунктов. Лаборатория должна дать заключение, где производятся наиболее «чистые» продукты. Кроме того, руководителя лаборатории интересует вопрос: отличаются ли по точности результаты экспериментов у первого и второго лаборанта? Им было предложено независимо проанализировать одни и те же образцы. Для этих образцов необходимо было определить содержание вредного вещества X . В единице объема продукта количество X не должно превышать 0,015. Данные измерения представлены таблицами 1 – 4.

Таблица 1 - Лаборант 1, пункт 1, $N_1 = 120$

x_i	0,0110	0,0120	0,0127	0,0130	0,0138	0,0014	0,0150	0,0156	0,0170	0,0180
n_i	2	2	7	16	30	35	20	5	2	1

Таблица 2 - Лаборант 1, пункт 2, $N_2 = 25$

x_i	0,0120	0,0128	0,0135	0,0140	0,0147	0,0156	0,0160
n_i	1	2	5	10	4	2	1

Таблица 3 - Лаборант 2, пункт 1, $N_3 = 110$

x_i	0,0100	0,0120	0,0135	0,0142	0,0149	0,0152	0,0160	0,0175	0,0190
n_i	2	10	17	30	25	17	5	3	1

Таблица 4 - Лаборант 2, пункт 2, $N_4 = 20$

x_i	0,0115	0,0127	0,0136	0,0142	0,0150	0,0152	0,0165
n_i	1	1	3	10	3	1	1

Сформулируйте и проверьте статистические гипотезы, на основании которых можно выяснить:

- можно или нет двум пунктам поставки продуктов предъявить сертификат качества?
- одинакова ли квалификации обоих лаборантов (то есть отличаются ли у них значимо результаты анализов)?
- сколько образцов достаточно брать для испытаний на первом и втором пунктах?

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации:

8 семестр – зачет

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
8 семестр		
1. Случайные события		
Основные понятия теории вероятностей. Определения вероятности.	1. Основные понятия теории вероятностей: испытание и событие. Виды случайных событий. 2. Классическое определения вероятности. 3. Относительная частота. Статистическое определение вероятности. 4. Геометрические вероятности.	1. В коробке шесть одинаковых пронумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все шесть кубиков. Найти вероятность того, что кубики появятся в возрастающем порядке. 2. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры. 3. Для определения всхожести пшеницы посеяли две серии по 200 зерен. Получено

		соответственно 189 и 193 всхода. Какова относительная частота всхожести в каждой серии? Чему равна процентная всхожесть пшеницы? 4. На плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых 5 и 10 см соответственно. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет также и в кольцо, образованное построенными окружностями.
Теоремы сложения и умножения вероятностей.	5. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Полная группа событий. Противоположные события. 6. Произведение событий. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. 7. Вероятность появления хотя бы одного события.	1. Круговая мишень состоит из трех зон. Вероятность попадания в первую зону при одном выстреле 0,15, во вторую – 0,23, в третью – 0,17. Найти вероятность промаха. 2. Игральная кость брошена четыре раза. Найти вероятность того, что каждый раз выпала цифра 1. 3. Вероятность хотя бы одного попадания стрелком в мишень при трех выстрелах равна 0,875. Найти вероятность попадания при одном выстреле.
Следствия теорем сложения и умножения вероятностей.	8. Следствия теорем сложения и умножения вероятностей: теорема сложения вероятностей совместных событий; формула полной вероятности. 9. Формулы Байеса.	1. В вычислительной лаборатории имеются 6 клавишных автоматов и 4 полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равна 0,95; для полуавтомата эта вероятность равна 0,8. Студент производит расчет на наудачу выбранной машине. Найти вероятность того, что до окончания расчета машина не выйдет из строя. 2. В некотором коллективе среди мужчин курящих 30%, среди женщин курящих 10%. Наугад выбранное лицо курит. По данной информации найти процентное соотношение мужчин и женщин в этом коллективе.
Повторение испытаний.	10. Повторение испытаний. Формула Бернулли. 11. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.	1. У шести животных имеется заболевание, причем вероятность выздоровления равна 0,98. Какова вероятность того, что: а) выздоровят все шестеро животных; б) не выздоровит ни одного; в) выздоровят только пятеро? 2. Найти приближенно вероятность того, что при 400 испытаниях событие наступит ровно 104 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,2.
2. Случайные величины		
Случайные величины. Задание дискретной случайной величины.	12. Виды случайных величин. Дискретная случайная величина (ДСВ). Закон распределения вероятностей ДСВ. 13. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.	1. Стрелок производит три выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,4. За каждое попадание стрелку засчитывается 5 очков. Построить ряд распределения числа выбитых очков. 2. Среди семян ржи имеется 0,4% семян сорняков. Какова вероятность при случайном

	Геометрическое распределение. Гипергеометрическое распределение.	отборе 5000 семян обнаружить 5 семян сорняков?								
Числовые характеристики дискретной случайной величины.	14. Числовые характеристики ДСВ: математическое ожидание; дисперсия; среднее квадратическое отклонение. 15. Свойства числовых характеристик. Вероятностный смысл математического ожидания.	1. ДСВ X принимает три возможных значения: $x_1=4$ с вероятностью $p_1=0,5$; $x_2=6$ с вероятностью $p_2=0,3$ и x_3 с вероятностью p_3 . Найти значения x_3 и p_3 , зная, что $M(X)=8$. 2. Найти математическое ожидание СВ $Z=X+2Y$, если известны математические ожидания СВ X и Y : $M(X)=5$, $M(Y)=3$.								
Закон больших чисел.	16. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Сущность теоремы Чебышева. 17. Теорема Бернулли.	1. Вероятность появления события A в каждом испытании равна $\frac{1}{2}$. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что число X появлений события A заключено в пределах от 40 до 60, если будет произведено 100 независимых испытаний. 2. Дано: $P(X - M(X) < \varepsilon) \geq 0,9$ и $D(X) = 0,009$. Используя неравенство Чебышева, оценить ε снизу.								
Непрерывная случайная величина. Функция распределения вероятностей случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.	18. Непрерывная случайная величина (НСВ). Функция распределения вероятностей случайной величины. График функции распределения. 19. Плотность распределения вероятностей НСВ. Вероятность попадания НСВ в заданный интервал. Свойства плотности распределения. 20. Закон равномерного распределения вероятностей.	1. СВ задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0; \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$ Найти вероятность того, что в результате четырех независимых испытаний величина X ровно три раза примет значение, принадлежащее интервалу $(0,25, 0,75)$. 2. ДСВ X задана законом распределения <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td>X</td><td>2</td><td>6</td><td>10</td></tr><tr><td>p</td><td>0,5</td><td>0,4</td><td>0,1</td></tr></table> Построить график функции распределения этой величины. 3. Производится один опыт, в котором может появиться или не появиться событие A . Вероятность события A равна 0,3. СВ X – число появлений события A в опыте. Найти её функцию распределения.	X	2	6	10	p	0,5	0,4	0,1
X	2	6	10							
p	0,5	0,4	0,1							
Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Законы распределения непрерывной случайной величины.	21. Числовые характеристики НСВ: мода, медиана, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. 22. Показательное распределение. Нормальное распределение.	1. СВ X задана плотностью распределения $f(x)=2x$ в интервале $(0; 1)$; вне этого интервала $f(x)=0$. Найти математическое ожидание. 2. СВ X распределена нормально. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение X соответственно равны 20 и 10. Найти вероятность того, что отклонение по абсолютной величине будет меньше трех.								
Система двух случайных	23. Система двух случайных величин. Закон	1. Задана функция распределения двумерной СВ:								

<p>величин. Условные законы распределения.</p>	<p>распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. 24. Функция распределения двумерной случайной величины, её свойства. Двумерная плотность вероятности. 25. Условные законы распределения составляющих системы дискретных случайных величин и системы непрерывных случайных величин.</p>	$F(x, y) = \begin{cases} \sin x \cdot \sin y & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{при } x < 0 \text{ или } y < 0 \end{cases}$ <p>Найти вероятность попадания случайной точки (X, Y) в прямоугольник, ограниченный прямыми $x = 0, x = \frac{\pi}{4}, y = \frac{\pi}{6}, y = \frac{\pi}{3}$.</p> <p>2. Задана функция распределения двумерной СВ:</p> $F(x, y) = \begin{cases} 1 - 3^{-x} - 3^{-y} + 3^{-x-y} & \text{при } x \geq 0, y \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0 \text{ или } y < 0 \end{cases}$ <p>Найти двумерную плотность вероятности системы $f(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.</p> <p>3. Задано распределение вероятностей дискретной двумерной СВ:</p> <table border="1" data-bbox="847 752 1370 891"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Y</th> <th colspan="3">X</th> </tr> <tr> <th>3</th> <th>10</th> <th>12</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>4</td> <td>0,17</td> <td>0,13</td> <td>0,25</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0,10</td> <td>0,30</td> <td>0,05</td> </tr> </tbody> </table> <p>Найти законы распределения составляющих X и Y.</p>	Y	X			3	10	12	4	0,17	0,13	0,25	5	0,10	0,30	0,05																								
Y	X																																								
	3	10	12																																						
4	0,17	0,13	0,25																																						
5	0,10	0,30	0,05																																						
<p>Числовые характеристики системы двух случайных величин.</p>	<p>26. Числовые характеристики систем двух случайных величин. 27. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Линейная корреляция.</p>	<p>1. Закон распределения двумерной ДСВ задан таблицей:</p> <table border="1" data-bbox="847 1028 1370 1167"> <thead> <tr> <th rowspan="2">X</th> <th colspan="3">Y</th> </tr> <tr> <th>-1</th> <th>0</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0,15</td> <td>0,40</td> <td>0,05</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0,20</td> <td>0,10</td> <td>0,10</td> </tr> </tbody> </table> <p>Найти коэффициент корреляции r_{xy}.</p> <p>2. Двумерная СВ (X, Y) задана законом распределения:</p> <table border="1" data-bbox="847 1285 1390 1458"> <thead> <tr> <th rowspan="2">X</th> <th colspan="4">Y</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0,07</td> <td>0,04</td> <td>0,11</td> <td>0,11</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0,08</td> <td>0,11</td> <td>0,06</td> <td>0,08</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0,09</td> <td>0,13</td> <td>0,10</td> <td>0,02</td> </tr> </tbody> </table> <p>Проверить, зависимы ли X и Y.</p>	X	Y			-1	0	1	0	0,15	0,40	0,05	1	0,20	0,10	0,10	X	Y				1	2	3	4	1	0,07	0,04	0,11	0,11	2	0,08	0,11	0,06	0,08	3	0,09	0,13	0,10	0,02
X	Y																																								
	-1	0	1																																						
0	0,15	0,40	0,05																																						
1	0,20	0,10	0,10																																						
X	Y																																								
	1	2	3	4																																					
1	0,07	0,04	0,11	0,11																																					
2	0,08	0,11	0,06	0,08																																					
3	0,09	0,13	0,10	0,02																																					
3. Математическая статистика. Выборочный метод																																									
<p>Генеральная и выборочная совокупности. Выборочный метод.</p>	<p>28. Генеральная и выборочная совокупности. Выборочный метод. Статистическое распределение выборки. 29. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.</p>	<p>1. В течение 25 дней фиксировалось количество обратившихся за экстренной врачебной помощью. В результате получена выборка объема $n = 25$ элементов: 1, 0, 4, 2, 3, 5, 2, 4, 0, 1, 8, 5, 2, 4, 3, 3, 2, 5, 1, 3, 2, 5, 1, 3, 2. Требуется: а) представить выборку в виде вариационного ряда; б) представить выборку в виде статистического ряда; в) найти эмпирическую функцию распределения.</p>																																							
<p>Выборочные показатели.</p>	<p>30. Выборочные показатели: выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение.</p>	<p>Найти выборочную среднюю по следующим данным: а) длина крыла у 6 пчел (мм): 9,68; 9,81; 9,77; 9,60; 9,61; 9,55; б) длина листьев садовой земляники (см): 5,2; 5,6; 7,1; 6,6; 8,6; 8,2; 7,7; 7,8.</p>																																							
<p>Статистические</p>	<p>31. Статистические оценки</p>	<p>1. По выборке объема $n = 51$ найдена</p>																																							

оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки.	параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. 32. Точечные и интервальные оценки.	выборочная дисперсия $D_B = 5$. Найти исправленную дисперсию. 2. В итоге четырех измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок прибора.
4. Статистические гипотезы и критерии их проверки		
Проверка статистических гипотез. Параметрические и непараметрические критерии.	33. Проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Общая задача проверки гипотезы. Критическая область. 34. Параметрические и непараметрические критерии.	1. По данным 16 независимых равнооточных измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений $\bar{x}_B = 42,8$ и исправленное среднее квадратическое отклонение $s = 8$. Оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью $\gamma = 0,999$. 2. По двум независимым выборкам, объемы которых $n_1 = 14$ $n_2 = 10$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y , найдены исправленные выборочные дисперсии $s_X^2 = 0,84$ $s_Y^2 = 2,52$. При уровне значимости $\alpha = 0,1$ проверить нулевую гипотезу $H_0: D(X) = D(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе $H_a: D(X) \neq D(Y)$.
Сравнение дисперсий. Сравнение средних. Проверка гипотезы о нормальном распределении.	35. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. Сравнение двух средних генеральных совокупностей. 36. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности (критерий Пирсона).	1. По двум независимым выборкам, объемы которых $n_1 = 10$ $n_2 = 8$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены выборочные средние: $\bar{x} = 142,3$ и $\bar{y} = 145,3$ и исправленные дисперсии: $s_X^2 = 2,7$ $s_Y^2 = 3,2$. При уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу $H_0: M(X) = M(Y)$ при конкурирующей гипотезе $H_a: M(X) \neq M(Y)$. 2. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 установить, случайно или значимо расхождение между эмпирическими частотами n_i и теоретическими частотами n'_i , которые вычислены, исходя из гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности X
5. Анализ и построение зависимостей		
Корреляционно-регрессионный анализ.	37. Корреляционно-регрессионный анализ. Условные средние. Выборочное уравнение регрессии. 38. Корреляционная таблица. Выборочный коэффициент корреляции. Выборочное корреляционное отношение.	1. Найти выборочное уравнение регрессии $\bar{y}_x = Ax^2 + Bx + C$ и выборочное корреляционное отношение η_{yx} по данным, приведенным в корреляционной таблице 2. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляционной таблице
Однофакторный дисперсионный	39. Однофакторный дисперсионный анализ. 40. Факторная	1. Произведено по восемь испытаний на каждом из шести уровней фактора F . Методом дисперсионного анализа при уровне

анализ	остаточная дисперсии. Сравнение нескольких средних.	значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми дисперсиями. Результаты испытаний приведены в таблице 2. Произведено по семь испытаний на каждом из четырех уровней фактора F . Методом дисперсионного анализа при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми дисперсиями. Результаты испытаний приведены в таблице.
--------	--	--

Составитель (и): Долматова Т.А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))