

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кемеровский государственный университет»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт  
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Кемеровский государственный университет»  
Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан ФИМЭ  
А.В. Фомина  
«10» февраля 2023 г.

### **Рабочая программа дисциплины**

К.М.06.01 Дискретная математика

Направление подготовки

Прикладная информатика

Направленность (профиль) подготовки

09.03.03 Прикладная информатика в образовании

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника  
*бакалавр*

Форма обучения  
*Заочная*

Год набора 2023

Новокузнецк 2023

## Оглавление

1	Цель дисциплины .....	3
1.1	Формируемые компетенции .....	3
1.2	Индикаторы достижения компетенций .....	3
1.3	Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине .....	4
2	Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации .....	4
3	Учебно-тематический план и содержание дисциплины .....	5
3.1	Учебно-тематический план .....	5
3.2	Содержание занятий по видам учебной работы .....	7
4	Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации .....	10
5	Учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	11
5.1	Учебная литература .....	11
5.2	Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины .....	12
5.3	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы .....	12
6	Иные сведения и (или) материалы .....	13
6.1	Примерные темы письменных учебных работ .....	13

## 1 Цель дисциплины

*Целью изучения дисциплины* является формирование системы фундаментальных знаний о понятиях и методах дискретной математики; приобретение практических умений и навыков, необходимых для решения задач, возникающих в профессиональной деятельности.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция

**ОПК-1.** Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

### 1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Общепрофессиональная		<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

### 1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональ-	ОПК 1.1. Применяет физические законы и положения общетехнических дисциплин для моделирования прикладных и информационных процессов.  ОПК 1.2. Применяет методы высшей и дискретной математики для моделирования прикладных и ин-	Б1.О.08 Математика; Б1.О.11 Теория вероятностей и математическая статистика; Б1.О.13 Вычислительная математика; Б1.О.14 Физика; Б1.О.21 Математическое и имитационное моделирование экономических процессов; Б2.О.03(П) Проектно-технологическая практика;

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ной деятельности.	формационных процессов.  ОПК 1.3. Применяет методы теории вероятности и математической статистики для моделирования прикладных и информационных процессов.	Б2.О.04(Пд) Преддипломная практика; Б3.01(Д) Выпускная квалификационная работа.

### 1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК 1.2. Применяет методы высшей и дискретной математики для моделирования прикладных и информационных процессов.	Знать: основные факты, концепции и принципы дискретной математики. Уметь: грамотно пользоваться языком дискретной математики; строго доказывать математические утверждения из области дискретной математики, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; решать конкретные задачи из области своей профессиональной деятельности с использованием дискретной математики выбирает и применяет математические методы и методы моделирования, необходимые для решения поставленных задач. Владеть: - способностью разрабатывать и преобразовывать математические модели явлений, процессов и систем с целью их эффективной программно-аппаратной реализации и применения в научных исследованиях, проектной деятельности, управлении технологическими, социальными системами

## 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Фор-

## мы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины			252
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)			26
Аудиторная работа (всего):			26
в том числе:			
лекции			10
практические занятия, семинары			16
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме			
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):			
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)			13
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)			213
4 Промежуточная аттестация обучающегося	5 семестр – зачет 6 семестр – экзамен		

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план заочной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоемкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			лекц.	практ.	СРС	лекц.	практ.	СРС	
<b>Семестр 1</b>									
	<b>1. Теория множеств и отношений</b>								

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
1	1.1 Множества. Способы задания. Операции над множествами. Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями.	46				2	4	40	Контрольная работа № 1
	<b>2. Элементы математической логики</b>								
2	2.1 Высказывания. Основные операции над высказываниями. Основные равносильности и законы алгебры логики. Нормальные формы. Предикаты. Кванторы	46				2	4	40	Контрольная работа № 2
<b>Семестр 2</b>									
	<b>3. Комбинаторика</b>								
3	3.1 Основные законы комбинаторики. Основные формулы комбинаторики. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты.	46				2	4	40	Контрольная работа № 3
	<b>4. Теория графов</b>								
4	4.1 Определения графов. Элементы графов. Виды графов и операции над графами. Способы задания графов.	50				2	2	46	Контрольная работа № 4
5	4.2 Компоненты связности графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья и леса. Раскраска графов.	51				2	2	47	Контрольная работа № 4
	Контроль	13							
	Промежуточная аттестация								зачет, экзамен
ВСЕГО		252				10	16	213	

### 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
<b>Семестр 1</b>		
<i>Содержание лекционного курса</i>		
<b>1</b>	<b><i>Теория множеств и отношений</i></b>	
1.1	Множества. Способы задания. Операции над множествами. Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями.	Понятие множества. Основные определения. Способы задания: перечисление элементов, характеристическое свойство. Конечные множества. Основные операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение, разность. Декартово произведение. Декартова степень. Диаграммы Эйлера-Венна. Бинарные отношения и их свойства. Эквивалентности и разбиения множества, фактор-множество. Отношения порядка.
<b>2</b>	<b><i>Элементы математической логики</i></b>	
2.1	Высказывания. Основные операции над высказываниями. Основные равносильности и законы алгебры логики. Нормальные формы. Предикаты. Кванторы.	Понятие высказывания. Основные логические операции над высказываниями (дизъюнкция (логическое сложение), конъюнкция (логическое умножение), импликация, эквиваленция, отрицание). Понятие формулы логики. Таблица истинности и методика ее построения. Тождественно истинные формулы, тождественно ложные формулы. Равносильные формулы. Законы логики. Методика упрощения формул логики с помощью равносильных преобразований. Понятие элементарной конъюнкции (элементарного произведения); понятие дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ). Методика построения таблицы истинности для ДНФ упрощенным методом. Понятие элементарной дизъюнкции (элементарной суммы), понятие конъюнктивной нормальной формы (КНФ). Понятие совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ). Понятие конъюнктивной нормальной формы (СКНФ). Понятие предиката: теоретико-множественный и логический подходы. Область определения и область истинности предиката. Операции над предикатами. Кванторы. Формулы логики предикатов. Свободные и связанные переменные. Логический вывод. Классификация формул алгебры предикатов. Тавтология алгебры предикатов. Приведенная форма для алгебры предикатов. Исчисление предикатов. Модели исчисления предикатов. Формализация предложений с помощью логики предикатов.
<i>Содержание практических занятий</i>		
<b>1</b>	<b><i>Теория множеств и отношений</i></b>	
1.1	Множества. Способы	Применение аппарата теории множеств к решению со-

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	задания. Операции над множествами.	держательных задач. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна. Решение разноуровневых заданий и задач.
1.2	Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями.	Исследование бинарных отношений на свойства. Решение разноуровневых заданий и задач.
<b>2</b>	<b><i>Элементы математической логики</i></b>	
2.1	Высказывания. Основные операции над высказываниями. Основные равносильности и законы алгебры логики.	Построение таблиц истинности. Решение разноуровневых заданий и задач. Упрощение формул. Проверка формул на равносильность с помощью таблиц истинности и законов алгебры высказываний.
2.2	Нормальные формы. Предикаты и кванторы.	Приведение формул алгебры высказываний к ДНФ и КНФ, к СДНФ и СКНФ. Решение разноуровневых практических заданий. Построение области истинности предикатов; проверка равносильности предикатов на множествах $N, Z, Q, R$ ; определение являются ли предикаты логическими следствиями других предикатов.
	Промежуточная аттестация - <i>зачет</i>	
	<b>Семестр 2</b>	
	<i>Содержание лекционного курса</i>	
<b>3</b>	<b><i>Комбинаторика</i></b>	
3.1	Основные законы комбинаторики. Основные формулы комбинаторики. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты.	Принцип метода математической индукции. Некоторые разновидности (модификации) метода математической индукции. Правило суммы. Правило произведения. Метод включения и исключения. Размещения, перестановки, сочетания без повторений и с повторениями. Основные определения и вывод формул. Формула Бинома Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Основные тождества с биномиальными коэффициентами. Треугольник Паскаля. Некоторые применения биннома Ньютона. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты. Применение полиномиальной формулы.
<b>4</b>	<b><i>Теория графов</i></b>	
4.1	Определения графов. Элементы графов. Виды графов и операции над графами. Способы задания графов.	История теории графов. Прикладные задачи: задача о Кёнигсбергских мостах; задача о трёх домах и трёх колодцах; задача о четырёх красках. Основное определение. Смежность. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы и гиперграфы. Изоморфизм графов. Подграфы. Валентность. Маршруты, цепи, циклы. Связность. Расстояние между вершинами, ярусы и диаметр графа. Эксцентриситет и центр. Виды графов: тривиальный, полный, клика. Двудольные графы. Направленные орграфы и сети. Диаграммы. Матрица смежности. Матрица инцидентий. Списки смежности. Массив дуг. Обходы графов. Основные операции над графами: удаление вершины, добавление вершины, удаление ребра, добавление ребра, дополнение графа, объединение графов, пересечение

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		графов, соединение графов.
4.2	Компоненты связности графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья и леса. Раскраска графов.	Объединение графов и компоненты связности. Точки сочленения, мосты и блоки. Вершинная и рёберная связность. Оценка числа рёбер через число вершин и число компонент связности. Эйлеровы циклы. Эйлеровы графы. Эйлеровость графа. Критерий эйлеровости. Алгоритм построения эйлерова цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы циклы. Гамильтонов граф. Задача Коммивояжёра. Свободные деревья. Основные свойства деревьев. Центр дерева. Ориентированные деревья. Упорядоченные деревья. Бинарные деревья. Выровненные и полные деревья. Хроматическое число. Хроматическое число графа и его дополнения. Точный алгоритм раскрашивания. Приближённый алгоритм последовательного раскрашивания. Теорема о пяти красках.
<i>Содержание практических занятий</i>		
<b>3</b>	<b><i>Комбинаторика</i></b>	
3.1	Основные законы комбинаторики. Основные формулы комбинаторики.	Доказательства методом математической индукции. Решение практических заданий с применением правила суммы, правила произведения и метода включения и исключения. Решение разноуровневых комбинаторных заданий с применением основных формул соединений комбинаторики: перестановок, размещений, сочетаний.
3.2	Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты.	Решение заданий с применением бинома Ньютона. Вычисление биномиальных коэффициентов по формуле и с использованием арифметического треугольника Паскаля. Решение задач с использованием полиномиальной формулы. Нахождение полиномиальных коэффициентов.
<b>4</b>	<b><i>Теория графов</i></b>	
4.1	Определения графов. Элементы графов. Виды графов и операции над графами. Способы задания графов.	Смежность. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы и гиперграфы. Изоморфизм графов. Решение практических заданий. Подграфы. Валентность. Маршруты, цепи, циклы. Связность. Расстояние между вершинами, ярусы и диаметр графа. Эксцентриситет и центр. Нахождение этих компонентов при решении практических заданий. Виды графов: тривиальный, полный, клика. Двудольные графы. Направленные орграфы и сети. Решение практических заданий. Диаграммы. Матрица смежности. Матрица инцидентий. Списки смежности. Массив дуг. Обходы графов. Задание графов различными способами. Применение основных операций над графами: удаление вершины, добавление вершины, удаление ребра, добавление ребра, дополнение графа, объединение графов, пересечение графов, соединение графов при решении практических заданий.
4.2	Компоненты связности графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья и леса. Раскраска графов.	Объединение графов и компоненты связности. Точки сочленения, мосты и блоки. Вершинная и рёберная связность. Оценка числа рёбер через число вершин и число компонент связности. Эйлеровы циклы. Эйлеровы графы. Эйлеровость графа. Критерий эйлеровости. Алгоритм по-

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		строения эйлера цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы циклы. Гамильтонов граф. Задача Коммивояжера. Свободные деревья. Основные свойства деревьев. Центр дерева. Ориентированные деревья. Упорядоченные деревья. Бинарные деревья. Выровненные и полные деревья. Хроматическое число. Хроматическое число графа и его дополнения. Точный алгоритм раскрашивания. Приближённый алгоритм последовательного раскрашивания. Теорема о пяти красках. Решение практических заданий.
	Промежуточная аттестация - экзамен	

#### 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
<b>5 семестр</b>				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	<b>80</b>	Лекционные занятия (конспект) (2 занятия)	<b>3 балла</b> - посещение 1 лекционного занятия	3 – 6
		Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (4 занятия).	<b>2 балла</b> - посещение 1 практического занятия <b>до 7 баллов</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	18 - 34
		Контрольные работы (2 работы)	<b>За одну КР:</b> <b>от 0 до 10 баллов</b> (выполнено менее 51% заданий) <b>от 10 до 14 баллов</b> (выполнено 51-67% заданий) <b>от 14 до 18 баллов</b> (выполнено 68 - 84% заданий) <b>от 18 до 20 баллов</b> (выполнено 85 - 100% заданий)	20 - 40
<b>Итого по текущей работе в семестре (41 балл – пороговое значение)</b>				<b>41 – 80</b>
Промежуточная аттестация (зачет)	<b>20</b>	Устный опрос	<b>10 баллов</b> (пороговое значение) <b>20 баллов</b> (максимальное значение)	10-20

<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				<b>10 – 20</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 баллов</b>				
<b>6 семестр</b>				
Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
<b>6 семестр</b>				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	<b>60</b>	Лекционные занятия (конспект) (3 занятия)	<b>3 балла</b> - посещение 1 лекционного занятия	3 – 9
		Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (4 занятия).	<b>2 балла</b> - посещение 1 практического занятия <b>до 4 баллов</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	14 - 21
		Контрольные работы (2 работы)	<b>За одну КР:</b> <b>от 0 до 7 баллов</b> (выполнено менее 51% заданий) <b>от 7 до 10 баллов</b> (выполнено 51-67% заданий) <b>от 10 до 13 баллов</b> (выполнено 68 - 84% заданий) <b>от 13 до 15 баллов</b> (выполнено 85 - 100% заданий)	14 - 30
<b>Итого по текущей работе в семестре (31 балл – пороговое значение)</b>				<b>31 – 60</b>
Промежуточная аттестация (экзамен)	<b>40</b>	Устный опрос	<b>20 баллов</b> (пороговое значение) <b>40 баллов</b> (максимальное значение)	20-40
<b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>				<b>20 – 40</b>
<b>Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 баллов</b>				

## 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Учебная литература

#### Основная учебная литература

1. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 193 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-07065-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/432994>.

#### Дополнительная учебная литература

1. Асеев Г. Г. Дискретная математика [Текст] : учебное пособие для вузов / Г. Г. Асеев, О. М. Абрамов, Д. Э. Ситников. - Ростов-на-Дону [и др.] : Феникс [и др.], 2003. - 143 с. (35 экз.)
2. Тишин В. В. Дискретная математика в примерах и задачах [Текст] : учебное пособие для вузов / В. В. Тишин. - Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2008. - 337 с. (15 экз.)

## 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

Дискретная математика	<p>216 Аудитория методики математического развития и обучения математике. Учебная аудитория (мультимедийная) для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- занятий лекционного типа;</li> <li>- занятий семинарского (практического) типа.</li> <li>- текущего контроля и промежуточной аттестации</li> </ul> <p>Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья.</p> <p>Оборудование для презентации учебного материала: стационарное - доска интерактивная, компьютер преподавателя, проектор, акустическая система, экран.</p> <p>Используемое программное обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET EndpointSecurity, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.;MozillaFirefox (свободно распространяемое ПО), GoogleChrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</p>	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом.1
-----------------------	---	--

## 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – крупнейший российский информационный портал в области науки, технологии, медицины и образования, содержащий рефераты и полные тексты - [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам - <http://window.edu.ru/>

## 6 Иные сведения и (или) материалы.

### 6.1. Примерные темы письменных учебных работ

#### Контрольная работа № 1

##### *Теория множеств и отношений*

Вариант (образец)

1. Даны множества  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  и  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ .  
Найти  $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ .
2. Найти множество всех подмножеств множества  $A = \{1, 2, 3\}$ .
3. Для данных множеств  $A = [2, 8]$  и  $B = (5, 9)$  найти  $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ . Изобразить все множества.
4. С помощью диаграмм Эйлера-Венна проверить, равны ли множества  $A \cup (B \cap C)$  и  $(A \cup B) \cap C$ .
5. Пусть универсальным множеством является множество точек плоскости. Требуется изобразить множества:  
 $A = \{(x, y) / x + y \leq 1, x, y \in R\}$ ,  $B = \{(x, y) / x + (y - 1) \leq 1, x, y \in R\}$ ,  
 $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .
6. Пусть имеется универсальное множество  $U$ . Бинарное отношение  $\rho$  задано следующим образом:  $\rho = \{(A, B) / A = B, A, B \subseteq U\}$ . Какими свойствами обладает данное бинарное отношение? Является ли данное отношение отношением эквивалентности, отношением порядка?

#### Контрольная работа № 2

##### *Элементы математической логики*

Вариант (образец)

1. Найти истинностное значение формул:
  - а)  $(5 < 10)$  ИЛИ  $(4 - \text{простое число})$
  - б)  $(10 : 5)$  И  $(4 - \text{нечетное число})$
  - в) ЕСЛИ  $(2 - \text{простое число})$ , ТО  $(2 : 3)$
  - г)  $(2 = 3)$  ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА  $(1 \leq 10)$
2. Построить таблицу истинности составного высказывания  
 $F = ((A \leftrightarrow B) \vee C) \wedge (A \rightarrow C)$
3. Следующие высказывания могут быть интерпретированы как составные. Указать элементарные высказывания их составляющие, написать формулы

данных высказываний и построить таблицы истинности. Указать, какие из высказываний равносильны.

1)  $F : A$  неверно сделал расчет или если  $B$  решил задачу правильно, то и  $C$  сделал это без ошибок.

2)  $F : A$  правильно решил задачу, то либо  $B$  ошибся, либо  $C$  сделал ее верно.

3)  $F : A$  неверно решил задачу, либо  $B$  решил ее верно в том и только в том случае, если  $C$  решил ее верно.

4. Указать множество наборов, удовлетворяющих уравнению:

$$F = ((A \wedge B) \rightarrow (B \wedge C)) \vee A \vee B \vee C = \text{Л}$$

5. Изобразить множества истинности предикатов

а)  $P(x) : x + 3 = 4, x \in R$

б)  $Q(x, y) : 2x + 3y \geq 5, x, y \in R$

в)  $E(x, y) : 0 < x + y < 2, x, y \in R$

г)  $H(x, y, z) : x + y \leq z, x, y, z \in R$

### Контрольная работа № 3

#### Комбинаторика

Вариант (образец)

1. В отделе научно-исследовательского института работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык, 6 человек знают английский язык, 6 – немецкий, 7 – французский, 4 знают английский и немецкий, 3 – немецкий и французский, 2 – французский и английский, 1 человек знает все три языка. Сколько человек работают в отделе? Сколько из них знают только английский язык? Сколько знают только один язык?

2. Решить уравнение  $C_{x+1}^{x-2} + 2C_{x-1}^3 = 7(x-1)$ ;

3. Номер автомобильного прицепа состоит из двух букв и четырех цифр. Сколько различных номеров можно составить, используя 30 букв и 10 цифр?

4. Сколько “слов” можно получить, переставляя буквы слова “парабола”?

В классе обучаются 42 ученика. Из них 16 участвуют в секции по легкой атлетике, 24 – в футбольной секции, 15 – в шахматной секции, 11 – и в секции по легкой атлетике и в футбольной, 8 – и в легкоатлетической, и в шахматной, 12 – и в футбольной и в шахматной, а 6 – во всех трех секциях. Остальные школьники увлекаются только туризмом. Сколько школьников являются туристами?

5. При каком значении  $x$  четвертое слагаемое разложения  $(\sqrt{2^{x-1}} + \sqrt[3]{2^{-x}})^m$  в 20 раз больше  $m$ , если биномиальный коэффициент четвертого слагаемого относится к биномиальному коэффициенту второго слагаемого как 5:1?

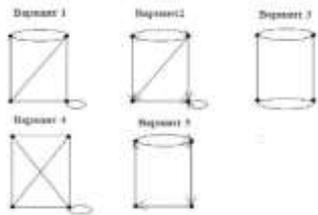
6. Раскрыть скобки в выражении  $(x + y + z)^5$ .

### Контрольная работа № 4

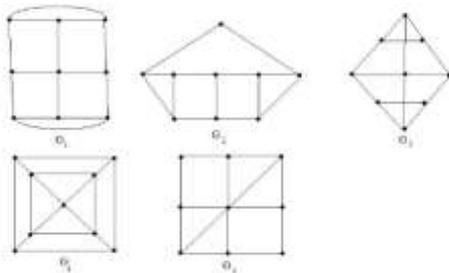
#### Теория графов

Вариант (образец)

1. Задать граф множествами вершин и ребер, матрицами инцидентности, смежности, списком ребер. Найти степени вершин графа.

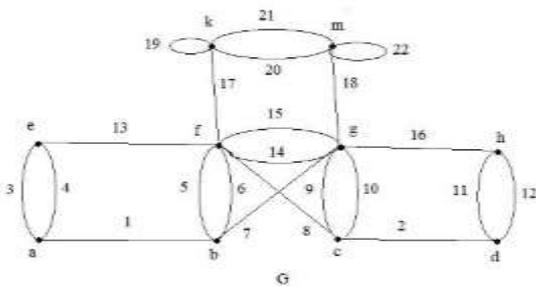


2. Задать граф матрицей смежности

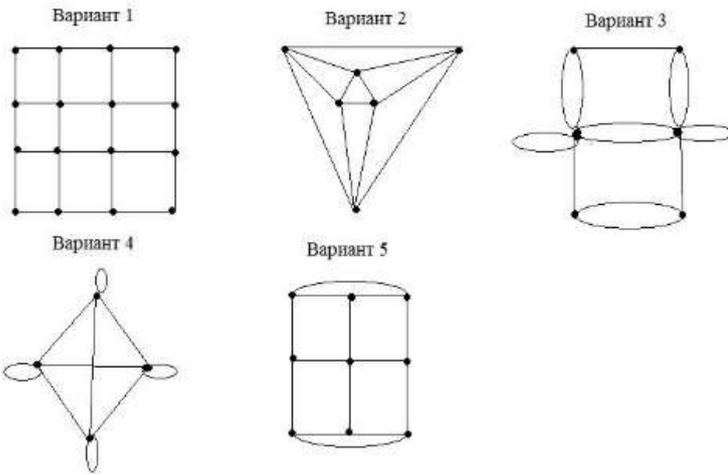


3. Определить, является ли следующая часть  $H_i$  графа  $G$  подграфом, суграфом, покрывающим суграфом. Найти  $\overline{H_i} (i = \overline{1, 10})$ .

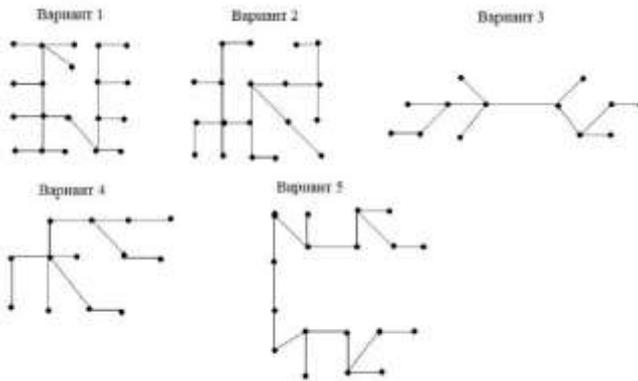
$$V(H_1) = \{a, b, e, f\}, E(H_1) = \{1, 3, 4, 6\};$$



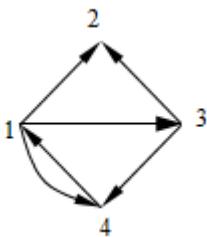
4. Имеет ли граф эйлеров цикл (цепь)? Каковы расстояния между вершинами? Какие вершины являются центрами? Найти радиус графа.



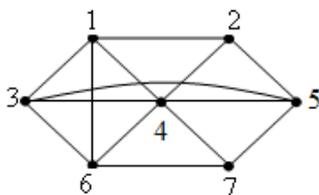
5. Сколько вершин максимального типа имеется в графе? Каково цикломатическое число графа? Каково хроматическое число графа?



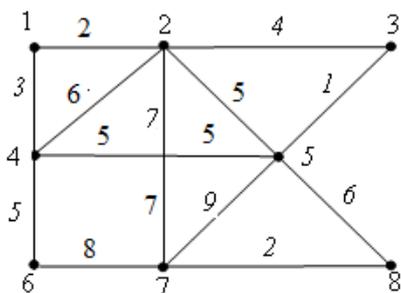
6. С помощью матрицы смежности найти компоненты сильной связности орграфа



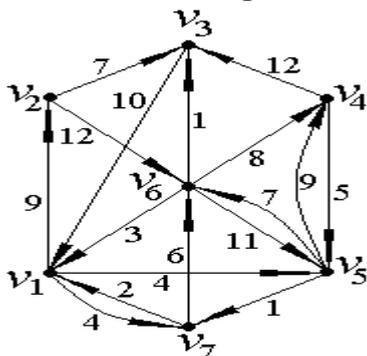
7. Найти эйлерову цепь.



8. Найти минимальное оставное дерево



9. Найти минимальный путь в нагруженном графе по методу Форда-Беллмана из вершины в вершину 1.



## 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 – Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

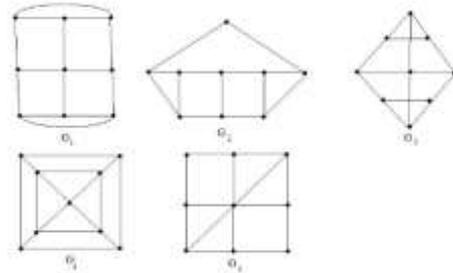
Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
<b>5 семестр</b>		
<b>1. Теория множеств и отношений</b>		
1.1 Множества. Способы задания. Операции над множествами. Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями.	1. Понятие множества. Основные определения. 2. Способы задания: перечисление элементов, характеристическое свойство. Конечные множества. 3. Основные операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение, разность. 4. Декартово произведение. Декартова степень. Диаграммы Эйлера-Венна. 5. Бинарные отношения и их свойства. 6. Эквивалентности и разбиения множества, факторное множество. Отношения порядка.	1. Пусть универсальное множество $U$ – множество всех студентов; $A$ – множество всех студентов старше 20 лет; $B$ – множество студентов обучающихся на 3, 4 и 5 курсах; $C$ – множество студентов юридического факультета. Каков содержательный смысл каждого из следующих множеств: а) $A \cap B \cap C$ ; б) $A \cup (B \cap C)$ ; в) $B \setminus C$ ; г) $C \setminus B$ . 2. Задано бинарное отношение $\rho = \left\{ \frac{(a,b)}{a} = b^2, a, b \in N \right\}$ Какими свойствами обладает данное бинарное отношение? Является ли оно отношением эквивалентности, отношением порядка? 3. Даны множества $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Найти $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ . 2. Среди 100 деталей прошли обработку на первом станке 42 штуки, на втором – 30 штук, а на третьем – 28. причем на первом и втором

		<p>станках обработано 5 деталей, на первом и третьем – 10 деталей, на втором и третьем – 8 деталей, на всех трех станках обработано 3 детали. Сколько деталей обработано только на первом станке и сколько деталей не обработано ни на одном из станков?</p> <p>4. Пусть имеется универсальное множество <math>U</math>. Бинарное отношение <math>\rho</math> задано следующим образом: <math>\rho = \{(A, B) / A = B, A, B \subseteq U\}</math>. Какими свойствами обладает данное бинарное отношение? Является ли данное отношение отношением эквивалентности, отношением порядка?</p> <p>5. На множестве <math>R</math> бинарное отношение <math>\rho</math> задано следующим образом: <math>\rho = \{(x, y) / (x - y) \in Q, x, y \in R\}</math>. Докажите, что <math>\rho</math> – отношение эквивалентности.</p>
<b>2. Элементы математической логики</b>		
<p>2.1 Высказывания. Основные операции над высказываниями. Основные равносильности и законы алгебры логики. Нормальные формы. Предикаты. Кванторы.</p>	<p>7. Понятие высказывания. Основные логические операции над высказываниями (дизъюнкция (логическое сложение), конъюнкция (логическое умножение), импликация, эквиваленция, отрицание).</p> <p>8. Понятие формулы логики. Таблица истинности и методика ее построения. Тожественно истинные формулы, тождественно ложные формулы.</p> <p>9. Равносильные формулы. Законы логики.</p> <p>10. Методика упрощения формул логики с помощью равносильных преобразований.</p> <p>11. Понятие элементарной конъюнкции (элементарного произведения); понятие дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ). Методика построения таблицы истинности для ДНФ упрощенным методом.</p> <p>12. Понятие элементарной дизъюнкции (элементарной суммы), понятие конъюнктивной нормальной формы (КНФ).</p> <p>13. Понятие совершенной дизъюнктивной нормальной формы (СДНФ). Понятие конъюнктивной нормальной формы (СКНФ).</p> <p>14. Понятие предиката:</p>	<p>1. Построить таблицу истинности составного высказывания <math>F = ((A \leftrightarrow B) \vee C) \wedge \overline{(A \rightarrow C)}</math>.</p> <p>2. Следующие высказывания могут быть интерпретированы как составные. Указать элементарные высказывания их составляющие, написать формулы данных высказываний и построить таблицы истинности. Указать, какие из высказываний равносильны.</p> <p><math>F_1</math> : <math>A</math> неверно сделал расчет или если <math>B</math> решил задачу правильно, то и <math>C</math> сделал это без ошибок.</p> <p><math>F_2</math> : Если <math>A</math> правильно решил задачу, то либо <math>B</math> ошибся, либо <math>C</math> сделал ее верно.</p> <p><math>F_3</math> : Либо <math>A</math> неверно решил задачу, либо <math>B</math> решил ее верно в том и только в том случае, если <math>C</math> решил ее верно.</p> <p>3. Проверить равносильность двух формул</p> $F_1 = (A \rightarrow \overline{B}) \rightarrow (\overline{C} \rightarrow A) \text{ и}$ $F_2 = (B \rightarrow \overline{A}) \rightarrow (\overline{A} \rightarrow C).$ <p>4. При составлении расписания уроков учителя просили, чтобы уроки проходили в следующем порядке:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- геометрия первым или третьим уроком;</li> <li>- география – первым или вторым уроком;</li> <li>- русский язык – вторым или третьим уроком.</li> </ul> <p>Можно ли составить расписание таким образом, чтобы удовлетворить просьбы всех учителей.</p> <p>5. Построить КНФ для формулы <math>(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow \overline{x})</math>.</p> <p>6. Привести к совершенной ДНФ (СДНФ): <math>x \rightarrow (y \rightarrow z)</math>.</p> <p>7. Привести к совершенной КНФ (СКНФ): <math>x \wedge \overline{y} \wedge (x \rightarrow y)</math>.</p> <p>8. Среди следующих предложений указать предикаты. Для найденных предикатов записать, если это возможно, их множества истинности:</p>

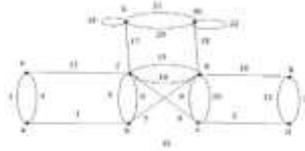
	<p>теоретико-множественный и логический подходы. Область определения и область истинности предиката. Операции над предикатами. Кванторы.</p> <p>15. Формулы логики предикатов. Свободные и связанные переменные. Логический вывод. Классификация формул алгебры предикатов.</p> <p>16. Тавтология алгебры предикатов. Приведенная форма для алгебры предикатов. Исчисление предикатов. Модели исчисления предикатов. Формализация предложений с помощью логики предикатов.</p>	<p>а) <math>x - 2 = 3, x \in R,</math>          б) при <math>x = 1</math> выполняется равенство <math>x^3 = 5,</math>          в) <math>x^2 - 4x + 4 = 0, x \in R.</math></p> <p>9. Пусть предикаты <math>P(x, y), Q(x, y),</math> заданы на множестве <math>M = M_1 \times M_2 \subseteq R^2.</math> Изобразить с помощью диаграмм Эйлера-Венна множества истинности следующих предикатов:</p> <p>а) <math>P(x) \wedge Q(x);</math>          б) <math>P(x) \vee Q(x).</math></p> <p>10. Выясните, равносильны ли на множествах <math>R, Q, Z, N</math> следующие предикаты:</p> $P(x): \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+2} = 0 \text{ и}$ $Q(x): \sqrt{x^2-4} = 0.$
<b>4. Комбинаторика</b>		
<p>4.1 Основные законы комбинаторики. Основные формулы комбинаторики. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты.</p>	<p>17. Принцип метода математической индукции. Некоторые разновидности (модификации) метода математической индукции.</p> <p>18. Правило суммы. Правило произведения. Метод включения и исключения.</p> <p>19. Размещения, перестановки, сочетания без повторений.</p> <p>20. Размещения, перестановки, сочетания с повторениями.</p> <p>21. Формула Бинома Ньютона. Биномиальные коэффициенты.</p> <p>22. Треугольник Паскаля. Применения бинома Ньютона.</p> <p>23. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты.</p> <p>24. Применение полиномиальной формулы.</p>	<p>1. В отделе научно-исследовательского института работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык, 6 человек знают английский язык, 6 – немецкий, 7 – французский, 4 знают английский и немецкий, 3 – немецкий и французский, 2 – французский и английский, 1 человек знает все три языка. Сколько человек работают в отделе? Сколько из них знают только английский язык? Сколько знают только один язык?</p> <p>2. Сколько чисел среди первой тысячи натуральных чисел не делятся ни на 2, ни на 3, ни на 5, ни на 7?</p> <p>3. Решить уравнение.</p> $A_{x+1}^{x-1} + 2P_{x-1} = \frac{30}{7} P_x;$ <p>4. Номер автомобильного прицепа состоит из двух букв и четырех цифр. Сколько различных номеров можно составить, используя 30 букв и 10 цифр?</p> <p>5. В биномиальном разложении <math>\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}</math> найти член разложения, не содержащий <math>x.</math></p> <p>6. Доказать, что выражение <math>2^{n+2} \cdot 3^n + 5n - 4</math> делится на 25.</p> <p>7. Раскрыть скобки в выражении <math>(x + y + z)^5</math></p> <p>8. Найти коэффициент при <math>x^5</math> в разложении <math>(2 + x^2 - x^3)^9.</math></p>
<b>5. Теория графов</b>		
<p>5.1 Определение графов. Элементы графов. Виды гра-</p>	<p>25. Определение графа. Смежность. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы и гипергра-</p>	<p>1. Изоморфны ли графы?</p>

фов и операции над графами. Способы задания графов.

фы.  
 26. Изоморфизм графов.  
 27. Подграфы. Валентность. Маршруты, цепи, циклы.  
 28. Связность. Расстояние между вершинами, ярусы и диаметр графа. Эксцентриситет и центр.  
 29. Виды графов: тривиальный, полный, клика.  
 30. Двудольные графы. Направленные орграфы и сети.  
 31. Диаграммы. Матрица смежности. Матрица инцидентий. Списки смежности. Массив дуг.  
 32. Обходы графов.  
 33. Операции над графами: удаление вершины, добавление вершины, удаление ребра, добавление ребра, дополнение графа.  
 34. Операции над графами: объединение графов, пересечение графов, соединение графов.



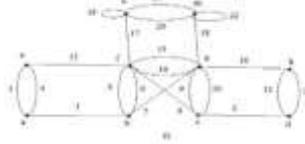
2. Для графа G на рис.1 определить степень вершины 4.



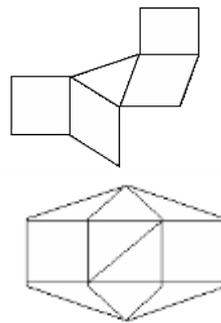
3. Определить, является ли следующая часть  $H_i$  графа G подграфом, суграфом, покрывающим суграфом.

4. Найти  $\overline{H_i} (i = \overline{1,10})$ .

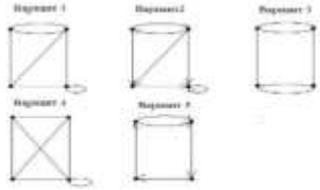
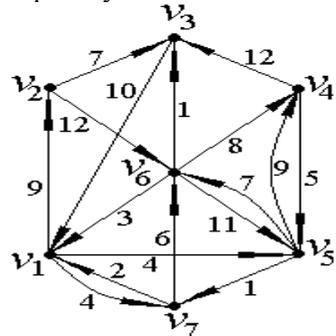
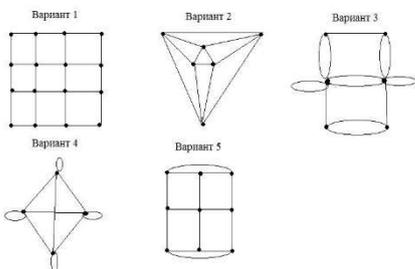
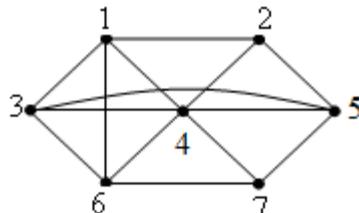
$V(H_1) = \{a, b, e, f\}, E(H_1) = \{1, 3, 4, 6\};$

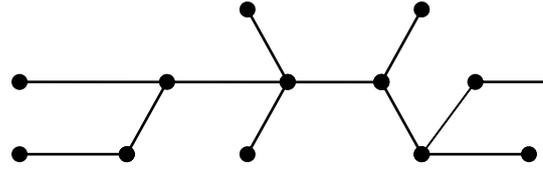


5. Даны графы G и H

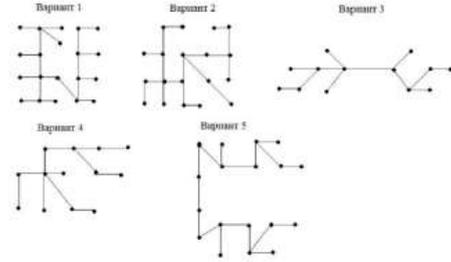


- составьте для G и H степенные последовательности;
- определите, являются ли данные графы полными, пустыми;
- определите число связности графов число реберной связности;
- укажите в графах все разделительные вершины, мосты;
- найдите радиус, диаметр и центр данного графа;
- распознайте, являются ли данные графы двудольными;
- распознайте, являются ли данные графы эй-

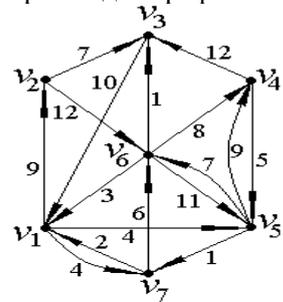
		<p>леровыми;</p> <p>3) распознайте, являются ли графы G и H изоморфными.</p> <p>6. Задать граф множествами вершин и ребер, матрицами инцидентности, смежности, списком ребер. Найти степени вершин графа.</p> 
<p>5.2 Компоненты связности графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья и леса. Раскраска графов.</p>	<p>35. Объединение графов и компоненты связности. Точки сочленения, мосты и блоки. Вершинная и реберная связность.</p> <p>36. Оценка числа ребер через число вершин и число компонент связности.</p> <p>37. Эйлеровы циклы. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Алгоритм построения эйлерова цикла в эйлеровом графе.</p> <p>38. Гамильтоновы циклы. Гамильтонов граф. Задача Коммивояжера.</p> <p>39. Свободные деревья. Основные свойства деревьев. Центр дерева. Ориентированные деревья.</p> <p>40. Упорядоченные деревья. Бинарные деревья. Выровненные и полные деревья.</p> <p>41. Хроматическое число графа и его дополнения.</p> <p>42. Точный алгоритм раскрашивания. Приближенный алгоритм последовательного раскрашивания. Теорема о пяти красках.</p>	<p>1. Найти минимальный путь в нагруженном графе по методу Форда-Беллмана из вершины в вершину 1.</p>  <p>2. Имеет ли граф эйлеров цикл (цепь)? Каковы расстояния между вершинами? Какие вершины являются центрами? Найти радиус графа.</p>  <p>3. Найти эйлерову цепь.</p>  <p>4. На рисунке дан граф G типа дерева. В этом графе вершина максимального типа есть вершина типа:</p> <p>1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.</p>



5. Сколько вершин максимального типа имеется в графе? Каково цикломатическое число графа? Каково хроматическое число графа?



6. Применить алгоритм последовательной раскраски для графа



Составитель: Долматова Т. А., доцент каф. МФММ

*(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))*