Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Новокузнецкий институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»

Факультет физико-математический и технолого-экономический
Профилирующая кафедра теории и методики преподавания информатики

УТВЕРЖДАЮ
Декан ФМ и ТЭФ
_____ И.И. Тимченко
«24» марта 2017г.

# Рабочая программа дисциплины

**Б 1.В.ОД.13 Численные методы**
*Код, название дисциплины /модуля*

Направление подготовки
44.03.05 Педагогическое образование
*Код, название направления / специальности*

Направленность (профиль) подготовки
Информатика и Физика

Уровень
Академический бакалавриат
*Бакалавриат/ магистратура / специалитет*

Форма обучения
Очная
*Очная, очно-заочная, заочная*

Год набора 2016

Новокузнецк, 2017

**Лист внесения изменений**

**Сведения об утверждении:**
утвержден (а) Ученым советом факультета
(протокол Ученого совета факультета *№ 6 от 3.03.2016 )*
на 2016 год набора
Одобрен (а) на заседании методической комиссии
протокол методической комиссии факультета № 6 от 18.02.2016 )
Одобрен (а) на заседании обеспечивающей кафедры
протокол № 7 от 16.02.2016 )
Можаров М.С. *(Ф. И.О. зав. кафедрой)* / _____ *(подпись)*

**Изменения по годам:**
*на год набора 2017*

---

утвержден (а) Ученым советом факультета
(протокол Ученого совета факультета № 7 от 16.03.2017 )
на 20____ год набора
Одобрен (а) на заседании методической комиссии
протокол методической комиссии факультета № *7* от *15.03.2017* )
Одобрен (а) на заседании обеспечивающей кафедры ТиМПИ
протокол № 8 от 02.03.2017 ) Можаров М.С. *(Ф. И.О. зав. кафедрой)* / _____
*(подпись)*

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) ..... 4
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата ..... 6
3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся ..... 6
3.1. Объём дисциплины по видам учебных занятий (в часах) ..... 6
4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий ..... 7
4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах) ..... 7
4.2 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) ..... 7
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине ..... 10
6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине ..... 12
6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине ..... 12
6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы ..... 12
6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций ..... 20
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины ..... 27
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины ..... 27
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины ..... 27
9.1 Методические рекомендации для студентов ..... 27
9.2 Методические рекомендации для преподавателей ..... 28
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости) ..... 29
10.1 Занятия, проводимые в интерактивных формах ..... 30
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине ..... 29
12. Иные сведения и (или) материалы ..... 29
12.1. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ..... 29
12.2. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине ..... 30

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

В результате освоения ООП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

| ***Коды компетенции*** | **Результаты освоения ООП** ***Содержание компетенций*** | **Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине** |
|---|---|---|
| СПК-1 | готов к применению знаний теоретической информатики, фундаментальной и прикладной математики для анализа и синтеза ин-формационных систем и процессов, а также для решения прикладных задач получения, хранения, обработки и пере-дачи информации | Знать:<br>общие проблемы и задачи теоретической информатики, основные принципы и этапы информационных процессов, наиболее широко используемые классы информационных моделей;<br>основные математические методы получения, хранения, обработки, передачи и использования информации;<br>состояние и перспективы развития информационных и инфокоммуникационных технологий, рынок программно-аппаратных средств;<br>основы архитектуры, устройства и функционирования вычислительных систем и компьютерных сетей;<br>регламенты обеспечения информационной безопасности, методы и средства защиты информации, типовые уязвимости, учитываемые при эксплуатации устанавливаемого программного обеспечения;<br>Уметь:<br>применять математический аппарат анализа и синтеза информационных систем;<br>устанавливать, настраивать, обновлять системное и прикладное программное обеспечение на конечных устройствах пользователей и/или серверном оборудовании, осуществлять лицензионную регистрацию;<br>настраивать программное обеспечение в соответствии с регламентами обеспечения информационной безопасности, использовать программно-аппаратные и программные средства защиты информации;<br>Владеть:<br>современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации |

| | | |
|---|---|---|
| СПК-7 | Способен получать, демонстрировать, применять и критически оценивать знания в области математики | Знать:<br>основные положения классических разделов математической науки (алгебра, геометрия, математический анализ, дискретная математика, теория чисел, дифференциальная геометрия, численные методы, математическая физика)<br>базовые идеи и методы классических разделов математической науки (алгебра, геометрия, математический анализ, дискретная математика, теория чисел, дифференциальная геометрия, численные методы, математическая физика)<br>систему основных математических структур и аксиоматический метод<br>Уметь:<br>решать учебные задачи классических разделов математики (алгебра, геометрия, математический анализ, дискретная математика, теория чисел, дифференциальная геометрия, численные методы, математическая физика)<br>пользоваться построением математических моделей для решения практических задач классических разделов математики (алгебра, геометрия, математический анализ, дискретная математика, теория чисел, дифференциальная геометрия, численные методы, математическая физика)<br>исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию<br>Владеть:<br>технологиями поисковой деятельности в области классических разделов математики (алгебра, геометрия, математический анализ, дискретная математика, теория чисел, дифференциальная геометрия, численные методы, математическая физика)<br>методами решения учебных задач классических разделов математики (алгебра, геометрия, математический анализ, дискретная математика, теория чисел, дифференциальная геометрия, |

| | | |
|---|---|---|
| | | численные методы, математическая физика) |

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Численные методы» относится к вариативной части «Профессионального цикла» основной образовательной программы подготовки бакалавров направления **44.03.05 Педагогическое образование** и является обязательной дисциплиной.

Дисциплина изучается на 2 курсе во 4 семестре.

## 3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 2 зачетных единицы (ЗЕТ), 72 академических часа.

3.1. Объём дисциплины по видам учебных занятий (в часах)

| **Объём дисциплины** | **Всего часов** |
|---|---|
| Общая трудоемкость дисциплины | 72 |
| Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего) | 54 |
| Аудиторная работа (всего): | 54 |
| в т. числе: | |
| Лекции | 18 |
| Семинары, практические занятия | |
| Практикумы | |
| Лабораторные работы | 36 |
| в т.ч. в активной и интерактивной формах | 16 |
| Внеаудиторная работа (всего): | |
| В том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем: | |
| Курсовое проектирование | |
| Групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем | |
| Творческая работа (эссе) | |
| Самостоятельная работа обучающихся (всего) | 18 |
| Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен) | зачёт |

## 4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

| № п/п | Раздел дисциплины | Общая трудоёмкость | Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах) | | | Формы текущего контроля успеваемости |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | аудиторные учебные занятия | | самостоятельная работа обучающихся | |
| | | всего | лекции | лабораторные занятия | | |
| 1. | Теория погрешностей. | 8 | 2 | 4 | 4 | Лабораторная работа |
| 2. | Решение систем линейных уравнений. | 8 | 2 | 4 | 4 | Лабораторная работа |
| 3. | Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений. | 8 | 2 | 4 | 4 | Лабораторная работа. Устный опрос. |
| 4. | Интерполирование функций. Методы наилучшего приближения. | 14 | 2 | 4 | 6 | Лабораторная работа. Проверка конспекта. |
| 5. | Численное дифференцирование и интегрирование. | 12 | 4 | 8 | 6 | Лабораторная работа. Устный опрос. |
| 6. | Численные методы решения дифференциальных уравнений. | 10 | 4 | 4 | 6 | Лабораторная работа. |
| 7. | Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных. | 12 | 2 | 8 | 6 | Лабораторная работа. |

4.2 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Содержание |
|---|---|---|
| **1** | **Теория погрешностей.** | |
| *Содержание лекционного курса* | | |
| 1.1. | Теория погрешностей. | Приближенные числа. Понятие погрешности. |

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Содержание |
|---|---|---|
| | | Действия над приближенными числами. Погрешности вычислений. Источники погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Верные знаки, связь количества верных знаков и относительной погрешности. Правила округления и погрешность округления. |
| *Темы лабораторных занятий* | | |
| 1.1 | Теория погрешностей. | Теория погрешностей. Приближенные числа. Понятие погрешности. Действия над приближенными числами. Погрешности вычислений. Источники погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Верные знаки, связь количества верных знаков и относительной погрешности. |
| **2** | **Решение систем линейных уравнений.** | |
| *Содержание лекционного курса* | | |
| 2.1 | Решение системы линейных уравнений: точные методы, итерационные методы. | Метод Гаусса (схема единственного деления). Полные метрические пространства. Теорема о сжимающих отображениях в полном метрическом пространстве и ее следствия. Применение теоремы о сжимающих отображениях при решении системы линейных уравнений: метод простых итераций. Метод Зейделя. Практические схемы решения на ЭВМ. |
| *Темы лабораторных занятий* | | |
| 2.1 | Решение системы линейных уравнений: точные методы, итерационные методы. | Решение системы линейных уравнений методом Гаусса (схема единственного деления) с использованием таблиц Excel. Решение системы линейных уравнений методом простой итерации с использованием ЭВМ. Решение системы линейных уравнений методом Зейделя с использованием ЭВМ. |
| **3** | **Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений.** | |
| *Содержание лекционного курса* | | |
| 3.1. | Решение нелинейного уравнения. Понятие о методе Ньютона решения системы нелинейных уравнений. | Отделение корней уравнения. Приближенное вычисление корня уравнения с заданной точностью методом половинного деления. Практическая схема вычисления приближенного значения корня уравнения с заданной точностью методом простой итерации. Метод Ньютона решения нелинейных уравнений. Практическое применение метода Ньютона для системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными с использованием ЭВМ. |
| *Темы лабораторных занятий* | | |
| 3.1 | Решение нелинейных уравнений. Решение систем нелинейных уравнений методом Ньютона. | Отделение корней уравнения. Приближенное вычисление корня уравнения с заданной точностью методом половинного деления. Метод простой итерации численного решения уравнений. Условия сходимости итерационной последовательности. |

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Содержание |
|---|---|---|
| | | Практические схемы вычисления приближенного значения корня уравнения с заданной точностью методом простой итерации. Сходимость и устойчивость численного метода. Метод Ньютона решения нелинейных уравнений и систем уравнений. |
| **4** | **Интерполирование функций. Методы наилучшего приближения.** | |
| *Содержание лекционного курса* | | |
| 4.1 | Численная интерполяция. Алгебраический интерполяционный многочлен: форма Лагранжа и Ньютона. | Построение интерполяционного многочлена Лагранжа для функции, заданной таблицей. Оценка погрешности интерполирования по формуле Лагранжа. Вычисление разделенных разностей. Первый и второй многочлены Ньютона. Практическая оценка погрешности интерполирования по формулам Ньютона. Уплотнение таблиц функций. |
| 4.2 | Методы наилучшего приближения. | Дискретный вариант среднеквадратических приближений. Переопределенная система линейных уравнений. Понятие об определении параметров функциональной зависимости. Метод наименьших квадратов. |
| *Темы лабораторных занятий* | | |
| 4.1 | Численная интерполяция. Алгебраический интерполяционный многочлен: форма Лагранжа и Ньютона. | Построение интерполяционного многочлена Лагранжа для функции, заданной таблицей. Оценка погрешности интерполирования по формуле Лагранжа. Вычисление разделенных разностей. Первый и второй многочлены Ньютона. Практическая оценка погрешности интерполирования по формулам Ньютона. Уплотнение таблиц функций. |
| 4.2 | Методы наилучшего приближения. | Дискретный вариант среднеквадратических приближений. Переопределенная система линейных уравнений. Понятие об определении параметров функциональной зависимости. Метод наименьших квадратов. |
| **5** | **Численное дифференцирование и интегрирование.** | |
| *Содержание лекционного курса* | | |
| 5.1 | Численное дифференцирование и интегрирование. | Численное дифференцирование на основе интерполяционных формул Лагранжа, Ньютона. Метод неопределенных коэффициентов. Погрешность формул численного дифференцирования. Квадратурная формула прямоугольников. Формулы Ньютона – Котеса. Метод неопределенных коэффициентов. Формула трапеций. Формула Симпсона. Квадратурная формула Гаусса. |
| *Темы лабораторных занятий* | | |
| 5.1 | Численное дифференцирование. | Численное дифференцирование на основе интерполяционных формул Лагранжа, Ньютона. |

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Содержание |
|---|---|---|
| | | Метод неопределенных коэффициентов. Погрешность формул численного дифференцирования. |
| 5.2 | Численное интегрирование. | Квадратурная формула прямоугольников. Формулы Ньютона – Котеса. Метод неопределенных коэффициентов. Формула трапеций. Формула Симпсона. Квадратурная формула Гаусса. |
| **6** | **Численные методы решения дифференциальных уравнений.** | |
| *Содержание лекционного курса* | | |
| 6.1. | Численные методы решения дифференциальных уравнений. | Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге – Кутта. Многошаговые методы. |
| *Темы лабораторных занятий* | | |
| 6.1 | Численные методы решения дифференциальных уравнений. | Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Метод Эйлера-Коши. Метод Рунге – Кутта. Многошаговые методы. |
| **7** | **Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных.** | |
| *Содержание лекционного курса* | | |
| 7.1 | Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. | Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. Метод сеток. |
| *Темы лабораторных занятий* | | |
| 7.1 | Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. | Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. |
| 7.2 | Метод сеток. | Метод сеток. |

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

| № п/п | Название раздела, темы | Самостоятельная работа студентов | | | Формы контроля |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Количество часов в соотв. с тематическим планом | Задания, выносимые на самостоятельную работу | Сроки выполнения | |
| 1. | Теория погрешности. | 4 | 1.Оценка влияния погрешностей аргументов на значение функции. | к зачету | реферат |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2. | Решение систем линейных уравнений. | 4 | 1.Прямые методы решения систем линейных уравнений.<br>2.Метод прогонки.<br>3.Метод ортогонализации.<br>4.Метод Монте-Карло.<br>5.Точные методы решения систем линейных уравнений: матричный метод, метод Крамера, метод Гаусса. | к зачету | конспект |
| 3. | Решение нелинейных уравнений и систем уравнений. | 4 | 1.Решение нелинейного уравнения методом хорд.<br>2.Комбинированный метод хорд и касательных.<br>3.Методы отделения корней нелинейных уравнений. | к зачету | конспект |
| 4. | Интерполирование функций. Методы наилучшего приближения. | 6 | 1.Аппроксимация функций. Использование рядов.<br>2.Интерполяция сплайнами.<br>3.Интерполяционный многочлен Эрмита.<br>4.Нахождение приближающей функции в виде: степенной, показательной, дробно-линейной, логарифмической функций. | к зачету | лабораторная работа |
| 5. | Численное дифференцирование и численное интегрирование. | 6 | 1.Аппроксимация производных. Улучшение аппроксимации. Частные производные.<br>2Использование сплайнов.<br>3. Кратные интегралы.<br>4. Метод Монте-Карло. | к зачету | конспект |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6. | Численные методы решения дифференциальных уравнений. | 6 | 1.Краевые задачи.<br>2. Метод стрельбы.<br>3. Методы конечных разностей. | к зачету | реферат |
| 7. | Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных. | 6 | 1.Волновое уравнение.<br>2. Уравнение теплопроводности.<br>3. Понятие о схемах расщепления. | к зачету | конспект |

## 6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

В соответствии с ООП бакалавра по направлению подготовки ***44.03.05 Педагогическое образование*** изучение дисциплины ***«Численные методы»*** направлено на формирование следующих компетенций: ПК-5

### 6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

| № п/п | Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам) | Код контролируемой компетенции | Наименование оценочного средства |
|---|---|---|---|
| 1. | Раздел №1. Теория погрешностей. | СПК-1 СПК-7 | Лабораторная работа, собеседование |
| 2. | Раздел №2. Решение систем линейных уравнений. | СПК-1 СПК-7 | Лабораторная работа, собеседование |
| 3. | Раздел №3. Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений. | СПК-1 СПК-7 | Лабораторная работа, собеседование |
| 4. | Раздел №4. Интерполирование функций. Методы наилучшего приближения. | СПК-1 СПК-7 | Лабораторная работа, собеседование, тестирование |
| 5. | Раздел №5. Численное дифференцирование и интегрирование. | СПК-1 СПК-7 | Лабораторная работа, собеседование |
| 6. | Раздел №6. Численные методы решения дифференциальных уравнений. | СПК-1 СПК-7 | Лабораторная работа, собеседование |
| 7. | Раздел №7. Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных. | СПК-1 СПК-7 | Лабораторная работа, собеседование |

### 6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы

В качестве формы итогового контроля знаний по дисциплине «Численные методы» предусмотрен ***зачёт***.

**6.2.1. Зачет**

а) типовые задания

Задание 1.

Решить систему линейных уравнений с точностью $\varepsilon=10^{-4}$ различными способами:

a) методом Гаусса (по схеме единственного деления) с применением таблиц Excel;

b) методом простой итерации на ПЭВМ;

c) методом Зейделя на ПЭВМ.

Вариант1.

$$\begin{cases} 3{,}01x_1 - 0{,}14x_2 - 0{,}15x_3 = 1{,}00, \\ 1{,}11x_1 + 0{,}13x_2 - 0{,}75x_3 = 0{,}13, \\ 0{,}17x_1 - 2{,}11x_2 + 0{,}71x_3 = 0{,}17; \end{cases}$$

Вариант2.

$$\begin{cases} -0{,}20x_1 + 1{,}60x_2 - 0{,}10x_3 = 0{,}30, \\ -0{,}30x_1 + 0{,}10x_2 - 1{,}50x_3 = 0{,}40, \\ 1{,}20x_1 - 0{,}20x_2 + 0{,}30x_3 = -0{,}60; \end{cases}$$

Вариант3.

$$\begin{cases} 9{,}12x_1 + 5{,}63x_2 + 7{,}81x_3 = 9{,}80, \\ 3{,}84x_1 + 5{,}15x_2 + 2{,}86x_3 = 6{,}77, \\ 4{,}18x_1 + 5{,}79x_2 + 1{,}21x_3 = 5{,}82; \end{cases}$$

Вариант4.

$$\begin{cases} -1{,}14x_1 - 0{,}04x_2 + 0{,}21x_3 = -1{,}24, \\ 0{,}25x_1 - 1{,}23x_2 - 0{,}17x_3 = 0{,}95, \\ -0{,}21x_1 - 0{,}17x_2 + 0{,}80x_3 = 2{,}56; \end{cases}$$

Вариант5.

$$\begin{cases} 0{,}73x_1 + 1{,}24x_2 - 0{,}38x_3 = 0{,}58, \\ 1{,}25x_1 + 0{,}66x_2 - 0{,}78x_3 = 0{,}66, \\ 0{,}75x_1 + 1{,}22x_2 - 0{,}83x_3 = 0{,}92; \end{cases}$$

Задание 2.

а) Отделить корни заданного уравнения:

а) графически;

б) с использованием ПЭВМ.

b) С помощью микрокалькулятора вычислить один корень уравнения с точностью $\varepsilon=10^{-3}$, используя метод простой итерации.

c) Составить программу для вычисления с помощью ПЭВМ всех корней заданного уравнения методом половинного деления с точностью $\varepsilon=10^{-6}$.

Вариант 1. $cosx-(x-1)^2=0;$

Вариант 2. $8cosx-x=6;$

Вариант 3. $0{,}5^x+1=(x-2)^2;$

Вариант 4. $2x-\lg x-7=0;$

Вариант 5. $x\cdot\ln(x+1)=1.$

Задание 3.

a) Составить программу для уточнения одного из корней уравнения методом Ньютона с точностью $\varepsilon=10^{-4}$.

Вариант 1. $cosx-(x-1)^2=0;$

Вариант 2. $8cosx-x=6;$

Вариант 3. $0{,}5^x+1=(x-2)^2;$

Вариант 4. $2x-\lg x-7=0;$

Вариант 5. $x\cdot\ln(x+1)=1.$

b) Решить систему нелинейных уравнений методом Ньютона с точностью $\varepsilon=10^{-3}$.

Вариант 1. $\begin{cases}\sin(x+y)-1{,}6x=0,\\ x^2+y^2=1;\end{cases}$

Вариант 2. $\begin{cases}tg(xy+0{,}4)=x^2,\\ 0{,}6x^2+2y^2=1;\end{cases}$

Вариант 3. $\begin{cases}e^{xy}=x^2-y+1,\\ (x+0{,}5)^2+y^2=0{,}6;\end{cases}$

Вариант 4. $\begin{cases}\sin(x+y)-1{,}1x=0{,}1,\\ x^2+y^2=1;\end{cases}$

Вариант 5. $\begin{cases}\sin(x+y)-1{,}2x=0.2,\\ x^2+y^2=1.\end{cases}$

Задание 4.

a) По заданной таблице значений функции составить формулу интерполяционного многочлена Лагранжа. Построить его график и отметить на нем узловые точки.

Вариант 1.

| x | 2 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|
| y | 4 | 1 | 7 |

Вариант 2.

| x | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| y | -1 | -4 | 2 |

Вариант 3.

| x | -1 | 0 | 3 |
|---|---|---|---|
| y | 7 | -1 | 4 |

Вариант 4.

| x | 7 | 9 | 13 |
|---|---|---|---|
| y | 2 | -2 | 3 |

Вариант 5.

| x | 3 | 5 | 7 |
|---|---|---|---|
| y | 4 | -1 | 7 |

b) Вычислить с помощью калькулятора одно значение заданной функции для промежуточного значения аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа и оценить погрешность интерполяции.

| x | $f(x)=\frac{\lg x}{x}+x^2$ |
|---|---|
| 1,3 | 1,7777 |
| 2,1 | 4,5634 |
| 3,7 | 13,8436 |
| 4,5 | 20,3952 |
| 6,1 | 37,3387 |
| 7,7 | 59,4051 |
| 8,5 | 72,3593 |

| Номер варианта | X |
|---|---|

| | |
|---|---|
| 1 | 1,7 |
| 2 | 2,8 |
| 3 | 4,1 |
| 4 | 5,2 |
| 5 | 7,3 |

c) Составить программу для уплотнения части таблицы заданной функции, пользуясь интерполяционными формулами Ньютона; шаг субтабулирования H=0,01.

| x | sinx |
|---|---|
| 0,60 | 0,56464 |
| 0,65 | 0,60519 |
| 0,75 | 0,64422 |
| 0,80 | 0,68164 |
| 0,90 | 0,71736 |
| 0,95 | 0,75128 |
| 1,00 | 0,78333 |
| 1,05 | 0,81342 |
| 1,10 | 0,84147 |
| 1,15 | 0,86742 |
| 1,20 | 0,89121 |

| Номер варианта | Концы отрезка субтабулирования | |
|---|---|---|
| | a | b |
| 1 | 0,65 | 0,75 |
| 2 | 0,75 | 0,80 |
| 3 | 0,80 | 0,85 |
| 4 | 0,85 | 0,90 |
| 5 | 0,90 | 0,95 |

Задание 4.

1) Вычислить с помощью калькулятора значение производной функции, заданной таблично, используя:
   а) интерполяционную формулу Лагранжа, оценить погрешность метода;
   б) интерполяционную формулу Ньютона, оценить погрешность метода;
   в) метод неопределенных коэффициентов.

| номер варианта | функция f(x) | $x_0$ |
|---|---|---|
| 1 | sinx | 0,6 |
| 2 | cosx | 0,05 |
| 3 | sinx | 1,05 |
| 4 | cosx | 0,85 |
| 5 | sinx | 0,95 |

2) Вычислить с помощью калькулятора интеграл заданной функции при n=10 по формуле:
   а) прямоугольников;
   б) трапеций;
   в) Симпсона.
   Произвести оценку погрешности методов интегрирования.

1. $\int_{1,2}^{2,2} \frac{\lg(x+2)}{x} dx;$

2. $\int_{0,4}^{2,4} \frac{e^{0,03x}}{x} dx;$

3. $\int_{0,8}^{1,8} \frac{\sin(2x)}{x^2} dx;$

4. $\int_{1,6}^{3,6} \frac{x}{2} \cdot \lg\left(\frac{x^2}{2}\right) dx;$

5. $\int_{-1}^{1} \left(x - e^{2x}\right) dx;$

3) Составить программу вычисления интеграла заданной функции по формуле Симпсона. Использовать варианты задания 2.

Задание 5.

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения y'=f(x, y) на отрезке [a; b] при заданном начальном условии y(a)=c и шаге интегрирования h:

1) методом Эйлера:
   а) на калькуляторе с шагом 2h;
   б) на ПЭВМ с шагом h;
   в) построить график интегральной кривой;
2) методом Эйлера – Коши:
   а) на калькуляторе с шагом 2h;
   б) построить график интегральной кривой;
3) методом Рунге – Кутта на ПЭВМ с шагом h.

| Номер варианта | f(x, y) | a | b | c | h |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $1 - \sin(0,75x - y) + \frac{1,75y}{x+1}$ | 0 | 1 | 0 | 0,1 |
| 2 | $x + \cos\frac{y}{\sqrt{5}}$ | 1,8 | 2,8 | 2,6 | 0,1 |
| 3 | $xy + \sin x$ | 0 | 1 | 2 | 0,1 |
| 4 | $\cos(1,5x - y^2) - 1,3$ | -1 | 1 | 0,2 | 0,2 |
| 5 | $1 + 0,2y \cdot \sin x - y^2$ | 0 | 1 | 0 | 0,1 |

Задание 6.

Применяя метод сеток, найти решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ в квадрате ABCD с вершинами A(0;0), B(0;1), C(1;1), D(1;0) с шагом h=$\frac{1}{5}$.

При решении задачи использовать итерационный процесс усреднения Либмана до получения ответа с точностью до 0.001.

Краевые условия приведены в таблице вариантов.

| Номер варианта | $U\|_{AB}$ | $U\|_{BC}$ | $U\|_{CD}$ | $U\|_{AD}$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 30y | $30(1-x^2)$ | 0 | 0 |
| 2 | 30(1-y) | $20\sqrt{x}$ | 20y | 30x(1-x) |
| 3 | $20y^2$ | 20 | 20y | 10x(1-x) |
| 4 | 0 | $50\sin\pi x$ | $50y(1-y^2)$ | 0 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 30y | 30 | $30\sin\frac{\pi y}{2}$ | 0 |

Задание 7.

Используя метод сеток, решить смешанную задачу для дифференциального уравнения параболического типа $\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ (уравнения теплопроводности) при заданных начальных условиях u(x, 0)=f(x), u(0, t)=φ(t), u(0.6, t)=ψ(t), где x є [0; 0,6]. Решение выполнить при h=0,1 для t є [0; 0,01], считая $\sigma$ =1/6:

а) на калькуляторе;

б) на ПЭВМ.

Начальные условия приведены в таблице вариантов.

| Номер варианта | f(x) | φ(t) | Ψ(t) |
|---|---|---|---|
| 1 | cos2x | 1-6t | 0,3624 |
| 2 | 2x(1-x)+0,2 | 0,2 | t+0,68 |
| 3 | 0,3+x(x+0,4) | 0,3 | 6t+0,9 |
| 4 | lg(2,63-x) | 3(0,14-t) | 0,3075 |
| 5 | x(x+1) | 0 | 2t+0,96 |

Задание 8.

По заданной таблице значений функции построить методом наименьших квадратов линейную и квадратичную регрессии с использованием:

а) калькулятора;

б) ПЭВМ.

Сравнить величины среднеквадратических отклонений.

1.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 0,10 | 0,30 | 0,40 | 0,60 | 0,70 | 0,80 | 1,00 | 1,10 |
| y | 0,25 | 0,50 | 0,65 | 0,55 | 0,42 | 0,30 | 0,22 | 0,15 |

2.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 1,30 | 1,40 | 1,60 | 1,70 | 1,80 | 2,00 | 2,10 | 2,30 |
| y | 6,10 | 4,80 | 3,90 | 3,20 | 4,00 | 5,10 | 5,30 | 6,05 |

3.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 1,30 | 1,40 | 1,60 | 1,70 | 2,00 | 2,10 | 2,30 | 2,50 |
| y | 2,40 | 1,80 | 1,20 | 1,40 | 2,30 | 2,90 | 3,00 | 3,20 |

4.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 0,40 | 0,70 | 0,90 | 1,10 | 1,40 | 1,60 | 1,70 | 2,00 |
| y | 0,15 | 0,83 | 1,65 | 1,52 | 0,90 | 0,31 | 0,25 | 0,10 |

5.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 2,00 | 2,50 | 2,70 | 2,90 | 3,20 | 3,40 | 3,70 | 4,00 |
| y | 0,11 | 0,81 | 1,05 | 0,90 | 0,23 | 0,18 | 0,10 | 0,05 |

**Перечень вопросов к зачету:**

1. Абсолютная и относительная погрешности приближенных чисел. Правило округления чисел.

2. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений (схема единственного деления).
3. Метод простой итерации (для систем линейных уравнений).
4. Метод Зейделя.
5. Этапы приближенного решения уравнений с одним неизвестным.
6. Отделение корней нелинейного уравнения. Графическое отделение корней.
7. Метод половинного деления. Условие окончания процесса деления при заданной допустимой погрешности.
8. Достаточное условие сходимости итерационной последовательности.
9. Условие окончания итерационного процесса при заданной допустимой погрешности.
10. Метод простой итерации (для нелинейных уравнений).
11. Метод Ньютона.
12. Задача интерполирования табличной функции.
13. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
14. Таблицы конечных разностей.
15. Интерполяционные многочлены Ньютона. Оценка погрешностей интерполяционных формул Ньютона.
16. Обратное интерполирование.
17. Численное дифференцирование. Общий случай вычисления производной произвольного порядка.
18. Численное дифференцирование на основе интерполяционных формул Ньютона и Лагранжа.
19. Погрешность формул численного дифференцирования.
20. Численное интегрирование. Квадратурная формула прямоугольников.
21. Формулы Ньютона – Котеса.
22. Формула трапеций.
23. Формула Симпсона.
24. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.
25. Метод Рунге – Кутта.
26. Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия.
27. Метод сеток для задачи Дирихле.
28. Метод сеток для уравнения параболического типа.
29. Методы наилучшего приближения.
30. Метод наименьших квадратов.

б) критерии оценивания результатов обучения

Требования, предъявляемые к ответам, направлены на проверку достигнутого студентами уровня овладения дисциплины и ориентированы на ФГОС ВПО направления подготовки бакалавра.

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основы теории погрешностей;
- основные численные методы алгебры;
- методы построения интерполяционных многочленов;
- методы численного дифференцирования и интегрирования;
- методы численного решения дифференциальных уравнений;
- методы численного решения дифференциальных уравнений в частных производных;

уметь:

- численно решать нелинейные уравнения;

- использовать основные понятия теории среднеквадратичных приближений для построения элемента наилучшего приближения;
- интерполировать и оценить возникающую погрешность;
- применять формулы численного дифференцирования и интегрирования;
- применять методы численного решения дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных;

владеть:

- теоретическими сведениями о численных методах решения прикладных задач;
- навыками разработки компьютерно-ориентированных вычислительных алгоритмов решения прикладных задач;
- навыками реализации математических методов на компьютере путем программирования;
- навыками применения программных математических пакетов для реализации математических методов.

в) описание шкалы оценивания

За каждое правильно выполненное задание (или пункт задания) студент получает 2 балла, частично выполненное задание – 1 балл, за неправильно выполненное задание - 0 баллов.

Оценки выставляются по следующей шкале:

| | | |
|---|---|---|
| "Зачтено" | - более 50 % | - 41 и более баллов, |
| "Не зачтено" | - 50% и менее | - 40 и менее баллов. |

**6.2.2. Устное собеседование по теоретическому материалу дисциплины, проведение тестирования**

**Критерии устного собеседования** (от 1 до 5 баллов за одно занятие):

2 балла - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания по рассматриваемому разделу дисциплины и умение уверенно применять их при решении практических задач;

1 балл – выставляется студенту, в ответе которого содержатся несущественные пробелы в знаниях теоретического материала, допускаются ошибки в выполнении заданий.

0 баллов - выставляется студенту, в ответе которого содержатся существенные пробелы в знаниях теоретического материала, допускаются принципиальные ошибки в выполнении заданий.

**Проведение тестирования:**

за правильный ответ теста испытуемый получает 1 балл, за неправильный или неуказанный ответ - 0 баллов.

## 6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

В качестве формы итогового контроля знаний по дисциплине «Численные методы» предусмотрен зачет. Обучающиеся, систематически работающие на лабораторных занятиях, получают зачет по результатам накопительной системы, представленной в технологической карте.

Итоговая проверка знаний студентов, не набравших в течение семестра необходимых баллов для положительной оценки, осуществляется в письменной (итоговый тест) и устной форме (вопросы к зачету по дисциплине). Перечень вопросов, образец тестовых заданий содержится в рабочей программе и сообщается обучающимся заранее. Тесты раздаются непосредственно во время зачета и включают материал по всем темам курса,

указанным в тематическом плане. Для получения оценки «зачтено» необходимо правильно выполнить более 50%, менее 50% правильных заданий – оценка «незачтено».

**Итоговый тест по дисциплине «Численные методы» (30 вопросов на 120 минут)**

Указания: Все задания имеют 5 вариантов ответа, из которых правильный только один. Номер выбранного Вами ответа обведите кружочком в бланке для ответов

1. Укажите границы, в которых находится точное число D, если его приближенное значение d=42,36 найдено с точностью до 0,7.
   1) [42,06;42,66], 2) [41,96;42,76], 3) [41,86;42,86], 4) [41,76;42,96], 5) [41,66;43,06].

2. Приближенное значение x=24,6035 имеет относительную погрешность $\delta_x$=2%. Найти абсолютную погрешность $\Delta_x$.
   1) 0,49207; 2)0,39501; 3)0,21302; 4) 0,52908; 5)0,40803.

3. Дана система $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$

   Привести систему к виду $x_i = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} + \beta_i (i = \overline{1,n}), n = 3$ , и, приняв за начальное приближение $X^{(0)}$ = ( 0; 0; 0;), найти точки $X^{(1)}$, $X^{(2)}$ итерационной последовательности.

   1) $X^{(1)}$ = ( 1; - 2; -3), $X^{(2)}$= ( 4; -2; 0)

   2) $X^{(1)}$ = ( -1; -2; -3), $X^{(2)}$ = ( -4; -2; 0);

   3) $X^{(1)}$ = ( 1; 2; 3); $X^{(2)}$ = (4; 2; 0);

   4) $X^{(1)}$ = ( 1; -2; -3); $X^{(2)}$ = (-4; -2; 0);

   5) $X^{(1)}$ = ( -2; 1;3); $X^{(2)}$ = ( 0;-2; 4);

4. Дана система линейных уравнений : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ 2x_1 + x_2 = 3. \end{cases}$

   Преобразовать систему к нормальной системе, которая гарантирует сходимость итерационного процесса метода Зейделя для исходной системы.

   1) $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 = 11 \\ 3x_1 + 2x_2 = 8; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 = 11, \\ 2x_1 + 3x_2 = 8; \end{cases}$ 3)

   $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 = 11; \end{cases}$

   4) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 11, \\ 3x_1 + 5x_2 = 8; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 11, \\ 5x_1 + 3x_2 = 8. \end{cases}$

5. Записать расчетные формулы итерационного процесса Зейделя для системы:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ 2x_1 + x_2 = 3. \end{cases}$$

1) $\begin{cases} y_1 = -1{,}5x_2 + 5{,}5, \\ y_2 = -0{,}6y_1 + 1{,}6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y_1 = -0{,}6x_2 + 2{,}2, \\ y_2 = -1{,}5y_1 + 4; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y_1 = -0{,}6x_2 + 2{,}2, \\ y_2 = -1{,}5x_1 + 4; \end{cases}$

4) $\begin{cases} y_1 = -1{,}5x_2 + 5{,}5, \\ y_2 = -0{,}6x_1 + 1{,}6; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} y_1 = -0{,}6x_2 + 4, \\ y_2 = -1{,}5y_1 + 2{,}2. \end{cases}$

6. Какое условие является критерием для достижения заданной точности $\varepsilon$ при решении системы линейных уравнений методом простой итерации? ($\rho$ - метрика, по которой была установлена сходимость и получено $\alpha$).

1) $\rho(x^{(к-1)}, x^{(к)}) \le \varepsilon$;
2) $\rho(x^{(k-1)}, x^{(k)}) \le \dfrac{\varepsilon \cdot (1+\alpha)}{\alpha}$, $\alpha < 1$;
3) $\rho(x^{(k-1)}, x^{(k)}) \le \dfrac{\varepsilon \cdot \alpha}{1-\alpha}$, $\alpha > 1$;
4) $\rho(x^{(k-1)}, x^{(k)}) \le \dfrac{\varepsilon \cdot (1-\alpha)}{\alpha}$, $\alpha > 1$;
5) $\rho(x^{(k-1)}, x^{(k)}) \le \dfrac{\varepsilon \cdot (1-\alpha)}{\alpha}$, $\alpha < 1$.

7. Даны две точки 3-мерного пространства X(-1,2,0) и Y(1,3,-2). Найти $\rho_1$ (X,Y).
1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

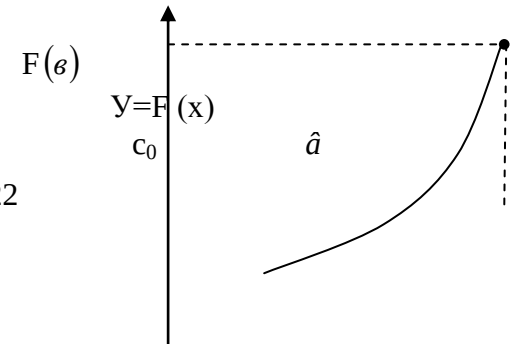
8. В чем заключается этап отделения корней при использовании численных методов решения уравнений?

6) В нахождении отрезка, содержащего все корни уравнения.
7) В установлении «тесных» промежутков, содержащих только один корень.
8) В определении интервала, содержащего только корни, интересующие вычислителя.
9) В нахождении отрезка, содержащего все положительные корни уравнения.
10) В установлении промежутка, содержащего все отрицательные корни уравнения.

9. Отделить графически корень уравнения cosx - ℓnx = 0.

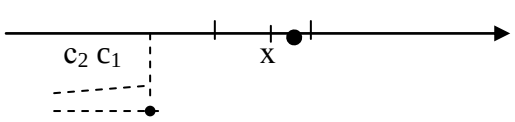
1) $(0; 0{,}5]$; 2) $[0{,}5; 1]$; 3) $[1; 1{,}5]$; 4) $[1{,}5; 2]$; 5) $[2; 2{,}5]$.

10. На рисунке проиллюстрирован один из численных методов решения не линейного уравнения F(x) = 0:




11) Метод простой итерации.
12) Метод Ньютона.

13) Метод половинного деления.
14) Метод хорд.
15) Комбинированный метод.




11. Уточнить корень уравнения $(x-4)^3 - 2 = 0$ на [5; 6] одним из численных методов с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.

1)5, 150; 2) 5, 260; 3) 5, 370; 4) 5,440; 5) 5, 580.

12. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции, заданной таблицей:

| x | 1 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| f(x) | 12 | 4 | 6 |

1) $L_2(x)= 2x^2-12x+22$; 2) $L_2(x)=x^2-6x+11$; 3) $L_2(x)=3x^2-12x+24$;

4) $L_2(x)=x^2-4x+8$; 5) $L_2(x)= 4x^2-12x+24$.

13. В таблице приведены вычисления для нахождения значения функции, заданной таблицей в точке x=1,91 , пользуясь интерполяционным многочленом Лагранжа.

| $x_0 = 1{,}91$ | $x_0 = 0{,}41$ | $x_1 = 1{,}55$ | $x_2 = 2{,}67$ | $x_3 = 3{,}84$ | $\rho_i$ | $y_i$ | $\frac{y_i}{\rho_i}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_0 = 0{,}41$ | 1,50 | -1,14 | -2,26 | -3,43 | -13,26 | 2,63 | -0,1983 |
| $x_1 = 1{,}55$ | 1,14 | 0,36 | -1,12 | -2,29 | 1,053 | 3,75 | 3,561 |
| $x_2 = 2{,}67$ | 2,26 | 1,12 | -0,76 | -1,17 | 2,251 | 4,87 | 2,163 |
| $x_3 = 3{,}84$ | 3,43 | 2,29 | 1,17 | -1,93 | -17,74 | 5,03 | -0,2835 |

$L_3(1{,}91)=\Pi_4(1{,}91)\cdot S \approx 4{,}15$

Используя данные таблицы, найти $\Pi_4(1{,}91)$.

1) 0,70297; 2) –0,70297; 3) –0,79207; 4) 0,79207; 5)-0,79702.

14. Первая интерполяционная формула Ньютона имеет вид:

1) $P_n(x) = y_0 + t\,\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\cdot\Delta^2 y_0 + \ldots + \frac{t(t-1).....(t-n+1)}{n!}\Delta^n y_0$;

2) $P_n(x) = y_n + t\,\Delta y_{n-1} + \frac{t\cdot(t+1)}{2!}\cdot\Delta^2 y_{n-2} + \ldots + \frac{t\cdot(t+1)...(t+n-1)}{n!}\cdot\Delta^n y_0$ ;

3) $P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{(x-x_0)...(x-x_{i-1}).(x-x_{i+1})....(x-x_n)}{(x_i-x_0)...(x_i-x_{i-1})\cdot(x_i-x_{i+1})....(x_i-x_n)}$;

4) $P_n(x) = y_o + t\Delta y_o + \frac{t\cdot(t+1)}{2!}\cdot\Delta^2 y_0 + .... + \frac{t\cdot(t+1).....(t+n-1)}{n!}\cdot\Delta^n y_0$;

5) $P_n(x) = y_n - t\Delta y_{n-1} + \frac{t\cdot(t+1)}{2!}\cdot\Delta^2 y_{n-2} - ..... + \frac{t\cdot(t+1)....(t+n-1)}{n!}\cdot\Delta^n y_0$.

15. В первой интерполяционной формуле Ньютона **t** находится по формуле:

1) $t = \frac{x - x_n}{h}$ ; 2) $t = \frac{x + x_0}{h}$ ; 3) $t = \frac{x - x_0}{h}$ ;

4) $t = \frac{x + x_n}{h}$ ; 5) $t = \frac{x_0 + x_n}{h}$.

16. Найти значение производной функции f(x) , заданной таблицей в точке x = 32, используя первый интерполяционный многочлен Ньютона.

| x | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|
| F(x) | 5,657 | 5,745 | 5,831 | 5,916 | 6,000 |

1) 0,056; 2) 0,067; 3) 0,078; 4) 0,089; 5)0,099.

17. Найти значение производной функции f(x) в точке x = 32, используя метод неопределенных коэффициентов. F(x) задана таблицей

| x | 31 | 32 | 33 | 34 |
|---|---|---|---|---|
| F(x) | 5,568 | 5,657 | 5,745 | 5,831 |

1) 0,056; 2) 0,067; 3) 0,078 4) 0,089; 5)0,099.

18. Вычислить приближенное значение производной функции, заданной таблицей в точке x=32, используя интерполяционный многочлен Лагранжа.

| x | 31 | 32 | 33 |
|---|---|---|---|
| F(x) | 5,568 | 5,657 | 5,745 |

1.) 0,056; 2) 0,067; 3) 0,078; 4) 0,089; 5) 0,099

19. Вычислить интеграл I = $\int_0^1 x^2 \sin x dx$ по формуле трапеций. Значения подынтегральной функции в узловых точках приведены в таблице:

| x | y = f(x) |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 0,1 | 0,0010 |
| 0,2 | 0,0079 |
| 0,3 | 0,0266 |
| 0,4 | 0,0623 |
| 0,5 | 0,1199 |

| | |
|---|---|
| 0,6 | 0,2033 |
| 0,7 | 0,3157 |
| 0,8 | 0,4991 |
| 0,9 | 0,6345 |
| 1 | 0,8415 |

1) 0,2291; 2) 0,3252; 3) 0,4354; 4) 0,5132; 5) 0,1112.

20. Произвести оценку погрешности интегрирования по формуле трапеций для функции $f(x) = x^2 \sin x$ на отрезке $[0;1]$, h=0,1

1) 0,2820; 2) 0,0354; 3) 0,0055; 4) 0,0021; 5) 0,0285.

21. Вычислить интеграл по формуле Симпсона при n=6: $\int_0^3 \sqrt{1+x}\ dx$.

1) 0,9951; 2) 1,8509; 3) 2,2105; 4) 3,2108; 5) 4,6665.

22. Произвести оценку погрешности интегрирования по формуле Симпсона для функции $f(x)=\sqrt{1+x}$ на отрезке [0;3], h=0,5.
1)0,0008531; 2) 0,0009765; 3) 0,0010202; 4) 0,0025301; 5) 0,0031083.

23. Решить методом Эйлера дифференциальное уравнение $y' = x^2+3y$ на отрезке $[0;1]$ с начальным условием y(0) = 2, приняв шаг h = 0,2. y(1) принимает значение равное:

1) 24,5268; 2) 23,1561; 3) 22,2893; 4) 21,3294 5) 20,3381.

24. Метод Эйлера решения дифференциальных уравнений заключается в циклическом применении пары формул:

1) $\Delta y_k = h \cdot f(x_k, y_k)$, $y_{k+1} = y_k - \Delta y_k$, k = 0,1,2…..

2) $\Delta y_k = h \cdot f(x_k, y_k)$, $y_{k+1} = y_k \cdot \Delta y_k$, k = 0,1,2…..

3) $\Delta y_k = 0{,}1 \cdot f(x_k, y_k) \cdot h$, $y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$, k = 0,1,2…..

4) $\Delta y_k = \frac{h}{2} \cdot f(x_k, y_k)$, $y_{k+1} = y_k - \Delta y_k$, k = 0,1,2…..

5) $\Delta y_k = h \cdot f(x_k, y_k)$, $y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$, k = 0,1,2…..

25. Используя метод Эйлера-Каши для дифференциального уравнения $y' = x^2 + 3y$ на отрезке [0;1] с начальным условием y(0)=2, приняв шаг h=0.2, найдем y(0,2).

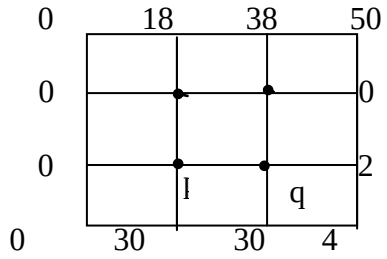
1) 1,932; 2) 2,221; 3) 3,564; 4) 4,821; 5) 5,728.

26. Уравнение с частными производными вида $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ называется уравнением:

1) переноса; 2) волновым; 3) теплопроводности;

4) Лапласа; 5) Пуассона.

27. Применяя метод сеток, найти решение уравнения Лапласа в точке p квадрата при краевых условиях, указанных на рисунке.




1) 25,19; 2) 15,17; 3) 26,09 4) 21,19; 5) 16,59.

28. Для функции $u = u(x,y)$ частная производная $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik}$ может быть заменена разностным отношением:

1) $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i+1,k} - u_{i-1,k.}}{h}$;

2) $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i+1,k} - u_{i-1,k}}{2h}$;

3) $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i+1,k} + u_{i-1,k}}{h}$;

4) $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i+1,k} + u_{i-1,k}}{2h}$;

5) $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i,k+1} - u_{i,k-1}}{2h}$.

29. Используя метод наименьших квадратов, найти приближающую функцию в виде линейной функции F(x, a, в)= ax + в для функции y = f(x), заданной в табличном виде:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | 1,1 | 1,7 | 2,4 | 3,0 |
| y | 0,3 | 0,6 | 1,1 | 1,7 |

1) y = 2,375x + 1,243; 2) y = - 0,2x + 1,8; 3) y = 0,735x – 0,581;

4) y = 0,735x + 0,581; 5) y = 2,375x – 1,243.

30. Для функции, заданной таблицей

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | 1 | 1,5 | 2 | 3 |
| y | 0,2 | 0,5 | 1,1 | 2,2 |

построена приближающая линейная функция F(x)=0,8x-1. Найти сумму квадратов отклонений σ.

1) 1,14; 2) 1,25; 3) 1,36; 4) 1,42; 5) 1,58.

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература

1.Бахвалов, Н. С. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — Электрон. текстовые данные. — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 637 c. — Режим доступа:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=70767

2.Численные методы [Электронный ресурс] : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под ред. У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Электронные текстовые данные. - Москва : Издательство Юрайт, 2017. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — Режим доступа:https://biblio-online.ru/book/43F523F2-5AD9-448D-A8FF-212707F6A238

Дополнительная литература

1.Маничев, В. Б. Численные методы. Достоверное и точное численное решение дифференц.и алгебр.уравнений в CAE-системах САПР [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Б. Маничев, В. В.Глазкова, И. А. Кузьмина - Эл. текстовые данные. – Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 152 с. - (ВО:Бакалавр.) - ISBN 978-5-16-010366-2. - Режим доступа:

http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=423817

2.Слабнов, В. Д. Численные методы [Электронный ресурс] : лекции: учебное пособие / В. Д. Слабнов ;Институт экономики, управления и права (г. Казань). - Электронные текстовые данные. - Казань :Познание, 2012. - 192 c. – Режим доступа:http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=364221

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1.www.nns.ru – Национальная электронная библиотека.

2.www.rambler.ru/ – Поисковая система.

3.www.yandex.ru/ – Поисковая система.

4.http://mathematics.ru/ - Учебный материал по различным разделам математики.

5www.exponenta.ru - Примеры применения математических пакетов в образовательном процессе.

6.www.fismat.ru - Высшая математика для студентов – интегралы и производные, ряды; лекции, задачи, учебники.

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

### 9.1 Методические рекомендации для студентов

Рабочая программа дисциплины “Численные методы” призван помочь студентам физико-математического факультета в организации самостоятельной работы по освоению

курса. Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с государственным образовательным стандартом ВПО. В ней представлены подробный план лекций по каждой изучаемой теме, список основной и дополнительной литературы; материалы по подготовке к лабораторным занятиям, содержащие планы проведения занятий, задания для самостоятельной работы. В комплексе представлены задания и тест, охватывающие все разделы курса, которые позволят проверить уровень усвоения изученного материала. Прежде чем приступить к выполнению заданий для самостоятельной работы, студентам необходимо прослушать курс лекций по данному разделу, изучить рекомендуемую литературу и приступить к выполнению задания. Рабочая программа содержит также список вопросов к зачету по изучаемой дисциплине.

Студентам, изучающим дисциплину “Численные методы” рекомендуется: обязательное посещение лекций преподавателя, подготовка к лабораторным занятиям (проработка материалов лекций, рекомендованной учебной литературы), активная работа на лабораторных занятиях, выполнение и сдача в указанный преподавателем срок домашних и контрольных работ, заданий для самостоятельной работы.

На лабораторных занятиях задания рассчитаны на самостоятельную разработку программ, их отладку и тестирование. Выбор программного средства для решения поставленной задачи студентом осуществляется по своему усмотрению (это может быть электронная таблица; язык Паскаль с его графическими возможностями; программные средства, ориентированные на реализацию математических расчетов; языки визуального программирования, позволяющие создавать современный пользовательский интерфейс и др.). Наилучший вариант – использование студентом в ходе реализации практического задания нескольких программных средств. При выполнении лабораторного практикума задачей студента является получение достоверного результата с контролем его точности. Важное значение имеет форма представления результатов, которая указывается студентам преподавателем.

## 9.2 Методические рекомендации для преподавателей

Курс “Численные методы” включает в себя изучение элементов теории погрешностей и теории приближений, основные численные методы алгебры и математического анализа. В нем рассматриваются различные методы построения интерполяционных многочленов, вопросы численного дифференцирования и интегрирования, а также численного решения дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Главная особенность обучения основам численных методов связана с интенсификацией процессов использования различных специализированных математических пакетов и систем программирования вычислительных методов, как инструмента решения прикладных задач. Теория приближенного решения математических задач постоянно пополняется все более совершенными численными методами. Все это требует определенного уровня понимания, который необходимо обеспечить в рамках дисциплины "Численные методы".

Дисциплина основывается на знаниях, полученных студентами при изучении дисциплин “Алгебра”, “Математический анализ”. Навыки, полученные при изучении дисциплины “Численные методы”, используются студентами при выполнении курсовых и дипломных работ.

Программа обучения курса “Численные методы” должна состоять из следующих этапов. Во-первых, это освоение программирования на ЭВМ и использования математических пакетов и программных средств, ориентированных на реализацию математических расчетов. Во-вторых, это основы численных методов, содержащие изложение классических задач алгебры и математического анализа. Основное внимание должно быть уделено выработке практических навыков у студентов. Теоретическое обоснование методов рекомендуется приводить лишь в той мере, в какой оно необходимо для лучшего усвоения и практического применения. При изучении дисциплины необходимо обращать внимание студентов на ее прикладной характер, на то, где и когда

изучаемые теоретические положения и практические умения могут быть использованы в будущей деятельности, а также подчеркивать особенности, возникающие при программировании вычислительных задач. Изложение материала необходимо вести в форме, доступной пониманию студентов. Методы изложения учебного материала следует выбирать, исходя из того, какой из них наиболее приемлем для лучшего контакта со студентами и лучшего усвоения ими учебного материала. С целью систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений рекомендуется предусмотреть самостоятельную работу студентов. Для проверки знаний студентов рекомендуется по окончании изучения разделов проводить контроль, контроль следует проводить в виде тестовых заданий, контрольных и лабораторных работ, устных собеседований.

## 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

1. оборудованные аудитории (персональные компьютеры)*;*

2. аудиовизуальные, технические и компьютерные средства обучения (компьютерная система автоматизации, математических вычислений Derive, профессиональная среда для выполнения вычислений Maple, электронные таблицы Excel, система программирования: Turbo Pascal, объектно-ориентированная среда: Delphi) и др;

3. использование слайд-презентаций при проведении лекций и отдельных семинаров;

4. Использование визуальных материалов на DVD-носителях;

5. Консультация по вопросам дисциплины посредством электронной почты.

## 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине *«Численные методы»* факультет располагает:

а) аудиториями для проведения лекционных занятий, оснащённых мультимедийным оборудованием, а также системой звукоусиления и микрофонами при проведении поточных занятий (ауд. 7203; 7207; 7114);

б) компьютерными классами для проведения лабораторных занятий, оснащенными компьютерами с минимальными системными требованиями: Процессор: 300 MHz и выше; оперативная память: 128 Мб и выше; другие устройства: звуковая карта, колонки; устройство для чтения DVD-дисков ( ауд.7208)

## 12. Иные сведения и (или) материалы

### 12.1. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для обеспечения образования инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается адаптированная образовательная программа, индивидуальный учебный план с учетом особенностей их психофизического развития и состояния здоровья.

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется на основе образовательных программ, адаптированных для обучения указанных обучающихся.

Обучение по образовательной программе инвалидов и обучающихся с

ограниченными возможностями здоровья осуществляется факультетом с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Университетом создаются специальные условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

12.2. Занятия, проводимые в интерактивных формах

| № п/п | Раздел, тема дисциплины | Объем аудиторной работы в интерактивных формах по видам занятий (час.) | | Формы работы |
|---|---|---|---|---|
| | | Лекции | Лабораторные занятия | |
| 1 | Решение систем линейных уравнений. | 2 | 4 | Проблемная лекция, работа в малых группах |
| 2 | Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений | | 4 | Проблемная лекция, работа в малых группах |
| 3 | Интерполирование функций. Методы наилучшего приближения | 2 | 4 | Проблемная лекция, работа в малых группах |
| | **ИТОГО по дисциплине:** | **4** | **12** | |

Составитель (и): Фомина А.В., доцент кафедры МФиМО

*Макет рабочей программы дисциплины (модуля) разработан в соответствии с приказом Минобрнауки России от 19.12.2013 № 1367, одобрен научно-методическим советом (протокол № 8 от 09.04.2014 г.) и утвержден приказом ректора от 23.04.2014 № 224/10..*

*Макет обновлён с поправками в части подписей на титульной странице, п.3 добавлена строка для указания часов, проводимых в активной и интерактивной формах обучения, добавлен п. 12.1 Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (протокол НМС № 6 от 15.04.2015 г.), утвержден приказом ректора.*