

Подписано электронной подписью:

Вержицкий Данил Григорьевич

Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»

Дата и время: 2024-02-21 00:00:00

471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Кемеровский государственный университет»

Новокузнецкий институт (филиал)

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения

высшего образования

«Кемеровский государственный университет»

Физико-математический и технолого-экономический факультет

Кафедра математики, физики и методики обучения



И.И. Тимченко

24 марта 2017г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.В.ОД.11 Математический анализ**

Направление подготовки (специальность)

44.03.01 «Педагогическое образование»

Направленность (профиль) подготовки

«Математика»

Программа

академического бакалавриата

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

заочная

Год набора 2013

Новокузнецк 2017

СОДЕРЖАНИЕ

<u>1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной образовательной программы</u>	3
<u>2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата</u>	3
<u>3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся</u>	3
<u>3.1. Объем дисциплины (модуля) по видам учебных занятий (в часах)</u>	4
<u>4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий</u>	4
<u>4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)</u>	4
<u>4.2 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)</u>	5
<u>5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)</u>	6
<u>6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)</u>	7
<u>6.1 Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)</u>	8
<u>6.2 Типовые контрольные задания или иные материалы</u>	8
<u>6.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций</u>	14
<u>7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)</u>	17
<u>а) основная учебная литература:</u>	17
<u>б) дополнительная учебная литература:</u>	17
<u>8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)*</u>	18
<u>9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)</u>	18
<u>10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)</u>	19
<u>11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)</u>	19
<u>12. Иные сведения и (или) материалы</u>	19
<u>12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)</u>	19
<u>12.2. Занятия, проводимые в интерактивных формах</u>	16
<u>12.3. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья</u>	18

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной образовательной программы 44.03.01 педагогическое образование (профиль Математика)

В результате освоения ОПОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине

Код компетенции	Результаты освоения ООП Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
СПК-1	способен получать, демонстрировать, применять и критически оценивать знания в области математики	Знать: фундаментальные понятия, базовые идеи и методы основных разделов математики Уметь: критически оценивать и применять математические знания для решения прикладных и практических задач Владеть: технологиями поисковой деятельности в области математики

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Данная дисциплина относится к обязательным дисциплинам вариативной части ОПОП ВПО подготовки студентов по направлению 44.03.01 профиль «Математика», направление подготовки «Педагогическое образование».

Дисциплина изучается на 1-2 курсах

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет __15__ зачетных единиц (ЗЕТ), __540__ академических часа.

3.1. Объём дисциплины (модуля) по видам учебных занятий (в часах)

Объём дисциплины	Всего часов	
	для очной формы обучения	для заочной /очно-заочной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины		540
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)		
Аудиторная работа (всего**):		36
в т. числе:		
Лекции		14
Семинары, практические занятия		22
Практикумы		
Лабораторные работы		

Объём дисциплины	Всего часов	
	для очной формы обучения	для заочной /очно-заочной формы обучения
Внеаудиторная работа (всего**):		
В том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем:		
Курсовое проектирование		
Групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем		
Самостоятельная работа обучающихся (всего**)		437
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен****)		Зачет – 1 курс; Экзамен – 1, 2 курс Контрольные работы – 1, 2 курс 31 час

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

для заочной формы обучения

№ п/п	Раздел дисциплины	Общая трудоемкость (<i>часов</i>)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости
			аудиторные учебные занятия		самостоятельная работа обучающихся	
		всего	лекции	семинары, практические занятия		
1.	Введение в анализ	40	2	2	80	Проверка дом. контр. раб. №1
2.	Дифференциальное исчисление	48	2	4	80	Проверка дом. контр. раб. №2
3.	Неопределенный интеграл	38	2	4	82	Проверка дом. контрольной работы №3
4.	Определенный интеграл	42	2	4	82	Проверка дом. контр. раб. №4
5.	Числовые и	54	4	4	82	Проверка дом.

№ п/п	Раздел дисциплины	Общая трудоемкость (<i>часов</i>)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости
			аудиторные учебные занятия		самостоятельная работа обучающихся	
		всего	лекции	семинары, практические занятия		
	функциональные ряды					контр. раб. №5
6.	Функции многих переменных	56	2	4	81	Проверка дом. контр. раб. №6
7.	Итого		14	22		

4.2 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

№ п/п	Математический анализ	Содержание
1	Введение в анализ	
<i>Содержание лекционного курса</i>		
1.1.	Введение в анализ	Числовые множества, действительные числа. Функция, предел функции, непрерывность функции, свойства непрерывных функций.
<i>Темы практических/семинарских занятий</i>		
1.1	Введение в анализ	Числовые множества. Числовая последовательность и ее предел. Предел функции в точке, на бесконечности, бесконечные пределы. Непрерывность функции, точки разрыва.
2	Дифференциальное исчисление	
<i>Содержание лекционного курса</i>		
2.1.	Производная	Задачи, приводящие к понятию производной, ее определение, геометрический и механический смысл производной. Производные основных элементарных функций
2.2	Дифференциал	Дифференциал, геометрический смысл, свойства, вычисление дифференциала
2.3	Приложения производной	Приложения производных первого и второго порядков к исследованию функций и построению графиков, определения наибольших и наименьших значений функции.
<i>Темы практических/семинарских занятий</i>		
2.1	Производная, дифференциал	Производная основных элементарных функций, производные сложной и обратной функций Правила дифференцирования. Дифференциал и его приложения
2.2	Приложения производной	Приложения производных первого и второго порядков к исследованию функций и построению графиков, определения наибольших и наименьших значений функции.
3	Интегральное исчисление	
<i>Содержание лекционного курса</i>		
3.1.	Неопределенный интеграл	Определение и свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных, тригонометрических, иррациональных функций
<i>Темы практических/семинарских занятий</i>		

№ п/п	Математический анализ	Содержание
3.1	Неопределенный интеграл	Непосредственное интегрирование. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных, тригонометрических, иррациональных функций
4	Определенный интеграл	
Содержание лекционного курса		
4.1.	Определенный интеграл	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, его определение, геометрический смысл, основные свойства. Формула Ньютона- Лейбница. Приложения интеграла к решению геометрических и физических задач
Темы практических/семинарских занятий		
4.1	Определенный интеграл	Основные методы интегрирования. Приложения интеграла к решению геометрических и физических задач
5	Числовые и функциональные ряды	
Содержание лекционного курса		
5.1	Числовые ряды	Понятие числового ряда и его суммы. Признаки сходимости положительных рядов. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов
5.2	Функциональные ряды	Понятие функционального ряда и его суммы. Равномерная сходимость. Дифференцирование и интегрирование ряда. Ряд Тейлора. Представление функций степенными рядами.
Темы практических/семинарских занятий		

5.1	Числовые ряды	. Признаки сходимости положительных рядов. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.	• 5.2 • Функциональные ряды Суммирование рядов. Ряд Тейлора. Представление функций степенными рядами. 6 Функции многих переменных Содержание лекционного курса 6.1 Функции многих переменных Функции многих переменных. Частные производные, дифференциал, производная по направлению, градиент. Кратные интегралы, свойства, приложения. Криволинейные интегралы Темы практических/семинарских занятий 6.1 Функции многих переменных Частные производные, дифференциал, производная по направлению, градиент. Двойной интеграл. Вычисление площадей плоских фигур. Тройной интеграл, вычисление объемов. Замена переменных. Криволинейные интегралы 1 и 2 рода, вычисление, приложения. 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) 5. Перечень учебно-методического обеспечения
-----	---------------	--	---

№ п/п	Математический анализ	Содержание	
1.	Введение в анализ	СПК-1	Выполнение дом. к.р. и ее защита
2.	Дифференциальное исчисление	СПК-1	Выполнение дом. к.р. и ее защита
3.	Неопределенный интеграл	СПК-1	Выполнение дом. к.р. и ее защита
4.	Определенный интеграл	СПК-1	Выполнение дом. к.р. и ее защита
5.	Числовые и функциональные ряды	СПК-1	Выполнение дом. к.р. и ее защита
6.	Функции многих переменных	СПК-1	Выполнение дом. к.р. и ее защита

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы

В качестве формы итогового контроля знаний по дисциплине «Математический анализ и дифференциальные уравнения» предусмотрен экзамен в 1,2,5 семестрах и зачёт в 3,4 семестрах. Допускается автоматическая оценка по результатам работы в семестре и успешной защиты домашних контрольных работ.

6.2.1. Типовые задания

Дифференциальное исчисление

Контрольная работа № 1

«Применение производной к исследованию функций» (30 вариантов)

Задача № 1. Исследуйте данные функции f и g средствами дифференциального исчисления и постройте их графики.

а) $f(x)=\dots$ б) $g(x)=\dots$

Задача №2. Нахождение оптимального значения параметров.

Вариант № 1. 1. а) $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4x + 4}$ б) $(2x^2 - 3)e^{-2x^2/5}$

2. Через точку $M_0(2,3)$ провести прямую, отсекающую от координатного угла, которому принадлежит M_0 , треугольник наименьшей площади.

Вариант № 2. 1. а) $\frac{2 - x - x^2}{(x - 2)^2}$ б) $(2x^2 + 3)e^{-2x^2/5}$

2. На гиперболе $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ найти точку, наименее удалённую от точки $C(3,0)$.

Вариант № 3. 1. a) $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 4x + 4}$ b) $(x^2 - 2)e^{-x^2/7}$

2. Составит уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(-3, 2)$ и отсекающую от координатного угла, которому принадлежит M_0 , треугольник наименьшей площади.

Вариант № 4. 1. a) $\frac{2 + x - x^2}{(x + 2)^2}$ b) $2(x^2 + 1)e^{-x^2/5}$

2. На гиперболе $-\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ найти точку, наименее удалённую от точки $P(0, 4)$.

Варианты контрольной работы № 2 (Интегральное исчисление 27 вариантов)

Вариант № 1

1. Прямая $x - y - 3 = 0$ отсекает сегмент от параболы $4x - y^2 = 0$. В каком отношении ось симметрии параболы делит площадь сегмента?
2. Построить линию по её уравнению в полярных координатах $r = a(4 + \cos j)$ и вычислить площадь фигуры, ограниченной ею.
3. Найти периметр криволинейного треугольника, составленного из дуг полукубической параболы $36ay^2 = (a - 3x)^3$.
4. Найти объём тела, образованного вращением сегмента, заданного в № 1, вокруг оси симметрии параболы.
5. Эллипс $x^2 + 2y^2 = 4$ вращается около его большой оси. Найти площадь поверхности получившегося эллипсоида.

Вариант № 2

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $x^2 + y^2 = 8$, $x^2 = 2y$.
2. Построить линию по её уравнению в полярных координатах $r = a \sin 4j$ и вычислить площадь фигуры, ограниченной ею.
3. Найти периметр криволинейного треугольника, составленного из дуг обобщённой астроида: $x = \cos^3 t$, $y = 2\sin^3 t$ и отрезка координатной оси.
4. Найти объём тела, образованного вращением фигуры, заданной в № 1, вокруг её оси симметрии.
5. Эллипс $x^2 + 3y^2 = 3$ вращается около его малой оси. Найти площадь поверхности

получившегося эллипсоида.

Вариант № 3

1. Какая парабола вида $y = ax^2 + bx + c$ вырезает из прямоугольника $[-1; 1] \times [0; 1]$ фигуру, площадь которой составляет $1/4$ часть площади прямоугольника? Вершины прямоугольника суть $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(-1, 1)$, $(1, 1)$.
2. Построить линию по её уравнению в полярных координатах $\rho = 1 - \cos \theta$ и вычислить площадь фигуры, ограниченной ею.
3. Найти периметр криволинейной фигуры из задачи № 1.
4. Найти объём тела, образованного вращением фигуры, заданной в № 1, вокруг той координатной оси, на которую опирается прямоугольник $[-1; 1] \times [0; 1]$.
5. Дуга полукубической параболы $y = x^3$, содержащаяся между её вершиной и осью координат, перпендикулярной оси симметрии параболы, вращается около оси симметрии. Найти площадь образовавшейся поверхности.

Вариант № 4

1. Прямая $y = x$ отсекает сегмент от параболы $y = 1 - x^2$. В каком отношении ось симметрии параболы делит площадь сегмента?
2. Построить линию по её уравнению в полярных координатах $\rho = 1 - \cos \theta$ и вычислить площадь фигуры, ограниченной ею.
3. Найти периметр криволинейного треугольника, составленного из дуг полукубической параболы $y = x^3$.
4. Найти объём тела, образованного вращением сегмента, заданного в № 1, вокруг оси симметрии параболы.
5. Эллипс $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ вращается около его большой оси. Найти площадь поверхности получившегося эллипсоида.

Домашние к.р. 3 семестр

Контрольная работа № 3.1

Вариант № 1

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$.
2. Исследовать на сходимость ряды с положительными членами:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n!}{n^n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 1}{3^n}$$

соида.

Вариант № 2

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $x^2 + y^2 = 8$, $x^2 = 2y$.
2. Построить линию по её уравнению в полярных координатах $r = a \sin 4j$ и вычислить площадь фигуры, ограниченной ею.
3. Найти периметр криволинейного треугольника, составленного из дуг обобщённой астроида: $x = \cos^3 t$, $y = 2\sin^3 t$ и отрезка координатной оси.
4. Найти объём тела, образованного вращением фигуры, заданной в № 1, вокруг её оси симметрии.
5. Эллипс $x^2 + 3y^2 = 3$ вращается около его малой оси. Найти площадь поверхности получившегося эллипсоида.

Вариант № 3

1. Какая парабола вида $y = ax^2 + bx + c$ вырезает из прямоугольника $[-1; 1] \times [-1; 1]$ фигуру, площадь которой составляет $1/4$ часть площади прямоугольника? Вершины прямоугольника суть $(-1, -1)$, $(1, -1)$, $(1, 1)$, $(-1, 1)$.
2. Построить линию по её уравнению в полярных координатах $r = 1 - \cos 2\theta$ и вычислить площадь фигуры, ограниченной ею.
3. Найти периметр криволинейной фигуры из задачи № 1.
4. Найти объём тела, образованного вращением фигуры, заданной в № 1, вокруг той координатной оси, на которую опирается прямоугольник $[-1; 1] \times [-1; 1]$.
5. Дуга полукубической параболы $y = x^3$, содержащаяся между её вершиной и осью координат, перпендикулярной оси симметрии параболы, вращается около оси симметрии. Найти площадь образовавшейся поверхности.

Вариант № 4

1. Прямая $y = x$ отсекает сегмент от параболы $y = 1 - x^2$. В каком отношении ось симметрии параболы делит площадь сегмента?
2. Построить линию по её уравнению в полярных координатах $r = 1 - \cos 2\theta$ и вычислить площадь фигуры, ограниченной ею.
3. Найти периметр криволинейного треугольника, составленного из дуг полукубической параболы $y = x^3$.
4. Найти объём тела, образованного вращением сегмента, заданного в № 1, вокруг оси симметрии параболы.
5. Эллипс $x^2 + 3y^2 = 3$ вращается около его большой оси. Найти площадь поверхности получившегося эллипсоида.

Домашние к.р. 3 семестр

Контрольная работа № 3.1

Вариант № 1

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$.
2. Исследовать на сходимость ряды с положительными членами:

1. !! EMBED Equation.DSMT4
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n!}{n^n}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{3^n}$$

3. Определить характер сходимости знакопеременного ряда:
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n+3}$$

4. Доказать, что
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(n!)^2} = 0$$

Вариант № 2

1. Найти сумму ряда
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{5^{n-1}}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды с положительными членами:

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 2n + 3}$$

2.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 1}{3n^2 + 2}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{(n+1)!}$$

3. Определить характер сходимости знакопеременного ряда:
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{3n-1}$$

4. Доказать, что
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(n!)^3} = 0$$

Вариант № 3

1. Найти сумму ряда
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^{n-1}}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды с положительными членами:

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{3n+1}^{2n}$$

2.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \arctg \frac{1}{2^n}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{5^{n^2}}$$

3. Определить характер сходимости знакопеременного ряда:
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n+3}$$

4. Доказать, что
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(2n!)} = 0$$

Вариант № 4

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды с положительными членами:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n}}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{4n+1}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{(n^2 - 1)^2}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5^n}$

3. Определить характер сходимости знакопеременного ряда: $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln n}$

7. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} = 0$

Контрольная работа № 3.2

Вариант № 1.

1. Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (x-1)^{2n}}{2n}$.

2. Разложить функцию $f(x)$ в обобщённый ряд Фурье

$f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x \leq 0 \\ x, & 0 < x < 1 \end{cases} \quad T = 2$

3. Разложить функцию $F(x) = \frac{x-p}{2}$, $x \in [0, p]$ в тригонометрический ряд по косинусам.

Вариант № 2.

1. Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n-1}}{2n \cdot 3^n}$.

2. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье $f(x) = \begin{cases} x, & -p \leq x \leq 0 \\ p, & 0 < x < p \end{cases} \quad T = 2p$

3. Разложить функцию $F(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ в ряд по косинусам.

Вариант № 3

1. Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)(x+1)^{2n}}{2n^2 + 1}$.

2. Разложить функцию $f(x)$ в обобщённый ряд Фурье

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -3 < x \leq 0 \\ x, & 0 < x < 3 \end{cases} \quad T = 6$$

3. Разложить функцию $F(x) = \cos x$, $x \in [0, p]$ в тригонометрический ряд по синусам.

Вариант № 4

1. Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^{2n+1}}{5^{2n+1} (2n-1)(2n+1)}$.

2. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -p \leq x < 0 \\ \sin x, & 0 < x \leq p \end{cases} \quad T = 2p$$

3. Разложить функцию $F(x) = \frac{x}{2}$, $x \in [0, 2]$ в тригонометрический ряд по косинусам.

Контрольная работа по разделу «Дифференциальные уравнения»

Вар- т → № задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3901	3902	3903	3904	3905	3906	3907	3908	3909	3910
2	3927	3926	3925	3924	3923	3922	3921	3920	3919	3918
3	3934	3935	3936	3937	3938	3939	3940	3941	3942	3943
4	3963	3962	3961	3960	3959	3958	3957	3956	3955	3954
5	3979	3980	3981	3982	3983	3984	3985	3986	3987	3988
6	4017	4016(1)	4016(2)	4015	4014	4013	4012	4009	4008	4007
7	4155	4156	4157	4158	4159	4160	4161	4162	4163	4164
8	4199	4197	4196	4195	4194	4193	4192	4191	4190	4189
9	4277(1)	4277(2)	4277(3)	4277(4)	4277(5)	4277(6)	4277(7)	4277(8)	4277(9)	4277(10)
10	4275(10)	4275(9)	4275(8)	4275(7)	4275(6)	4275(5)	4275(4)	4275(3)	4275(2)	4275(1)

Первая строка – номер варианта, первый столбец – номер задания.

Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. М.: Наука, 1969. (2008)

Контрольная работа по ТФДП (27 вариантов.)

1. Установить взаимно-однозначное соответствие между...
2. Определить мощность множества всех...
3. Принадлежит ли совершенному множеству Кантора P_0 точка x_0 , если $x_0 = \dots$
4. Функция f задана на отрезке $[0,1]$ следующим образом: в точках множества P_0 её значения вычисляются по формуле $f(x) = \dots$, а на каждом дополнительном интервале графиком функции служит... Вычислить интеграл Лебега этой функции.

Вариант № 1

1. Двумя замкнутыми углами на плоскости.
2. точек графика функции, определённой на открытом множестве.
3. $32/33$?
4. $\sin \frac{p}{x}$; верхняя полуокружность, опирающаяся на интервал как на диаметр.

Вариант № 2

1. открытым и замкнутым углами равной величины.
2. непересекающихся кругов на плоскости.
3. $31/40$?
4. $x^2 + x - 1$; верхняя половина эллипса, малая ось которого равна половине большой.

Вариант № 3

1. углом и полуплоскостью.
2. непересекающихся треугольников на плоскости. (треугольник – контур)
3. $1/33$?
4. $\cos \frac{px}{2}$; верхняя половина ромба, вторая диагональ которого равна удвоенной первой.

Вариант № 4

1. открытым углом и плоскостью.
2. всех кругов на плоскости.
3. $9/40$?
4. $\sin \frac{p}{x}$; верхняя полуокружность, опирающаяся на интервал как на диаметр.

Вариант № 5

1. плоскостью и плоскостью с вырезанной полупрямой.
2. непересекающихся круговых колец на плоскости.
3. $16/23$?
4. $x + e^{-x^2}$; нижняя половина эллипса, малая ось которого равна $1/3$ большой.

Контрольная работа по ТФКП

Варианта контрольной работы по ТФКП

В →	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	48	42	43	44	45	46	47	48	49	41
2	128	127	123	122	121	120	119	118	127	128
3	145	146	148	161.1	161.4	162	163	157	158	160
4	195	194	192	186	185	184	183	182	181	180
5	201a	201б	201в	201г	201д	201е	201a	201б	201в	201г
6	294	295	296	297	298	299	300	294	295	296
7	347	346	344	343	342	341	340	339	338	337
8	352	353	354	355	356	357	358	359	357	356
9	376	373	372	371	370	369	368	367	366	365
10	383	388	390	387	386	381	382	383	384	386

Балк М.Б. и др. Задачник – практикум по теории аналитических функций.
Учебное пособие для студентов-заочников педагогических институтов.
М.: Просвещение, 1976.

Примечание: вариант задания – номер столбца таблицы.

6.2.2 Тестовые задания по курсу математического анализа

По всему курсу математического анализа для подведения промежуточной и итоговой аттестации разработан тест-комплект

Приложение 1

(Тестовые задания по курсу математического анализа)

Тест-комплект

«Математический анализ»

58 вопросов

180 минут

Проверяются знания основных понятий математического анализа, умения решать стандартные задачи из перечисленных ниже разделов математического анализа

АПИМ по математическому анализу

Назначение:	контроль знаний
Время выполнения:	180 минут
Количество заданий:	58
Тип заданий:	закрытый

Введение

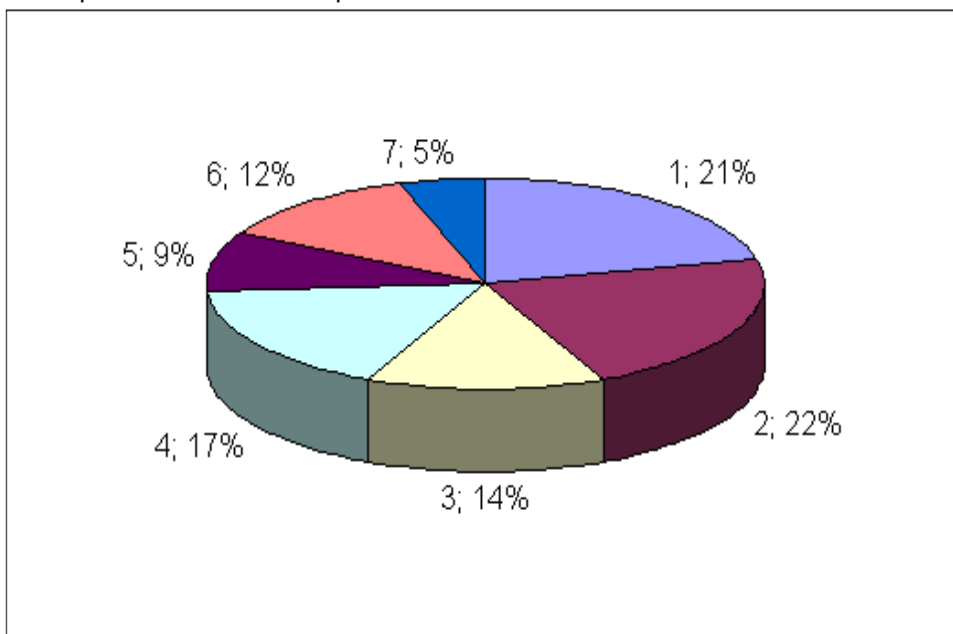
АПИМ по математическому анализу разработан для использования в процедурах аттестации студентов, завершивших изучение курса математического анализа.

Уровень сложности заданий и их содержание соответствует требованиям ГОС специальности 44.03.05.62 «Математика и информатика».

Структура заданий

1.	Введение	в	21%
----	----------	---	-----

	анализ	
2.	Дифференциальное исчисление функции 1 переменной	22%
3.	Интегральное исчисление функции 1 переменной	14%
4.	Ряды	17%
5.	Дифференциальное исчисление функции многих переменных	9%
6.	Кратные интегралы	12%
7.	Криволинейные интегралы	5%



Форма тестовых заданий

Тест состоит из заданий с выбором одного ответа из пяти предложенных. Ответы указываются на специальном бланке с таблицей номеров заданий.

Алгоритм проверки

- за правильный ответ испытуемый получает 1 балл,
- за неправильный или неуказанный ответ — 0 баллов.

Критерии оценок: 58-46-«5», 45-35-«4», 44-24-«3», 23-1-«2».

(От 80% - отлично, от 60% - хорошо, от 40% - удовлетворительно, менее 40% - неудовлетворительно)

Тестирование также можно провести и по отдельным разделам курса математического анализа с теми же критериями оценок.

Тестовые задания для студентов ФМФ НФИ КемГУ профиля
Математика и информатика
Дисциплина: Математический анализ 44.03.05.62

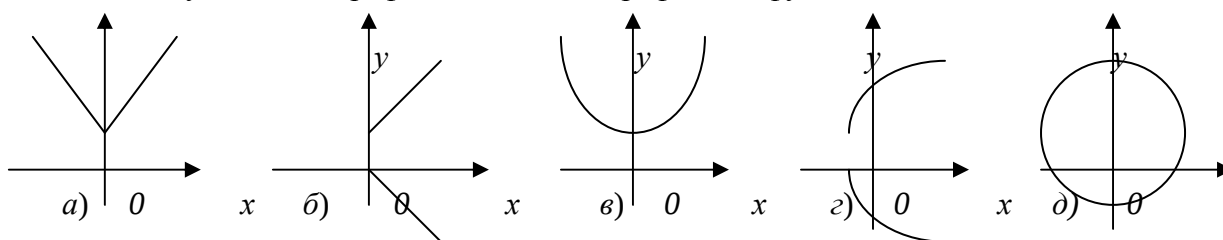
Структура заданий:

п/п	Наименование раздела	Наименование тем задания (номер задания)
	Введение в анализ	1.1 Функция (1-3) 1.2 Предел функции (4- 9) 1.3 Непрерывность функции. (10-12)
	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	2.1 Производная. (13-22) 2.2 Приложения производной. (23-25)
	Интегральной исчисление функции одной переменной	3.1 Непосредственное интегрирование. (26-28) 3.2 Приложения интеграла (29-33)
	Ряды	4.1 Числовые ряды. (34-37) 4.2 Функциональные ряды. (38-41) 4.3 Ряды Фурье (42-43)
	Дифференциальное исчисление функции многих переменных	5.2 Функции 2-х переменных (44) 5.3 Предел функции (45) 5.4 Частные производные (46 – 48)
	Кратные интегралы	6.1 Двойной интеграл и его приложения (49- 53) 6.2 Тройной интеграл и его приложения (54-55)
	Криволинейные интегралы	7.1 Вычисление криволинейных интегралов (56-58)

Ниже приведен пример одного из вариантов задания. Задания могут использоваться при аттестации студента как полностью, так и по отдельным разделам курса.

Вариант №1

1. Какие из указанных графиков являются графиками функций?

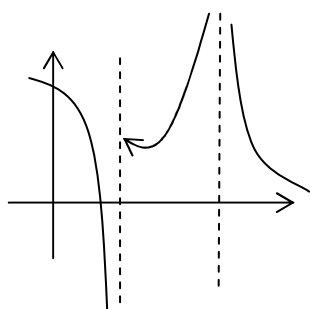


- 1) а и б 2) в и г 3) д 4) а и в 5) только д

2. Функцией, обратной данной $y = \frac{5}{x-1}$, является:

- 1) $y = x - 5$; 2) $y = \frac{x-1}{5}$; 3) $y = 1 + \frac{5}{x}$; 4) $y = 5(x-1)$; 5) $\frac{y}{5} = x - 1$.
3. Областью определения функции $y = \sqrt{|x|-1} + \frac{1}{x}$ является множество:
 1) $(-\infty; \infty)$; 2) $(-\infty; -1] \cup [1; \infty)$; 3) $(-1; 0) \cup (0; 1)$; 4) $(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$; 5) $(-\infty; 1]$.
4. Предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)! - n!}$ равен:
 1) ∞ ; 2) 1; 3) 0; 4) e ; 5) не существует.
5. Предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2}$ равен:
 1) ∞ ; 2) 1; 3) 0; 4) 2; 5) не существует.
6. Предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$ равен:
 1) ∞ ; 2) 1; 3) 0; 4) $3/2$; 5) $2/3$.
7. Предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}$ равен:
 1) ∞ ; 2) 1; 3) 0; 4) $1/2$; 5) не существует.
8. Предел функции $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x+1}{3x+3} \right)^x$ равен:
 1) ∞ ; 2) 0; 3) 0,5; 4) 2; 5) $2/3$.
9. Какие из следующих бесконечно малых при $x \rightarrow 0$ имеют тот же порядок, что и x ?
 а) $\sin 5x \lg x$; б) $x \cos x$; в) $\sin 3x$; г) $\sqrt{x}$; д) $\frac{x^2 - x}{x}$.
 1) а 2) б 3) в 4) г и д 5) б и в
10. Точками разрыва функции $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{при } -\infty < x < 1 \\ x-2 & \text{при } 1 \leq x < 2 \\ x+2 & \text{при } 2 \leq x < \infty \end{cases}$ является множество
 1) $\{0; 1; 2\}$; 2) $\{0; 2\}$ 3) $\{0; 1\}$ 4) $\{1; 2\}$ 5) $\{0\}$.

11. Изображен график функции



Характер точек разрыва таков:

- 1) а – точка разрыва 1 рода, b – 2 рода
 2) а, b – точки разрыва 2 рода
 3) а – точка разрыва 2 рода, b – точка устранимого разрыва

4) а - точка устранимого разрыва, b – точка разрыва 2 рода

5) а- точка разрыва 2 рода, b – 1 рода.

12. Пусть $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{при } x \leq 1 \\ 3-ax^2 & \text{при } x > 1 \end{cases}$. При каком a $f(x)$ непрерывна?

1) 0; 2) -1; 3) 1; 4) 2; 5) 3.

13. Значение производной функции $y = \frac{1}{x-1}$ в точке $x = 2$ равно:

1) 1; 2) -1; 3) 1/2; 4) -1/2; 5) 0.

14. Касательная к кривой $y = x^2 - x - 2$ параллельна прямой $y = x$ в точке:

1) (0;-2); 2) (1;-2) 3) (2;0); 4) (-1;0) 5) (-2;4)

15. Под какими углами пересекаются парабола $y = x^2$ и прямая $3x - y - 2 = 0$?

1) 30° и 150° 2) $\arctg 1/3$ и $\arctg 1/7$ 3) $\arctg 1/7$ и $\arctg 1/13$ 4) 45° и 135° 5) 0° и 90°

16. При каком значении параметра a , касательная к графику функции $y = 3x^2 + ax - 7$ параллельна оси ОХ и точке $x=1$?

1) 3; 2) 1; 3) 0; 4) 6; 5) -6.

17. Дифференциал dy функции $y = \frac{2}{x^2}$ равен:

1) $2 \ln x dx$ 2) $\frac{2dx}{x}$ 3) $\frac{2dx}{x^2}$ 4) $-\frac{4dx}{x^3}$ 5) $\frac{dx}{2x}$

18. Производная функции $s(t) = \frac{3}{5-t} + \frac{t^2}{5}$ в точке $t=0$ равна

1) 3/5 2) 3/100 3) 3/25 4) 25/3 5) 5

19. Производная функции $y = 2^{x-1}$ равна

1) $(x-1)2^{x-2}$ 2) 2^{x-1} 3) $2^{x-1} \ln 2$ 4) $(x-1) \ln 2$ 5) 2^x

20. Производная функции $y = \ln \sin 3x$ равна

1) $\frac{3}{\sin 3x}$ 2) $\frac{3}{\cos 3x}$ 3) $\frac{3}{\operatorname{ctg} 3x}$ 4) $\frac{3}{\operatorname{tg} 3x}$ 5) $\frac{3}{x \sin 3x}$

21. Производная $\frac{dy}{dx}$ параметрически заданной функции $\begin{cases} x = 1 - t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases}$ равна

1) $-2t$ 2) $1 - 3t^2$ 3) $\frac{2t}{3t^2 - 1}$ 4) $\frac{3t^2 - 1}{2t}$ 5) $\frac{3}{2}t$

22. Производная $\frac{dy}{dx}$ неявно заданной функции $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ равна

- 1) $x + y$ 2) $\sqrt{\frac{y}{x}}$ 3) $-\sqrt{\frac{y}{x}}$ 4) $\sqrt{\frac{y}{x}} - \sqrt{a}$ 5) $\sqrt{\frac{y}{x}} - \frac{1}{2\sqrt{a}}$

23. Сколько точек экстремумов имеет функция $y = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} + 7$?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) не имеет точек экстремумов.

24. Наибольшее значение функции $y = x^4 + 2x^2 + 5$ на отрезке $[-1; 2]$ равно:

- 1) 5 2) 4 3) 29 4) 13 5) 36

25. Функция $y = \frac{x^2 - 1}{x}$ возрастает в интервале

- 1) $(-\infty; \infty)$ 2) $(0; \infty)$ 3) $[-1; 0) \cup (0; 1]$ 4) $(-\infty; 0)$ 5) $(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$

26. Интеграл $\int \frac{dx}{\cos^2 2x}$ равен:

- 1) $\operatorname{tg} 2x$ 2) $\operatorname{tg} 2x + C$ 3) $\frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x + C$ 4) $-\frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x + C$ 5) $\frac{1}{\cos 2x} + C$

27. Интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{(x+1)^2}$ равен:

- 1) 1 2) $\frac{1}{2}$ 3) $1\frac{1}{2}$ 4) $-\frac{1}{2}$ 5) 2

28. Для функции $F(x) = \int_0^x t^2 dt$ её производная $F'(x)$ равна:

- 1) x^3 2) x^2 3) $\frac{x^3}{3}$ 4) $2x$ 5) $-\frac{x}{2}$

29. Площадь фигуры, ограниченная линиями: $4y = x^2$, $y^2 = 4x$ равна...

- 1) $\frac{32}{3}$ 2) $\frac{16}{3}$ 3) $\frac{8}{3}$ 4) 1 5) 2

30. Фигура, ограниченная кривой $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$) и осью Ox , вращается вокруг оси Ox . Объем полученного тела равен:

- 1) π^2 2) 3 3) $\frac{\pi^2}{2}$ 4) 1 5) π

31. Длина дуги кривой $x = \frac{y^2}{4} - \frac{1}{2} \ln y$ ($1 \leq y \leq e$) равна:

- 1) e 2) $\frac{e^2+1}{4}$ 3) $\frac{e^2}{2}$ 4) $(e-1)^2$ 5) $\frac{e^2-1}{2}$

32. Площадь поверхности вращения вокруг оси Ox дуги параболы $y^2 = 2x$ ($0 \leq x \leq \frac{3}{2}$) вычисляется по формуле:

- 1) $\pi \int_0^{\frac{3}{2}} \sqrt{1+2x} dx$ 2) $\int_0^{\frac{3}{2}} \sqrt{1+\frac{1}{4x}} dx$ 3) $2\pi \int_0^{\frac{3}{2}} \sqrt{1+2x} dx$
 4) $\pi \int_0^{\frac{3}{2}} \sqrt{1-2x} dx$ 5) $2\pi \int_0^{\frac{3}{2}} \sqrt{1+\frac{1}{2x}} dx$

33. Центр масс полуокружности $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ имеет координаты:

- 1) $(0,1)$ 2) $\left(0, \frac{2r}{\pi}\right)$ 3) $(1,1)$ 4) $\left(0, \frac{r}{\pi}\right)$ 5) $\left(\frac{r}{\pi}, \frac{r}{\pi}\right)$

34. Сумма ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n}$ равна:

- 1) 1 2) 2 3) 2,5 4) 1,5 5) 3

35. Из рядов а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n-1}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n + 1}$ сходятся:

- 1) только а 2) только а и с 3) только б 4) только с
 5) все

36. Из рядов а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin^n \frac{\pi}{2n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$ сходятся

абсолютно:

- 1) только а 2) все 3) только б 4) только с
 5) только б и с

37. По интегральному признаку Коши из рядов

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+1}$ б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{4n^2+1}}$

сходятся:

- 1) только b и c 2) все 3) только b 4) только c
 5) только a

38. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{e}{n}\right)^n x^n$ равен:

- 1) e 2) $\frac{1}{e}$ 3) ∞ 4) 1 5) 0

39. Сумма степенного ряда $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots$ ($|x| < 1$) равна:

- 1) $\frac{1}{1-x}$ 2) $\frac{1-2x}{(1-x)^2}$ 3) $\frac{1}{(1-x)^2}$ 4) $\frac{1}{1+x}$ 5) $\ln(1+x)$

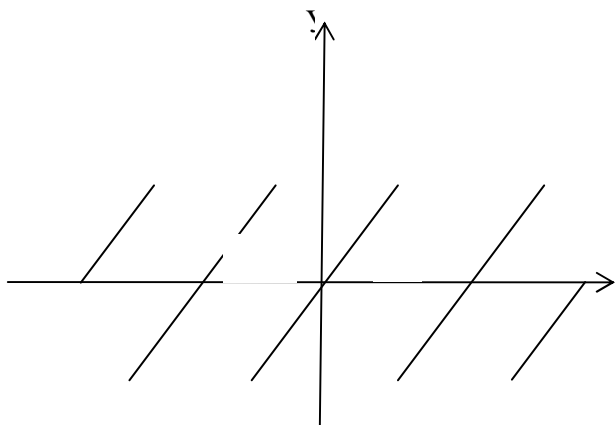
40. Третий член разложения в ряд Тейлора по степеням $(x-1)$ функции $f(x) = x^3 - 3x$ равен:

- 1) 0 2) $x-1$ 3) $3(x-1)^2$ 4) $(x-1)^3$ 5) $2(x-1)^2$

41. Ряд Маклорена для функции $\sin 2x$ имеет вид:

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1} \cdot 2^{2n-1}}{(2n-1)!}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1} \cdot 2^{2n-1}}{(2n-1)!}$ 3) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n-1} \cdot 2^{2n-1}}{(2n-1)!}$
 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1} \cdot 2^{2n+1}}{(2n+1)!}$ 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$

42. Периодическая функция $R \rightarrow R$ задана графиком



Какой ряд Фурье ей соответствует?

- 1) $\sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos kx$ 2) $\sum_{k=0}^{\infty} b_k \sin k\pi x$
 3) $\sum_{k=0}^{\infty} b_k \sin 2kx$ 4) $\sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos k\pi x + b_k \sin k\pi x$
 5) $\sum_{k=0}^{\infty} b_k \sin \frac{k\pi x}{2}$

43. Ряд Фурье функции $f(x) = -4x$ ($-\pi < x < \pi$), $T = 2\pi$ в точке $x_0 = \pi$ сходится к

значению:

- 1) -1 2) 0 3) -4π 4) 4 5) 1

44. Область определения функции $z = \ln xy$ имеет вид:

- 1) вся плоскость 2) 1 и 3 квадранты 3) прямая $y = x$
4) 2 и 4 квадранты 5) плоскость, кроме координатных осей

45. Предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + x^2 y^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$ равен:

- 1) 1 2) 0 3) 2 4) 3 5) e

46. Для функции $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ равна:

- 1) $\frac{x}{1+y^2}$ 2) $-\frac{x}{x^2+y^2}$ 3) $\frac{xy}{x^2+y^2}$ 4) $\frac{x}{1+y^2}$ 5) $\frac{y}{x^2+y^2}$

47. Уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2 + 2y^2 - z^2 = 1$ в точке $(0, 1, 1)$ имеет вид:

- 1) $x - 4y - 2z = 1$ 2) $4y - 2z = 2$ 3) $2x + 4y - 2z = 0$
4) $x + y + z = 2$ 5) $2y - z = 4$

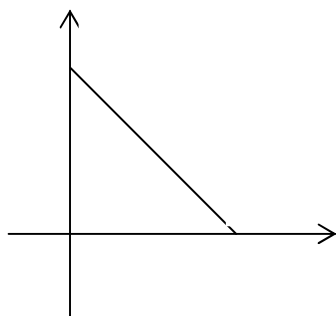
48. На множестве функций $u: R \rightarrow R$ задан дифференциальный оператор $D = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$

Какие из трёх данных функций удовлетворяют уравнению $Du = 0$?

- 1) $x^2 - y^2 + 4x$ 2) $x^2 + y^2 - 4y$ 3) $e^x \cos y$

- 1) все 2) 1,2 3) 2 4) 1,3 5) 3

49. Двойной интеграл функции $z = f(x, y)$ по области, изображённой на чертеже, преобразуется в повторный по формулам, приведённым в списке. Какие из них верны?



- 1) $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} z dy$ 2) $\int_0^1 dy \int_0^1 z dx$ 3) $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} z dx$

- 1) все 2) 1,3 3) 1 4) 2
5) 2,3

50. Значение интеграла $\iint_{x^2+y^2 \leq 1} xy dx dy$ равно
- 1) 10 2) 0 3) -1 4) 1 5) 2
51. Среднее значение функции $f(x, y) = xy^2$ в прямоугольнике $[0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 4]$ равно:
- 1) 25 2) 7 3) 15 4) 10 5) 15
52. Объём тела, ограниченного поверхностями: $x = 0, y = 0, z = 0, y = 1, z = 1 - x$ равен...
- 1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{3}{4}$ 5) 1
53. Площадь меньшей части поверхности сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 25$, отсечённой плоскостью $z = 3$ вычисляется по формуле:
- 1) $\iint_{x^2+y^2 \leq 25} \sqrt{1+4x^2+4y^2} dx dy$ 2) $\iint_{x^2+y^2 \leq 16} \sqrt{1+4x^2+4y^2} dx dy$
- 3) $\iint_{x^2+y^2 \leq 16} \frac{5}{\sqrt{25-x^2-y^2}} dx dy$ 4) $\iint_{x^2+y^2 \leq 16} \frac{1}{\sqrt{25-x^2-y^2}} dx dy$
- 5) $\iint_{x^2+y^2 \leq 25} \sqrt{25-x^2-y^2} dx dy$
54. Интеграл $\iiint_T x dx dy dz$, где T - тело, ограниченное поверхностями: $x = 0, y = 0, z = 0, x = 2, z = 3 - y$ равен...
- 1) 5 2) 2 3) 9 4) 3 5) 10
55. Объём тела, ограниченного поверхностями: $az = x^2 + y^2, 2az = a^2 - x^2 - y^2$ равен...
- 1) πa^3 2) $\frac{\pi a^3}{12}$ 3) $3a^3$ 4) $5a^3$ 5) $\frac{\pi a^3}{2}$
56. Криволинейный интеграл $\int_L (x - y) dl$, где L - отрезок прямой от точки (0,0) до точки (4,3), равен:
- 1) 2 2) $\frac{5}{2}$ 3) 3 4) 1 5) $\frac{7}{3}$
57. Криволинейный интеграл $\int_L \frac{dy}{x} - \frac{dx}{y}$, где L - дуга окружности $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$ от точки (1,0) до точки (0,1) равен...

- 1) 1 2) π 3) $\frac{\pi}{2}$ 4) 2π 5) 2

58. Криволинейный интеграл $\int_{\left(1, \frac{\pi}{6}\right)}^{\left(2, \frac{\pi}{4}\right)} 2xydx + x^2dy$ равен...

- 1) $\frac{\pi}{4}$ 2) π 3) $\frac{5\pi}{6}$ 4) 2π 5) $\frac{\pi}{3}$

Тест-комплект

Дифференциальные уравнения

10 заданий

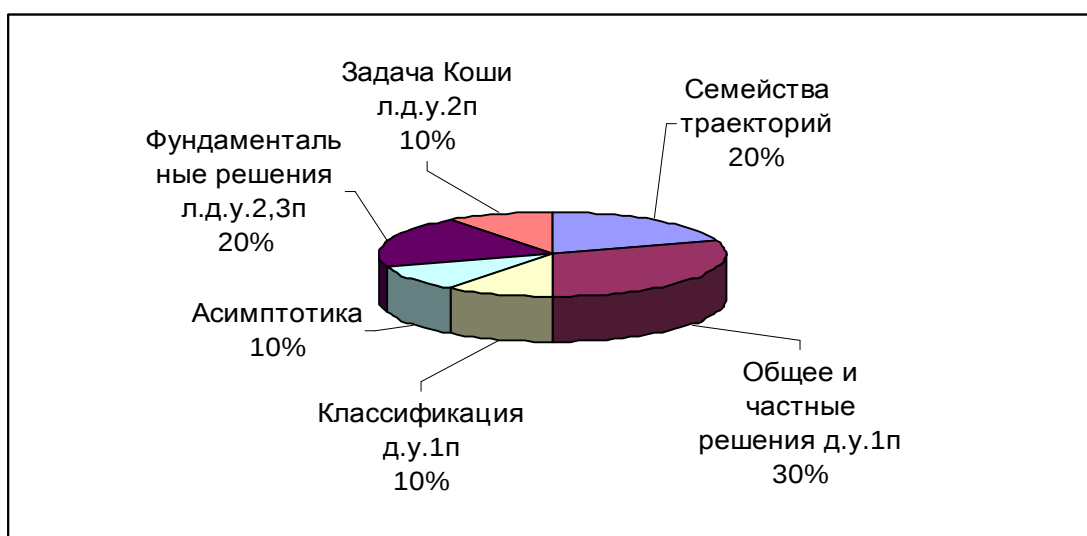
90 минут

Назначение:	контроль знаний
Время выполнения:	90 минут
Количество заданий:	10
Тип заданий:	закрытый

АПИМ по дифференциальным уравнениям, разработан для использования в процедурах и аттестации студентов, завершивших изучение курса обыкновенных дифференциальных уравнений

Уровень сложности заданий и их содержание полностью соответствует требованиям ГОС специальности 44.03.05.62 «Математика и информатика».

Структура заданий



Форма тестовых заданий

Тест состоит из заданий с выбором одного ответа из пяти предложенных. Ответы указываются на специальном бланке с таблицей номеров заданий.

Алгоритм проверки

- за правильный ответ испытуемый получает 1 балл,
- за неправильный или неуказанный ответ — 0 баллов.

(От 80% - отлично, от 60% - хорошо, от 40% - удовлетворительно, менее 40% - неудовлетворительно)

Тестовые задания для студентов ФМФ КузГПА специальности Математика
с дополнительной специальностью

Дисциплина: Дифференциальные уравнения

Структура заданий:

№ п/п	Наименование дисциплины	Наименование тем задания (номер задания)
1	Дифференциальные уравнения 1 порядка	1.1 Дифференциальное уравнение семейств кривых, ортогональные траектории (1), (2) 1.2 Общее и частное решения (3), (4), (10) 1.3 Классификация уравнений (5) 1.4 Асимптотика решений (6)
2	Дифференциальные уравнения 2 и более высоких порядков	2.1 Фундаментальные решения линейных уравнений (8), (9) 2.2 Задача Коши (7)

Вариант 1.

1. Дифференциальное уравнение семейства линий $y = e^{ax}$ имеет вид:

$$1) y = e^{\frac{xy'}{y}} \quad 2) y' = e^{xy} \quad 3) y = e^{\frac{xy'}{y}} \quad 4) y = \frac{xy'}{y^2} \quad 5) y = e^{\frac{xy'}{y^2}}$$

2. Уравнение ортогональных траекторий семейства линий $y = Cx^4$ есть:

$$1) 2yy' + x = 0 \quad 2) yy' + 2x = 0 \quad 3) yy' - x = 0 \\ 4) 4yy' - x = 0 \quad 5) 4yy' + x = 0$$

3. Решениями дифференциального уравнения $xydx + (x+1)dy = 0$ являются:

1) $y = C(x+1)e^x, x = -1$ 2) $y = C(x+1)e^{-x}, x = -1$

3) $y = Cxe^x, x = 0$ 4) $y = Cxe^{-x}, x = 0$ 5) $y = \frac{Ce^{-x}}{x+1}, x = -1$

4. Частное решение уравнения $y^2 = (xy - x^2)y'$, удовлетворяющее начальному условию $y(-1) = 1$ представляется в виде:

1) $y = e^{\frac{x+y}{x}}$ 2) $y = e^{-\frac{x+y}{x}}$ 3) $y = 2e^{\frac{x+y}{x}}$ 4) $y = e^{\frac{x+y}{y}}$ 5) $y = e^{-\frac{x+y}{y}}$

5. Дифференциальное уравнение $2y + 2xy' = x$ может быть классифицировано как:

1. Уравнение с разделяющимися переменными
2. Однородное относительно координат
3. Линейное уравнение
4. Уравнение в полных дифференциалах

1) 3, 4 2) 1, 2, 3 3) 2, 3, 4 4) 1, 2, 4 5) 2, 3

6. При $x \rightarrow +\infty$ решение уравнения $y' + y = 2(x+1)$ стремится к функции (асимптотика решения):

1) $x+1$ 2) $2x-1$ 3) $2x$ 4) $-2x$ 5) $-x-1$

7. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2yy' = 0$, удовлетворяющее начальным условиям: $y(0) = 1, y'(0) = -1$ имеет вид:

1) $-\frac{1}{x+1}$ 2) $\frac{1}{x+1}$ 3) $\frac{1}{1-x}$ 4) $\frac{1}{2x+1}$ 5) $\frac{1}{1-2x}$

8. Фундаментальная система решений линейного дифференциального уравнения третьего порядка, соответствующая корням характеристического уравнения: $r_1 = 1, r_2 = 0, r_3 = 1$ есть:

1) $\{x, e^x, e^x\}$ 2) $\{x, e^x, xe^x\}$ 3) $\{1, e^x, e^{2x}\}$ 4) $\{\cos x, \sin x, x\}$ 5) $\{x, e^{-x}, xe^{-x}\}$

9. Из данного перечня функций выпишите пару фундаментальных решений линейного дифференциального уравнения второго порядка $y'' - 2y' + 2y = 0$:

1. e^x 2. 1 3. $e^x \cos x$ 4. xe^x 5. $e^x \sin x$

Ответы: 1) 1, 2 2) 2, 3 3) 1, 4 4) 3, 5 5) нет такой пары

10. Из данного списка функций выпишите пары, состоящие из общего и частного решений дифференциального уравнения $3xdy - 2ydx = 0$:

$$1. -\sqrt[3]{x^2} \quad 2. Cx^{\frac{3}{2}} \quad 3. 0 \quad 4. x\sqrt{x} \quad 5. Cx^{\frac{2}{3}}$$

Ответы: 1) 2, 1 2) 2, 3 3) 5, 1 4) 5, 1 и 5, 3 5) нет таких пар

6.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Итоговая оценка работы студента по дисциплине выставляется в ходе экзамена (1 – 3 семестры) и зачета. Каждая итоговая оценка носит комплексный характер и складывается из следующих составляющих: активная работа на практических и лекционных занятиях; успешное выполнение заданий промежуточного контроля (домашних контрольных работ, ИДЗ, индивидуальных самостоятельных работ); собеседование на экзамене или зачете, отражающее уровень теоретических знаний и практических умений студента.

Студенты, успешно выполнившие задания промежуточного контроля, активно работавшие на практических занятиях и получившие высокие положительные отметки за домашнюю контрольную работу («отлично» и «хорошо»), освобождаются от собеседования на зачете.

Примерные вопросы и задания, критерии оценки сформированности компетенций на зачете представлены в п. 6 настоящей рабочей программы.

В результате анализа аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работы студента преподаватель принимает решение о допуске студента к экзамену. При этом принимаются во внимание следующие критерии и показатели:

Лекционные занятия

1. Посещаемость
2. Наличие и содержание конспектов лекций
3. Активность, внимательность
4. Культура поведения

Практические занятия

1. Посещаемость
2. Готовность к занятию (тетрадь, задачник, чертежные инструменты и т.д.)
3. Активность, внимательность
4. Своевременное выполнение домашних заданий

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">5. Культура поведения6. Качество решения предлагаемых задач |
| <p style="text-align: center;"><i>Домашние контрольные работы и индивидуальные домашние задания</i></p> <ol style="list-style-type: none">1. Своевременное выполнение работы (в соответствии с установленным графиком)2. Оформление работы3. Качество решения задач (отсутствие ошибок в решении, оригинальность)4. Качество чертежей (аккуратность, наличие цвета, грамотность) |

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

а) основная учебная литература:

1. Тер-Крикоров А. М. Курс математического анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. - 5-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. - 672 с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=365874>
2. Асланов Р.М., Ли О.В., Мурадов Т.Р. Математический анализ. Краткий курс [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Р.М. Асланов, О.В. Ли, Т.Р. Мурадов - М. : Прометей, 2014. - 284 с.
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=426687
1. Туганбаев А.А. Математический анализ: ряды [Электронный ресурс]: Учебное пособие / А.А. Туганбаев. – Электронные текстовые данные - Москва: Флинта, 2011 – 40 с.- Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=103837
2. Туганбаев А.А. Математический анализ: производные и графики функций [Электронный ресурс]: Учебное пособие / А.А. Туганбаев. – Электронные текстовые данные - Москва: Флинта, 2011 – 91 с.- Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=103836&sr=1>
3. Туганбаев А.А. Математический анализ: Интегралы [Электронный ресурс]: Учебное пособие / А.А. Туганбаев. – Электронные текстовые данные - Москва: Флинта, 2011 – 76 с.- Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=103835
3. 4. Туганбаев А.А. Математический анализ: Пределы [Электронный ресурс]: Учебное пособие / А.А. Туганбаев. – Электронные текстовые данные - Москва: Флинта, 2011 – 54 с.- Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=93665

б) дополнительная учебная литература:

1. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление [Текст]:/Л.Э. Эльсгольц.- Москва: Наука, 1969.- 423 с.
2. Вулих Б.З. Краткий курс теории функций вещественной переменной [Текст]:/Б.З. Вулих.- Москва: Наука, 1973.- 350 с.
3. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной [Текст]: /И.П.Натансон. – Москва: Наука: 1974. – 480 с.
4. Очан Ю.С. Сборник задач по математическому анализу / Ю.С. Очан. – Москва:

- Просвещение, 1981. – 270 с.
5. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций переменной [Текст]: /А.И. Маркушевич. – Москва: Наука, 1967. – 480 с.
 6. Свешников А.Г. Теория функций комплексной переменной [Текст] : учебник для студентов университетов / А. Г. Свешников, А.Н.Тихонов. - Изд.3-е; доп. - Москва: Наука, 1974. - 319с.
 7. Волковисский Л.И. Сборник задач по теории функций комплексной переменной [Текст]: / Л.И. Волковисский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович. – Москва: Наука, 1970. – 420 с.
 8. Ильин В.А Математический анализ [Текст]:/ В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. - Москва: Наука, 1979-2002. – 719с.
 9. Ильин В.А Основы математического анализа [Текст]:/ В.А. Ильин, В.А. Позняк.- Москва: Наука, 1967. – 571с.
 10. Виленкин Н.Я. Введение в математический анализ [Текст]: методическое пособие для студентов-заочников ФМФ. / Н.Я. Виленкин, А.Г. Мордкович. - Москва: Просвещение, 1983. – 150с.
 11. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления [Текст]: / Н.С. Пискунов. - Москва: Наука, 1985. – 560с.
 12. Макаров И.П. Дополнительные главы математического анализа [Текст]: / И.П. Макаров. – Москва: Просвещение, 1968. – 312 с.
 13. Ильин В.А. Основы математического анализа, ч.II [Текст]: / В.А. Ильин, Э.Г.Позняк. – Москва: Наука, 1980. – 340 с.
 14. Фураев В.З. Введение в теорию функций действительной переменной [Текст]: учебное пособие для студентов физико-математического факультета КузГПА/ В.З. Фураев, В.М. Рубцов, Гуляева Н.И. – Новокузнецк, РИО КузГПА, 2009.- 82 с.
 15. Балк М.Б. Задачник- практикум по теории аналитических функций [Текст]: учебное пособие для студентов педагогических институтов /М.Б. Балк. – Москва: Просвещение, 1976, - 121 с.
 16. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа т. 1,2 [Текст]: учебник для вузов /Г.М. Фихтенгольц.- Москва: Наука, 1972, 2001-2014.- 439с. – 461с.
 17. Тер-Крикоров А.М. Курс математического анализа, [Текст]: учебник для физико-математических специальностей вузов / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин. - Москва: Наука, 1988, 2002. – 812 с.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

- 1) www.nns.ru – Национальная электронная библиотека.
- 2) www.rambler.ru/ – Поисковая система.
- 3) www.yandex.ru/ – Поисковая система.
- 4) <http://mathematics.ru/> - Учебный материал по различным разделам математики.
- 5) www.exponenta.ru - Примеры применения математических пакетов в образовательном процессе.
- 6) www.fismat.ru - Высшая математика для студентов – интегралы и производные, ряды; лекции, задачи, учебники.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

9.1. Указания по организации самостоятельной работы

Самостоятельная работа студентов по изучению дисциплины *«Математический анализ и дифференциальные уравнения»* включает в себя следующие элементы:

- умение слушать и записывать лекции;
- работу с научной литературой;
- выполнение различных самостоятельных письменных заданий;
- подготовку к семинарским занятиям и активное участие в них;
- подготовку к сдаче зачетов и экзаменов

9.2. Рекомендации к прослушиванию лекционного курса

Лекция – одна из основных форм учебной работы в вузе. В системе Новокузнецкого филиала-института Кемеровского государственного университета около половины учебно-аудиторного времени студенты проводят в лекционных аудиториях. В лекции рассматриваются самые главные, узловые вопросы каждой темы курса, сообщаются новейшие научные достижения. Лекция – научная и методическая основа для самостоятельной работы студентов. Она предшествует семинарским занятиям и даёт направление всей подготовки к ним.

Студент на лекции должен не только слушать, а слушать, работая, т.е. понимая и записывая. Работая на лекции, необходимо уделить основное внимание логике изложения темы преподавателем, системе его аргументации. Конспект лекции нужен не только для того, чтобы потом использовать его для подготовки к семинару, зачёту, экзамену. Запись излагаемого лектором материала способствует лучшему его усвоению, анализу, запоминанию. При записи лекций работают все виды памяти – зрительная, слуховая, моторная. Конспект лекции необходим для систематизирования изучаемого материала, обобщения пройденного.

В процессе конспектирования лекции целесообразно учитывать следующие рекомендации:

1. Лекции по каждой изучаемой дисциплине следует вести в тетради, отдельной от практических (семинарских) занятий.
2. Обязательно записывать тему и план лекции.
3. Стараться излагать содержание лекции своими словами, ясно формулировать и выделять тезисы, отделять их от аргументов.
4. Рекомендуется соблюдать поля, на которых можно по ходу лекции и в дальнейшем записывать возникшие вопросы, замечания, дополнения и т.д.
5. Полезно использовать выделение в тексте отдельных ключевых слов и понятий, заголовков и подзаголовков, что облегчает чтение и восприятие текста при его последующем использовании для подготовки к семинарскому (практическому) занятию, сдаче зачета (экзамена).
6. Нужно учиться записывать лекции кратко, используя общепринятые сокращения слов и фраз.

9.3. Указания к работе на семинарских занятиях

Одной из важнейших форм самостоятельной работы студентов является подготовка и участие в семинарских (практических) занятиях, которые являются активной формой познавательной и учебной деятельности. Общей целью семинарских занятий по дисциплине *«Математический анализ и дифференциальные уравнения»* является приобретение навыков работы с научной информацией, её анализа и обработки. На семинарах также приобретаются навыки устного выступления перед аудиторией: логичного и последовательного построения речи, ясного формулирования мысли, аргументированного, убеждённого отстаивания своей точки зрения, умения обобщать и делать выводы.

Полноценная работа на семинаре предполагает предварительную подготовку к нему в соответствии с обозначенной темой и планом занятия. Планы семинарских занятий в

печатном либо электронном виде с указанием тем, обсуждаемых вопросов, обязательной и рекомендованной литературы являются обязательной частью методического обеспечения курса. Обращение к научной литературе требует от студента, в первую очередь, овладения навыками библиографической работы – умением пользоваться библиотечным каталогом, ориентироваться в фонде библиотеки НФИ КемГУ, других библиотек. Современный уровень информационной культуры включает в себя умение пользоваться Интернет-ресурсами – находить дополнительную литературу по теме через поисковые системы, критически оценивать используемую информацию.

Основой подготовки к семинарскому занятию является работа с обязательной литературой. Изучение и анализ текста научной литературы должен быть направлен на решение задач, поставленных в плане семинарского занятия, поиски ответов на поставленные к тексту вопросы. Культура работы с научным текстом предполагает умение выявлять круг исследовательских проблем

При работе с научной литературой необходимо выяснить и усвоить значение новых научных терминов, понятий, используя для этого справочные издания (энциклопедии, словари и т. д.). Рекомендуется обратить внимание на научный аппарат: примечания, сноски, ссылки на другие произведения, именные указатели, таблицы, диаграммы и т.д.

Прочитанный и хорошо осмысленный материал можно записать в форме развёрнутого плана, тезисов, выписок или конспекта. Лучшим видом записей является конспект. Он включает в себя и план, и тезисы, и выписки. В отличие от тезисов, конспект включает не только основные положения статьи, книги, но и систему авторской аргументации. Конспект научной публикации (статьи, книги) является необходимым условием успешного выступления и работы на семинарском занятии, т.к. позволяет полно и адекватно изложить содержащиеся в ней научные подходы к изучению вопросов и проблем, вынесенных на обсуждение. Хорошие конспекты позволяют также восстановить в памяти ранее изученный материал, при подготовке к зачету.

Конспекты научных публикаций для работы на семинаре рекомендуется выполнять в отдельной от лекций тетради, в которой должны быть поля. Одним из важнейших требований культуры работы с научным текстом является уважение авторских прав, поэтому необходимо полностью записывать и указывать при изложении автора публикации, её полное название, год и место издания. Кроме того, это позволит в случае необходимости повторно быстро найти книгу.

В начале семинарского занятия необходимо обратить внимание на вводное слово преподавателя, в котором определяются цель, задачи и последовательность его проведения. Обсуждение вопросов занятия может строиться в форме индивидуальных выступлений с сообщениями, докладами, комментариями, дополнениями, в форме работы в малых группах и т.д. Независимо от формы проведения занятий и принятой преподавателем методики опроса все присутствующие студенты должны быть готовы к обсуждению поставленных вопросов и проблем.

Составление терминологического словаря требует от студента навыков работы со справочными изданиями, в том числе и в электронном виде. Цель данного вида самостоятельной работы состоит не в бездумном списывании из справочного издания какого-либо определения понятия, а в осмыслении представленного в словаре материала и формулировании такого ответа, который в краткой форме раскрывает суть понятия. Это же можно сказать и о таком виде самостоятельной работы студента как составление таблиц с краткими определениями.

вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с

	выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии. Уделить внимание следующим понятиям (<i>перечисление понятий</i>) и др.
Практические занятия	Проработка рабочей программы, уделяя особое внимание целям и задачам структуре и содержанию дисциплины. Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом (<i>указать текст из источника и др.</i>). Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме.
Подготовка к зачёту, экзамену	При подготовке к зачёту необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

1. Компьютерное тестирование (ФЭПО) по итогам изучения дисциплины.
2. Использование слайд-презентаций при проведении лекций и отдельных семинаров.
3. Использование визуальных материалов на DVD-носителях.
4. Консультация, проверка проблемных вопросов по курсу посредством электронной почты.

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине «*Математический анализ и дифференциальные уравнения*» факультет располагает:

- а) аудитории для проведения лекционных занятий, оснащённых мультимедийным оборудованием, а также системой звукоусиления и микрофонами при проведении поточных занятий (ауд. 7203; 7207; 7114);
- б) учебными аудиториями для проведения групповых практических занятий.
- в) 2-мя компьютерными классами для проведения ФЭПО-тестирования, оснащёнными компьютерами с минимальными системными требованиями: Процессор: 300 MHz и выше; оперативная память: 128 Мб и выше; другие устройства: звуковая карта, колонки; устройство для чтения DVD-дисков (ауд.7208)

12. Иные сведения и (или) материалы

12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)

В рамках учебного курса используются элементы таких педагогических технологий, как проблемное обучение, ИКТ - технологии.

Проблемное обучение сводится к стимулированию студентов к самостоятельной «добыче» знаний, необходимых для решения конкретной проблемы.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Концепции современного естествознания», и в целом в учебном процессе они составляют **не менее 20%** аудиторных занятий (определяется требованиями ФГОС с учетом специфики ООП). Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов не могут

составлять более 40% аудиторных занятий (определяется соответствующим ФГОС).

12.2 Занятия, проводимые в интерактивных формах

№ п/п	Раздел, тема дисциплины	Объем аудиторной работы в интерактивных формах по видам занятий (час.)			Формы работы
		Лекц.	Практич.	Лабор.	
I.	Введение в анализ				
	Введение в анализ	2			Презентация с обсуждением
	Числовые множества, действительные числа.		2		Работа в малых группах
	Функция предел функции.		2		Работа в малых группах
	Непрерывность функции, свойства непрерывных функций.		2		Работа в малых группах
	ИТОГО по дисциплине:	2	6		8

12.3. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для обеспечения образования инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается адаптированная образовательная программа, индивидуальный учебный план с учетом особенностей их психофизического развития и состояния здоровья.

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется на основе образовательных программ, адаптированных для обучения указанных обучающихся.

Обучение по образовательной программе инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется факультетом с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Университетом создаются специальные условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

Составитель (и): Фураев В.З. доцент каф. МФиМО

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))