

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Кемеровский государственный университет»

Новокузнецкий институт (филиал)

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения

высшего профессионального образования

«Кемеровский государственный университет»

Факультет информационных технологий

Кафедра информационных систем и управления

им. В.К.Буторина



Т.В. Бурнышева

« 27 » февраля 2018 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Б1.В.ДВ.1.1 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В**  
**ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ**

Направление подготовки

09.03.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль) подготовки

Прикладная информатика в технике и технологиях

Уровень бакалавриата

Программа

Академический бакалавриат

Квалификация выпускника (степень)

Бакалавр

Форма обучения

очная

Год набора 2015

Новокузнецк 2018

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 09.03.03 Прикладная информатика.....	3
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата .....	3
3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся .....	4
3.1. Объем дисциплины по видам учебных занятий (в часах) .....	4
4. Содержание дисциплины, структурированное по разделам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	4
4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах).....	4
4.2 Содержание дисциплины, структурированное по разделам .....	5
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	7
6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине .....	17
6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине .....	17
6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы .....	17
6.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций.....	30
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины .....	31
а) основная учебная литература:.....	31
б) дополнительная учебная литература:.....	31
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины .....	31
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	32
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).....	34
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	35
12. Иные сведения и (или) материалы .....	35
12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине .....	35

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 09.03.03 Прикладная информатика

В результате освоения ООП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

<b>Коды компетенции</b>	<b>Результаты освоения ООП Содержание компетенций</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине</b>
ПК-23	способен применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач	<b>Знать</b> основы системного подхода и математические методы. <b>Уметь</b> применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач. <b>Владеть</b> навыками систематизации и математической формализации при решении прикладных задач.
ПК-24	способен готовить обзоры научной литературы и электронных информационно-образовательных ресурсов для профессиональной деятельности	<b>Знать</b> методы обзора научной литературы и электронных информационно-образовательных ресурсов. <b>Уметь</b> работать с научной литературой и электронными информационно-образовательными ресурсами. <b>Владеть</b> навыками проведения обзора научной литературы и электронных информационно-образовательных ресурсов.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Данная дисциплина относится к дисциплинам по выбору.

Дисциплина изучается на четвертом курсе в седьмом и восьмом семестрах.

Дисциплина участвует в формировании компетенций ПК-23, ПК-24 совместно с:

Б1.В.ДВ.1.2 Научно-исследовательская работа студента: моделирование информационных и экономических процессов

Б1.В.ДВ.2.1 Математический анализ

Б1.В.ДВ.3.1 Вычислительный эксперимент

Б1.В.ДВ.3.2 Корпоративные информационные системы

Б1.В.ДВ.4.1 Дифференциальные уравнения

Б1.В.ДВ.6.2 Теория управления

Б1.В.ДВ.7.1 Теория R-функций

Б1.В.ДВ.8.1 Дополнительные главы алгебры и геометрии

Б1.В.ОД.14 Интеллектуальные информационные системы и технологии

Б1.В.ОД.16 Основы научных исследований

Б1.В.ОД.5 Исследование операций и методы оптимизации

Б1.В.ОД.6 Математическое и имитационное моделирование экономических процессов

Б2.П.2 Научно-исследовательская работа

**3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 8 зачетных единицы (ЗЕ), 288 академических часов.

**3.1. Объем дисциплины по видам учебных занятий (в часах)**

Объем дисциплины	Всего часов
Общая трудоемкость дисциплины	288
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	126
Аудиторная работа (всего):	126
в том числе:	
Лекции	42
Лабораторные занятия	84
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	126
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)	Зачет и курсовая работа (7 семестр) Экзамен (8 семестр)

**4. Содержание дисциплины, структурированное по разделам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)**

№ п/п	Раздел дисциплины	Общая трудоемкость	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости	
			всего	аудиторные учебные занятия			самостоятельная работа обучающихся
				лекции	лабораторные занятия		
1.	Определение назначения и этапы моделирования, разработки математических моделей. Структурные модели.	60	10	20	30	Устный опрос. Индивидуальное домашнее задание.	
2.	Особенности моделирования в условиях неопределенности и с использованием имитационного подхода.	48	8	16	24	Контрольная работа	
	<b>Итого за 7 семестр</b>	<b>108</b>	<b>18</b>	<b>36</b>	<b>54</b>	<b>Зачет, курсовая</b>	

№ п/п	Раздел дисциплины	Общая трудоемкость	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости
			аудиторные учебные занятия		самостоят ельная работа обучающ ихся	
		всего	лекции	лаборатор ные занятия		
						<b>работа</b>
3.	Математические модели в различных предметных областях	180	24	48	72	Контрольная работа
	<b>Итого за 8 семестр</b>	<b>180</b>	<b>24</b>	<b>48</b>	<b>72</b>	<b>Экзамен (36)</b>
	<b>Итого</b>	<b>288</b>	<b>42</b>	<b>84</b>	<b>126</b>	

#### 4.2 Содержание дисциплины, структурированное по разделам

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1	<b>Определение и назначение моделирования, этапы разработки математических моделей. Структурные модели.</b>	Определение и назначение моделирования. Этапы построения математической модели. Структурные модели.
<i>Содержание лекционного курса</i>		
1.1.	Определение и назначение моделирования.	Место моделирования среди методов познания. Определение модели. Свойства моделей. Цели моделирования. Классификация математических моделей: в зависимости от сложности объекта моделирования, в зависимости от оператора модели, в зависимости от параметров модели, в зависимости от целей моделирования, в зависимости от методов реализации.
1.2.	Этапы построения математической модели.	Этапы построения математической модели: обследование объекта моделирования, концептуальная постановка задачи моделирования, математическая постановка задачи моделирования, выбор и обоснование выбора метода решения, реализация модели в виде программы для ЭВМ, проверка адекватности модели, практическое использование построенной модели. Примеры математических моделей.
1.3	Структурные модели.	Понятие структурной модели. Способы построения структурных моделей.
<i>Темы практических занятий</i>		
1.1	Классификация математических моделей.	Проведение классификации математических моделей в различных областях знаний. Установление аналогичности математических моделей для различных областей знаний.
1.2	Постановка задачи моделирования.	Формулировка содержательных постановок задач моделирования для объектов и процессов из различных областей знаний.
1.3- 1.4	Классические математические модели в различных областях знаний.	Выделение формальных этапов моделирования для классических математических моделей из различных областей знаний.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1.5	Особенности моделирования сложных объектов и систем.	Построение математических моделей сложных объектов и систем.
1.6	Контрольная работа	Выделение формальных этапов моделирования при построении математических моделей из различных областей знаний.
2	<b>Особенности моделирования в условиях неопределенности и с использованием имитационного подхода.</b>	Моделирование в условиях неопределенности. Моделирование с использованием имитационного подхода.
<i>Содержание лекционного курса</i>		
2.1	Моделирование в условиях неопределенности.	Причины появления неопределенностей и их виды. Моделирование в условиях неопределенности, описываемой с позиций теории нечетких множеств. Моделирование в условиях стохастической неопределенности. Моделирование марковских случайных процессов.
2.2.	Моделирование с использованием имитационного подхода.	Особенности моделей, использующих имитационный подход. Имитатор массового обслуживания. Клеточные автоматы. Моделирование дислокаций в металле.
<i>Темы практических занятий</i>		
2.1.	Построение математических моделей в условиях неопределенности, описываемой с позиций теории нечетких множеств	Нечеткие множества и отношения. Операции над нечеткими множествами и отношениями. Решение задач по построению математических моделей в условиях неопределенности, описываемой с позиций теории нечетких множеств
2.2.	Построение математических моделей в условиях стохастической неопределенности.	Случайная величина, ее параметры и методы их вычисления. Исследование систем массового обслуживания с потоком, близким к пуассоновскому.
2.3.	Имитаторы и клеточные автоматы.	Разработка математических моделей-имитаторов. Разработка программ, реализующих клеточные автоматы.
3.	<b>Математические модели в различных предметных областях.</b>	Линейные и нелинейные модели.
<i>Содержание лекционного курса</i>		
3.1-3.2	Линейные и нелинейные модели.	О законе Гука и границах линейности. Сплошные среды и уравнения математической физики. Линейные уравнения и принцип суперпозиции. Вывод волнового уравнения из законов механики. Решение волнового уравнения методом Фурье. О характеристиках уравнений математической физики. Решение волнового уравнения методом Даламбера. Уравнения Максвелла. Автомодельность. Вейвлеты. Фракталы и их применение. Нелинейные модели ДНК.
<i>Темы практических занятий</i>		
3.1.	Сплошные среды и уравнения математической физики. Решение волнового уравнения методом Фурье.	
3.2.	Решение волнового уравнения методом Даламбера.	
3.3.	Уравнения Максвелла.	

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание
3.4.	Автомодельность.	
3.5.	Вейвлеты. Фракталы.	

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

*Учебно-методический комплекс по дисциплине включает слайд-конспекты лекций, разработки практических занятий (включая задания для самостоятельной работы студентов) для свободного доступа студентам размещен в сети НФИ КемГУ n*

Самостоятельная работа студентов включает:

- выполнение индивидуальных домашних заданий;
- подготовка к контрольной работе;
- подготовка к устному опросу;
- подготовка к зачету.

### Вопросы для самоконтроля

РАЗДЕЛ 1. Определение и назначение моделирования, этапы разработки математических моделей. Структурные модели.

1. Что такое модель и моделирование? Цели моделирования?
2. В каких областях человеческой деятельности применяются модели?
3. Можно ли отнести мифологию к моделированию? Почему?
4. Какие типы моделей используются в изучаемых вами дисциплинах (включая дисциплины вузовского и/или школьного курса)?
5. Какие существуют типы моделирования?
6. В чем отличие моделирования натурального от мысленного?
7. Назовите характерные особенности аналоговых моделей.
8. Что такое когнитивная модель?
9. Какие модели называют содержательными?
10. Назовите разновидности содержательных моделей.
11. Чем концептуальная модель отличается от содержательной?
12. Что такое формальная модель?
13. Какое моделирование называется математическим?
14. Какие примеры математических моделей вам известны?
15. Сформулируйте достоинства математических моделей.
16. Приведите и проанализируйте различные примеры определений математических моделей.
17. Что может выступать в качестве оператора при математическом моделировании?
18. Почему информационные модели нельзя считать разновидностью математических?
19. По каким классификационным признакам можно разделять математические модели?
20. Чем простые модели отличаются от сложных?
21. В чем заключается сложность моделирования систем?
22. Какие типы моделей можно выделить по виду оператора моделирования?
23. Чем отличаются линейные и нелинейные модели?
24. Какие типы моделей выделяются по виду параметров моделирования?
25. Чем характерна дескриптивная модель?
26. Для каких целей служит оптимизационная модель?
27. Чем отличаются стационарные и нестационарные модели?
28. Как влияет размерность на сложность модели? Почему?
29. Перечислите способы описания неопределенности параметров модели.

30. Назовите основные методы реализации моделей, перечислите их достоинства и недостатки.
  31. Кто участвует в разработке содержательной постановки задачи?
  32. На основании какой информации выполняется формулировка концептуальной постановки задачи моделирования?
  33. Какие функции выполняет постановщик задач?
  34. Какая из постановок задачи (содержательная, концептуальная или математическая) является самой абстрактной?
  35. Что включает понятие корректности математической задачи?
  36. Каким условиям должна удовлетворять корректная модель?
  37. К каким математическим задачам можно применять численные методы?
  38. Назовите три составляющие погрешности численных методов.
  39. Какие цели преследует проверка адекватности модели?
  40. Перечислите причины возможной неадекватности модели.
  41. Для решения каких задач может быть использована математическая модель?
  42. Что такое искусственная система? В каком случае совокупность отдельных элементов будет системой, а в каком — нет? Приведите примеры.
  43. Когда на практике можно применять модель «черного ящика»? Какие основные недостатки имеет данная модель?
  44. В чем сложность построения модели «белого ящика»? Какие виды неопределенностей вы знаете?
  45. Что такое структурная схема системы? Чем отличается граф от сети?
  46. В чем заключается основная особенность иерархических структурных схем? Где применяются иерархические структуры?
  47. Почему синтез считают завершающим этапом анализа?
  48. Что такое фрейм? Является он формальной или содержательной структурной моделью?
  49. Сформулируйте условия окончания декомпозиции системы.
  50. Что такое агрегат? Может ли агрегат обладать новыми свойствами по сравнению с теми, которыми обладают составляющие его элементы?
  51. Какой агрегат называется оператором? Переменные и параметры оператора. Какие виды неопределенности оператора вы знаете?
- РАЗДЕЛ 2. Особенности моделирования в условиях неопределенности и с использованием имитационного подхода.
1. Сформулируйте основные причины появления неопределенностей. Какие из них являются субъективными, а какие — объективными?
  2. Как различается неопределенность в зависимости от полноты и качества описания?
  3. Какие основные причины возникновения неоднозначности вы знаете?
  4. Приведите примеры лингвистических и физических неоднозначностей.
  5. Как описывается неопределенность математически?
  6. Приведите примеры математического описания неопределенностей для различных физических явлений.
  7. Когда в задаче математического моделирования применяется стохастическое описание переменных?
  8. В чем сущность аксиоматического подхода к построению теории вероятностей? Сформулируйте аксиомы А.Н. Колмогорова.
  9. Можно ли ввести понятие плотности распределения вероятностей для дискретной случайной величины?
  10. Объясните различие между модой, медианой и математическим ожиданием.
  11. Какова вероятность того, что вторая карта, произвольно вытянутая из колоды (36 карт), побьет первую?

12. Вероятность попадания в мишень каждого из двух стрелков равна 0,3. Стрелки стреляют по очереди, причем каждый делает по два выстрела. Попавший в мишень первым получает приз. Найти вероятность того, что приз стрелки получат.

13. Один раз бросают две игральные кости. Случайная величина  $S$  - сумма выпавших очков. Определить математическое ожидание и дисперсию  $S$ .

14. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{x-1}{2}, & x \in [1, 3], \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Вычислите вероятности попадания случайной величины  $X$  в интервалы (1.5;2.5) и (2.5;3.5).

15. Вычислите математическое ожидание, дисперсию и постройте график плотности и функции распределения для случайной величины, равномерно распределенной на отрезке  $[0, 1]$ .

16. В чем сущность метода равных вероятностей?

17. В чем сущность метода Монте-Карло?

18. Может ли простейший поток быть регулярным? Почему?

19. Может ли простейший поток быть нестационарным?

20. При каких допущениях процесс поступления больных в стационар можно считать простейшим потоком?

21. Наличие в системе очереди - это хорошо или плохо? Что плохо, если в СМО длинная очередь? Что плохо, если в СМО очередь образоваться не успевают?

22. Пусть интервал времени между поступлением заявок в СМО с отказами подчиняется равномерному закону. Можно ли для анализа системы применять соотношения Эрланга?

23. Чему равна вероятность отказа в обслуживании для системы с бесконечной очередью?

24. Почему при  $\lambda = \mu$  длина очереди в СМО с бесконечной очередью может расти бесконечно? Поясните на примере.

25. Поясните на примере, что означает фраза «вероятность отказа в обслуживании составляет 0,01»?

26. Система имеет три состояния. Будет ли верно условие  $p_1 = p_2 = p_3 = 0,5$ ?

27. В каких случаях выгоднее взять универсальный станок, а в каких - специализированный?

28. Каким образом соотносятся между собой реальное, системное и модельное время?

29. Может ли системное время быть не равно реальному времени? Почему?

30. В каких случаях обосновано применение имитаторов?

31. В чем принципиальные отличия аналитических моделей и имитаторов?

32. В чем схожесть реального и вычислительного с использованием имитатора экспериментов?

33. В чем достоинства и недостатки моделирования системного времени с постоянным и переменным шагами?

34. Назовите отличия технологии создания имитаторов от аналитических моделей.

35. Почему имитаторы можно отнести к разновидностям математических моделей?

36. В каких случаях имитатор СМО является предпочтительным по отношению к аналитическому подходу?

РАЗДЕЛ 3. Классические модели в различных областях знаний.

1. Статический анализ конструкции. Построение математической модели однопролетного арочного моста в условиях равновесия.

2. Модель спроса-предложения. Построение модели для описания поведения цен в ближайшие годы, как функцию от первоначальной цены.
3. Динамика популяций. Модель Томаса Мальтуса. Модель Ферхюльста.
4. Модель конкуренции двух популяций.
5. Гармонический осциллятор.
6. Линейность и нелинейность в теории упругости.
7. Модели математической физики.
8. Вывод волнового уравнения из законов механики.
9. Решение волнового уравнения методом Фурье.
10. Решение волнового уравнения методом Даламбера.
11. Уравнения Максвелла.
12. Классификация квазилинейных систем.
13. Уравнения колебаний струны. Уравнение Шредингера.
14. Феноменологические модели.
15. Анализ подобия и размерности.
16. Автомодельность.
17. Самоорганизация и структуры в нелинейных средах.
18. Нелинейные волны в сплошных средах.
19. Иерархические модели турбулентности и многомасштабные функциональные базисы.
20. Вейвлеты.
21. Вейвлет-анализ временных колебаний.
22. Фракталы и их применение.
23. Нелинейные модели ДНК.

#### **Задания для самопроверки**

**РАЗДЕЛ 1.** Определение и назначение моделирования, этапы разработки математических моделей. Структурные модели.

1. Разработайте когнитивную, содержательную и концептуальную (структурно-функциональную и причинно-следственную) модели оптимального (с вашей точки зрения) расписания движения общественного транспорта. Попытайтесь оценить различие когнитивной и содержательной моделей. С использованием доступных вам математических методов разработайте вариант математической модели.

2. Проведите классификацию математических моделей классической физики.

3. Для задания №1 разработайте простую аналитическую модель, проанализируйте ее с позиций сложности объекта, операторов, типа входных и выходных параметров, цели моделирования. Проведите численные эксперименты для различных значений входных переменных.

4. Проведите анализ и классификацию нескольких математических моделей в интересующей вас области знаний. Установите аналоги рассматриваемых математических моделей в других областях.

5. Аналогично предыдущему пункту — для процесса развития эпидемии в регионе. Для математической модели найдите аналоги в известных моделях механики сплошной среды.

6. Сформулируйте несколько вариантов содержательных постановок задач моделирования работы:

- продовольственного магазина;
- стационара больницы или поликлиники;
- ремонтной мастерской;
- регулируемого перекрестка дорог;
- автодорожной сети микрорайона;
- участка цеха;
- факультета вуза или средней школы.

7. Разработайте математическую модель движения железнодорожного состава. В

первом приближении вагоны можно считать абсолютно жесткими телами, связи между ними — линейными или нелинейно упругими.

8. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей взлет космического аппарата с Луны.

9. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей посадку спутника в атмосфере Земли.

10. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей движение шарика в сферической ямке. Выберите и реализуйте метод решения полученной математической задачи. Исследуйте траектории шарика в зависимости от начальных условий.

11. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей движение срубленного дерева.

12. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей движение заряженной частицы в магнитном поле.

13. Космический аппарат совершает движение по орбите вокруг Земли и может быть виден некоторым наблюдателем, находящимся на ее поверхности в точке с заданными координатами. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей движение космического аппарата по небосводу Земли с точки зрения наблюдателя.

14. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей движение лыжника, выполняющего прыжок с трамплина.

15. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей процесс нагревания и закипания чайника.

16. Разработайте математическую модель какого-либо процесса в интересующей вас области знаний, опишите особенности каждого из этапов моделирования, сравните их с этапами построения математической модели предыдущего задания.

17. Постройте модели состава и структуры семьи при: а) матриархате; б) равноправии супругов.

18. Постройте структурную модель системы управления, которая реализована в вашем учебном заведении.

19. Постройте структурную модель спортивной команды (например, хоккейной или футбольной).

20. Постройте структурную модель автомобиля.

21. Постройте структурную модель солнечной системы.

22. Постройте агрегат-классификатор численных методов решения систем алгебраических уравнений.

23. Постройте одномерную структурную модель упрочняющегося упруго-пластического тела, для которого задана диаграмма  $\sigma$ - $\epsilon$  приведенного вида. Постройте определяющие соотношения, соответствующие вашей структурной модели.

РАЗДЕЛ 2. Особенности моделирования в условиях неопределенности и с использованием имитационного подхода.

1. Сформулируйте и запишите нечеткие отношения предпочтения между элементами множеств  $X$  и  $Y$ ,  $Y$  и  $Z$ , если

$X = \{\text{лес, кирпич, пенобетон}\}$ ,  $Y = \{\text{железо, шлакобетон, брус}\}$ ,  $Z = \{\text{гипсоблоки, ракушечник, бетон}\}$ . Определите произведение этих отношений.

2. Приведите примеры и запишите числовые и нечисловые нечеткие и лингвистические переменные.

3. Для универсального множества  $U = (a, b, c, d, e, f, g)$  и нечетких подмножеств

$A = (0,0/a; 0,3/b; 0,7/c; 1,0/d; 0,0/e; 0,2/f; 0,6/g)$ ,

$B = (0,3/a; 1,0/b; 0,5/c; 0,8/d; 1,0/e; 0,5/f; 0,6/g)$ ,

$C = (1,0/a; 0,5/b; 0,5/c; 0,2/d; 0,0/e; 0,2/f; 0,9/g)$  найдите:

- а)  $A \cap B$       б)  $A \cup B$ ;    в)  $A \circ \bar{B}$ ,    г)  $(A \cup \bar{B}) \circ C$ ;  
 д)  $(\overline{A \circ B}) \circ \bar{C}$ ;    е)  $A \oplus B$ ;    ж)  $\overline{A \oplus B}$ ;    з)  $(A \circ \bar{A}) \cup A$ ,  
 и)  $A/B$ ;            к)  $A - B$ ;      л)  $A \times B \times C$ ; м)  $A \oplus B$ .

4. Для нечетких подмножеств из упр. 3 вычислите:

- а)  $A \cdot B$ ;                      б)  $A + B - A$ ;      в)  $A/C + B$ ;      г)  $(A - C)/B$ ;  
 д)  $(A - B)/(A - C)$ ;    е)  $A \oplus B \oplus C$ ;      ж)  $A \cdot (B \oplus C)$

5. Определите обычные подмножества  $\alpha$ -уровня для нечеткого множества  $A = (0,7/a; 0,5/b; 1,0/c; 0,2/d; 0,6/e)$ , если:

- а)  $\alpha = 0,1$ ;    б)  $\alpha = 0,6$ ;    в)  $\alpha = 0,8$ ;    г)  $\alpha = 0,9$ .

Запишите разложение нечеткого множества  $A$ .

6. Введите правила для определения понятий *чрезмерно* и *достаточно*.

7. Сравните нечеткие числа

$A = (0,2/3; 0,8/4; 0,4/5; 0,2/6)$  и  $B = (0,1/3; 0,95/4; 0,3/5)$ .

Для сравнения используйте все известные индексы ранжирования.

8. Концептуальная постановка задачи состоит в следующем: два истребителя из противоборствующих воздушных армий руководствуются стратегиями:

$A$ : если снарядов *мало*, то вероятность поражения противника *малая*, иначе *не малая*.

$B$ : если снарядов *не мало*, вероятность поражения противника *большая*, иначе *не большая*.

Известно, что:

*мало* снарядов =  $(0,8/3; 0,4/15; 0,3/30)$ ,

*малая* вероятность =  $(0,1/0,9; 0,5/0,5; 0,8/0,1)$ ,

*большая* вероятность =  $(0,8/0,9; 0,5/0,5; 0,3/0,2)$ . Число снарядов *не очень мало*. Кто победит?

9. На участке имеется  $N$  однотипных станков. Производительность одного станка такова, что в среднем в течение смены на нем можно обработать  $\mu$  деталей. Детали поступают на обработку партиями по  $M$  штук. Партии поступают неравномерно и их поток близок к пуассоновскому. Интенсивность поступления составляет  $\lambda$  партий в смену. Постройте граф состояний данной СМО и запишите систему уравнений Колмогорова для финальных вероятностей.

10. Мастерская по ремонту имеет складское помещение на  $M$  мест. В мастерской работают  $N$  мастеров, обеспечивающих среднее время ремонта  $T$ . Интенсивность поступления заявок  $\lambda$ . Если все мастера заняты и склад заполнен, то заявка отклоняется. Постройте граф состояний данной СМО и запишите систему уравнений Колмогорова для финальных вероятностей.

11. Определите требуемое число коек в стационаре больницы, если среднее время выздоровления одного больного составляет 21 день. Новые больные не принимаются, если все койки в стационаре заняты. Поток поступления больных близок к пуассоновскому с интенсивностью 3 человека в день. Вероятность отказа не должна быть выше 5%.

12. Определите среднюю длину очереди в кассу магазина, если среднее время обслуживания одного покупателя составляет 0,3 мин. Поток покупателей близок к пуассоновскому с интенсивностью 3 покупателя в минуту. Сколько необходимо установить касс, если интенсивность потока возрастет в 5 раз? Средняя длина очереди при этом не должна превышать 10 человек.

13. Разработайте имитатор одноканальной СМО с ограниченным временем ожидания в очереди. Предполагается, что поток заявок, поступающий в систему, является простейшим. Поступившая в систему заявка может сразу поступить на обслуживание, если канал свободен, либо встать в очередь. Если время пребывания заявки в очереди превысило некоторое предельное для нее значение, она покидает систему необслуженной. Интервал времени между поступлением двух соседних заявок, максимальное время пребывания заявки в очереди и время ее выполнения описываются случайными величинами, подчиненными показательному распределению с заданными средними значениями. Имитатор должен выполнять оценку следующих параметров эффективности СМО:

- среднего времени пребывания заявки в очереди;
- вероятности выполнения заявок;

- коэффициента загрузки системы.

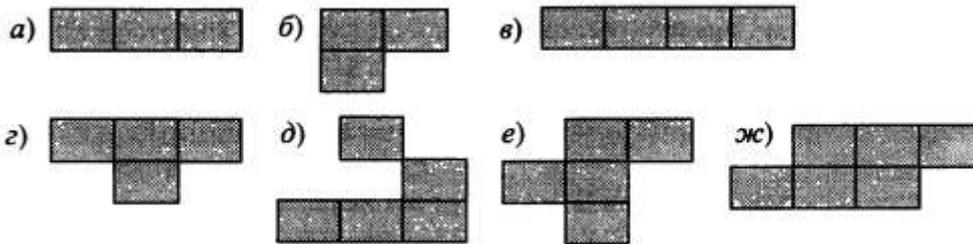
14. Аналогично заданию 13 разработайте имитатор n-канальной СМО с ограниченным временем пребывания в очереди.

15. Разработайте имитатор регулируемого светофором перекрестка дороги. Движение в одном направлении считайте однополосным. При движении через перекресток разрешено движение прямо, повороты налево и направо. Перекресток представьте как многоканальную систему с очередями. Поток машин, подходящих к перекрестку, считайте простейшим. При пересечении перекрестка интервал времени между машинами следует принять случайной величиной, подчиненной равномерному закону распределения. Исходные данные получите в результате наблюдения за реальным перекрестком.



При проведении наблюдений следует в журнал наблюдений записать моменты времени подъезда автомобиля к перекрестку, его въезда на перекресток, направление и момент выезда с перекрестка. Для получения достоверных оценок параметров проследите за проездом перекрестка не менее 100 автомобилями.

15. Разработайте программу, реализующую клеточный автомат «Жизнь». Состояние клеточного пространства выведите на экран в графическом режиме. Исследуйте эволюцию КА для следующих начальных состояний, задающих расположение «живых» клеток:



16. Разработайте клеточный автомат «Лишайники», поведение которого подчинено следующим правилам:

- клетка может находиться в активном или пассивном состоянии;
- клетка становится активной, если в восьми соседних клетках находится  $N_1$ ,  $N_2$  или  $N_3$  активных клеток;
- если число активных клеток в окрестности не равно  $N_1$ ,  $N_2$  или  $N_3$ , то клетка становится пассивной.

17. Разработайте клеточный автомат «Дюны», поведение которого подчинено следующим правилам:

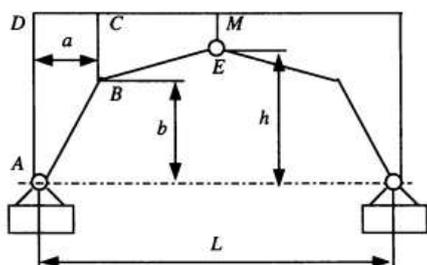
- клетка может находиться в активном и пассивном («спрятанном») состоянии;
- если клетка была активна и из восьми соседних клеток более  $N$  активны, то клетка «прячется». Время нахождения в «спрятанном» состоянии равно  $W$  тактов;
- если время «прятания» закончилось и в окрестности не более  $M$  активных клеток, то клетка вновь становится активной.

18. Разработайте клеточный автомат «Термит», поведение которого подчинено следующим правилам:

- клетка может находиться в пассивном или активном состоянии. В начальный момент все ячейки пассивны, «Термит» расположен в центральной клетке и направлен вверх;
- автомат «Термит» переходит на соседнюю клетку, и если она активная, то делает ее пассивной и поворачивает налево на  $90^\circ$ . Если клетка была пассивна, «Термит» делает ее активной и поворачивает направо на  $90^\circ$ .

### РАЗДЕЛ 3. Классические модели в различных областях знаний.

1. Арка моста состоит из двух одинаковых половинок. К опорам каждая из половинок крепится с помощью цилиндрических шарниров, а между собой - одним шаровым шарниром. Длина пролета моста  $L$ , высота пролета  $h$ , ширина моста  $w$ . Каждая из половинок состоит из двух элементов  $ABCD$  и  $BEMC$ , поперечное сечение которых является прямоугольной трапецией, одинаковой по всей ширине моста. Требуется найти такие размеры  $a$  и  $b$ , при которых горизонтальные реакции опор были бы минимальны. Удельная плотность материала арок моста  $\gamma$ .

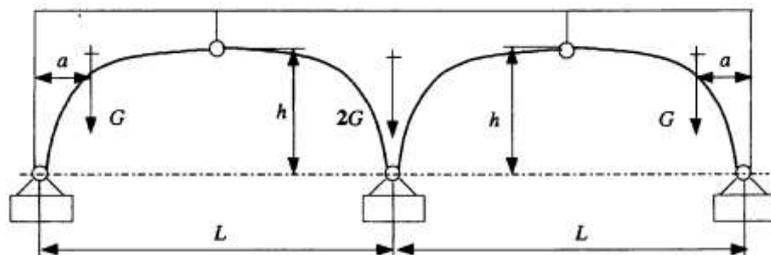


Для определения координат центра тяжести составной плоской фигуры

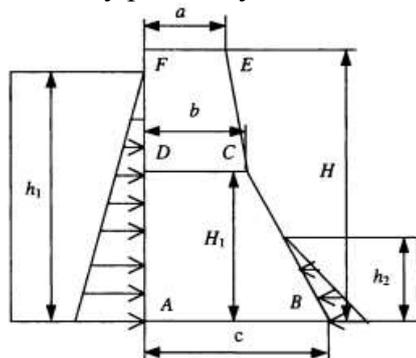
воспользуйтесь соотношением  $X_c = \frac{\sum x_i F_i}{\sum F_i}$ , где  $x_i$  - координаты центра тяжести  $i$ -го

элемента составной фигуры,  $F_i$  — площадь  $i$ -го элемента составной фигуры. Вес отдельного трапецевидного элемента определите как произведение удельного веса на ширину моста  $w$  и площадь  $F_i$ .

2. Проведите статистический анализ двухпролетного моста. Как и в задаче 17 арки крепятся к двум опорам с помощью цилиндрических шарниров. Между собой арки соединены одним шаровым шарниром. Требуется вычислить усилия в узлах крепления арок.



3. Поперечное сечение бетонной плотины, перегораживающей реку, состоит из двух прямоугольных трапеций  $ABCD$  и  $DCEF$ . Высота плотины  $H = 5$  м, глубина воды до плотины  $h_1 = 4$  м, после плотины  $h_2 = 1$  м. Давление воды возрастает прямо пропорционально ее глубине. Удельный вес бетона  $\gamma = 22,5$  кН/м<sup>3</sup>. Определите размеры  $a, b, c$  и  $H$ , при которых масса 1 м длины плотины была бы минимальной, а плотина под давлением воды не опрокидывалась. При оценке опрокидывания крепление плотины к берегам и дну реки не учитывайте.



4. Постройте экономическую модель спроса и предложения в предположении их

линейной зависимости от иены. Проведите анализ изменения цен в зависимости от начальной цены при следующих исходных данных:  $a = 3$ ,  $b = 2$ ,  $c = 6$ ,  $g = 8$ . Определите, в каких пределах может изменяться начальная цена.

5. Постройте экономическую модель спроса и предложения в предположении, что справедливы зависимости

$$s_{n+1} = ap_n^m - b, \quad d_{n+1} = g \exp(-cp_{n+1})$$

где  $a, b, c, g > 0$ ;  $0 < m < 1$ . Проведите анализ изменения иен в зависимости от начальной иены при следующих исходных данных:  $a = 3$ ,  $b = 2$ ,  $c = 1$ ,  $g = 8$ ,  $m = 0,5$ . Определите, как влияет значение начальной цены на сходимость решения.

6. Пусть в некоторой местности обитают две популяция животных, причем животные одной популяции относятся к хищникам, а другой — к травоядным, служащим пищей для хищников. Для описания подобных систем «хищник—жертва» французский математик Вольтерра в 30-е годы XX века предложил следующую математическую модель:

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy, \quad \frac{dy}{dt} = cxy - fy,$$

где  $x$  - численность популяции жертв,  $y$  - численность популяции хищников.

Предложите систему гипотез, на основании которых Вольтерра записал свою математическую модель. Какая модель (Мальтуса или Ферхюльста) была использована для описания изменения численности жертв? Проведите качественный анализ этой системы уравнений. Выполните анализ численной схемы Эйлера для системы «хищник-жертва».

7. Используя модель Ферхюльста для описания поведения жертв, предложите свой вариант математической модели «хищник-жертва». Проведите качественный анализ полученной системы уравнений. Выполните анализ численной схемы для данной системы.

8. При изучении развития эпидемии некоторого заболевания обычно выделяют три группы людей:  $x$  — группа людей, восприимчивых к данному заболеванию, но еще не заразившаяся им;  $y$  — группа уже больных или инфицированных людей, которые могут выступать разносчиками болезни;  $z$  — группа людей, невосприимчивых к этой болезни или получившие иммунитет после перенесенного заболевания. Один из вариантов математической модели развития эпидемии может быть записан в следующем виде:

$$\frac{dx}{dt} = -ax, \quad \frac{dy}{dt} = ax - by, \quad \frac{dz}{dt} = by$$

Предложите систему гипотез для обоснования данной модели. Поясните смысл коэффициентов  $a$  и  $b$ . Проведите качественный анализ полученной системы уравнений. Выполните анализ численной схемы для этой системы. Предложите другие варианты моделей эпидемии с учетом:

а) изменения общей численности населения, связанные с рожденьями и естественными смертями;

б) смертности от данного заболевания;

в) непостоянства доли заболевших людей.

9. Одна группа медиков ищет спонсоров для исследований стоимостью в 1 млн долл. и рассчитывает за один год получить вакцину, которая позволит уменьшить коэффициент  $a$  (см. предыдущий пример) на 25%. Другая группа медиков предлагает за один год тоже за 1 млн долл. найти лекарство, которое увеличит на 25% коэффициент  $b$ . Если у спонсора есть только 1 млн долл., то какую группу медиков он должен поддержать?

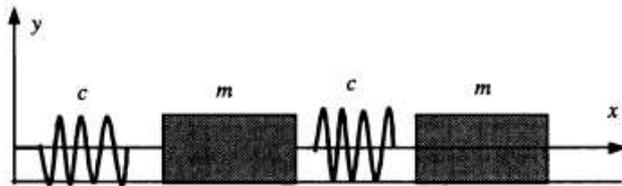
10. Для модели свободных колебаний тела получите разностные соотношения с применением схемы Рунге-Кутты. Разработайте алгоритм решения системы полученных разностных уравнений и реализуйте его на компьютере. Постройте

диаграммы точности интегрирования  $\Delta$  от величины шага интегрирования  $\Delta t$  и времени интегрирования  $T_{\text{max}}$ . Сравните полученные результаты с результатами полученными по другим схемам интегрирования.

11. Разработайте алгоритм численного решения задачи о движении маятника при наличии силы вязкого сопротивления и реализуйте его на компьютере. Оцените величину подходящего шага интегрирования  $\Delta t$ ; в зависимости от времени  $T_{\text{max}}$  для различных схем интегрирования.

12. Разработайте алгоритм решения задачи о вынужденных колебаниях маятника при наличии силы вязкого сопротивления и реализуйте его на компьютере. Оцените величину подходящего шага интегрирования  $\Delta t$ . Усложните модель, принимая, что точка подвеса маятника совершает гармонические колебания по вертикали. Исследуйте, как влияет частота и амплитуда колебаний подвеса на поведение маятника.

13. Сформулируйте концептуальную и математическую постановки для модели, описывающей свободные колебания системы, включающей два тела массой  $m$ , соединенных пружинами жесткостью  $c$ . Разработайте алгоритм численного решения данной задачи. Оцените величину подходящего шага интегрирования  $\Delta t$  в зависимости от времени  $T_{\text{max}}$  для различных схем интегрирования. Постройте траектории движения тел в фазовом пространстве.



14. Лодку массы  $m$  оттолкнули от берега пруда и, разогнав, отпустили при некоторой начальной скорости  $v_0$ . Необходимо исследовать движение лодки в предположении, что сила сопротивления движению прямо пропорциональна скорости. Коэффициент сопротивления движению  $\mu$ . Получите аналитическое и численное решения задачи. Оцените величину подходящего шага интегрирования для различных схем интегрирования.

15. Уравнение  $(1 + M_\infty^2) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0$ , где  $\varphi$  - потенциал скоростей,  $M_\infty$  - число Маха

(отношение скорости потока газа к скорости звука в этом газе), описывает поведение малых возмущений однородного плоского стационарного потока газа. Исследовать тип уравнения в случаях дозвукового и сверхзвукового потоков газа. Определить, к какому качественному изменению ведет переход через скорость звука.

2. Определить тип уравнения Гельмгольца  $\Delta u + u = 0$  ( $u$  - скалярное поле), дополнить его согласующимися с его типом условиями. Определить, при каких условиях соответствующая задача имеет периодическое решение.

3. Определить период пульсаций звезды (самогравитирующего газового шара) через систему определяющих параметров:  $M$  - массу звезды,  $R$  - радиус звезды и  $\gamma$  - гравитационную постоянную.

4. Построить модель движения сплошного потока автомашин по бесконечно длинной дороге, движущихся свободно, «накатом». Исследовать, какие качественные эффекты способна описывать построенная модель.

5. Выбрать, исходя из соображений пространственной или спектральной локализованности, для каждой из приведенных ниже задач, в которых может быть эффективно использован вейвлет-анализ, тип анализирующего вейвлета («мексиканская шляпа» или вейвлет Морле):

- имеется периодический сигнал, частота которого слегка «плавает» ( $\Delta\omega=5\%$ ). Требуется отслеживать вариации частоты;
- датчик дефектоскопа регистрирует дефекты в стальных прутках.

Требуется изучить статистику дефектов (распределение по размерам и равномерность распределения по длине прутков);

- по электрокардиограмме требуется исследовать аритмию работы сердца, т.е. изучить вариации длительности отдельных импульсов и интервалов между ними;
- требуется создать компьютерную программу, реализующую нотную запись мелодии, регистрируемой микрофоном.

## 6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### 6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции	наименование оценочного средства
1.	Определение и назначение моделирования, этапы разработки математических моделей. Структурные модели.	ПК-23, ПК-24	Индивидуальное домашнее задание
2.	Особенности моделирования в условиях неопределенности и с использованием имитационного подхода.		Контрольная работа
3.	Математические модели в различных предметных областях		Контрольная работа

### 6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы

#### 6.2.1. Зачет

а) типовые вопросы (задания)

РАЗДЕЛ 1. Определение и назначение моделирования, этапы разработки математических моделей. Структурные модели.

1. Что такое модель и моделирование? Цели моделирования?
2. В каких областях человеческой деятельности применяются модели?
3. Можно ли отнести мифологию к моделированию? Почему?
4. Какие типы моделей используются в изучаемых вами дисциплинах (включая дисциплины вузовского и/или школьного курса)?
5. Какие существуют типы моделирования?
6. В чем отличие моделирования натурального от мысленного?
7. Назовите характерные особенности аналоговых моделей.
8. Что такое когнитивная модель?
9. Какие модели называют содержательными?
10. Назовите разновидности содержательных моделей.
11. Чем концептуальная модель отличается от содержательной?
12. Что такое формальная модель?
13. Какое моделирование называется математическим?
14. Какие примеры математических моделей вам известны?
15. Сформулируйте достоинства математических моделей.
16. Приведите и проанализируйте различные примеры определений математических моделей.
17. Что может выступать в качестве оператора при математическом моделировании?
18. Почему информационные модели нельзя считать разновидностью математических?
19. По каким классификационным признакам можно разделять математические

модели?

20. Чем простые модели отличаются от сложных?
21. В чем заключается сложность моделирования систем?
22. Какие типы моделей можно выделить по виду оператора моделирования?
23. Чем отличаются линейные и нелинейные модели?
24. Какие типы моделей выделяются по виду параметров моделирования?
25. Чем характерна дескриптивная модель?
26. Для каких целей служит оптимизационная модель?
27. Чем отличаются стационарные и нестационарные модели?
28. Как влияет размерность на сложность модели? Почему?
29. Перечислите способы описания неопределенности параметров модели.
30. Назовите основные методы реализации моделей, перечислите их достоинства и

недостатки.

31. Кто участвует в разработке содержательной постановки задачи?
32. На основании какой информации выполняется формулировка концептуальной постановки задачи моделирования?
33. Какие функции выполняет постановщик задач?
34. Какая из постановок задачи (содержательная, концептуальная или математическая) является самой абстрактной?
35. Что включает понятие корректности математической задачи?
36. Каким условиям должна удовлетворять корректная модель?
37. К каким математическим задачам можно применять численные методы?
38. Назовите три составляющие погрешности численных методов.
39. Какие цели преследует проверка адекватности модели?
40. Перечислите причины возможной неадекватности модели.
41. Для решения каких задач может быть использована математическая модель?
42. Что такое искусственная система? В каком случае совокупность отдельных элементов будет системой, а в каком — нет? Приведите примеры.
43. Когда на практике можно применять модель «черного ящика»? Какие основные недостатки имеет данная модель?
44. В чем сложность построения модели «белого ящика»? Какие виды неопределенностей вы знаете?
45. Что такое структурная схема системы? Чем отличается граф от сети?
46. В чем заключается основная особенность иерархических структурных схем? Где применяются иерархические структуры?
47. Почему синтез считают завершающим этапом анализа?
48. Что такое фрейм? Является он формальной или содержательной структурной моделью?
49. Сформулируйте условия окончания декомпозиции системы.
50. Что такое агрегат? Может ли агрегат обладать новыми свойствами по сравнению с теми, которыми обладают составляющие его элементы?
51. Какой агрегат называется оператором? Переменные и параметры оператора. Какие виды неопределенности оператора вы знаете?
52. Разработайте когнитивную, содержательную и концептуальную (структурно-функциональную и причинно-следственную) модели оптимального (с вашей точки зрения) расписания движения общественного транспорта. Попытайтесь оценить различие когнитивной и содержательной моделей. С использованием доступных вам математических методов разработайте вариант математической модели.
53. Проведите классификацию математических моделей классической физики.
54. Для задания №1 разработайте простую аналитическую модель, проанализируйте ее с позиций сложности объекта, операторов, типа входных и выходных параметров, цели моделирования. Проведите численные эксперименты для различных значений

входных переменных.

55. Проведите анализ и классификацию нескольких математических моделей в интересующей вас области знаний. Установите аналоги рассматриваемых математических моделей в других областях.

55. Аналогично предыдущему пункту — для процесса развития эпидемии в регионе. Для математической модели найдите аналоги в известных моделях механики сплошной среды.

56. Сформулируйте несколько вариантов содержательных постановок задач моделирования работы:

- продовольственного магазина;
- стационара больницы или поликлиники;
- ремонтной мастерской;
- регулируемого перекрестка дорог;
- автодорожной сети микрорайона;
- участка цеха;
- факультета вуза или средней школы.

57. Разработайте математическую модель движения железнодорожного состава. В первом приближении вагоны можно считать абсолютно жесткими телами, связи между ними — линейными или нелинейно упругими.

58. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей взлет космического аппарата с Луны.

59. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей посадку спутника в атмосфере Земли.

60. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей движение шарика в сферической ямке. Выберите и реализуйте метод решения полученной математической задачи. Исследуйте траектории шарика в зависимости от начальных условий.

61. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей движение срубленного дерева.

62. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей движение заряженной частицы в магнитном поле.

63. Космический аппарат совершает движение по орбите вокруг Земли и может быть виден некоторым наблюдателем, находящимся на ее поверхности в точке с заданными координатами. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей движение космического аппарата по небосводу Земли с точки зрения наблюдателя.

64. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей движение лыжника, выполняющего прыжок с трамплина.

65. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей процесс нагревания и закипания чайника.

66. Разработайте математическую модель какого-либо процесса в интересующей вас области знаний, опишите особенности каждого из этапов моделирования, сравните их с этапами построения математической модели предыдущего задания.

67. Постройте модели состава и структуры семьи при: а) матриархате; б) равноправии супругов.

68. Постройте структурную модель системы управления, которая реализована в вашем учебном заведении.

69. Постройте структурную модель спортивной команды (например, хоккейной или футбольной).

70. Постройте структурную модель автомобиля.

71. Постройте структурную модель солнечной системы.

72. Постройте агрегат-классификатор численных методов решения систем алгебраических уравнений.

73. Постройте одномерную структурную модель упрочняющегося упруго пластического тела, для которого задана диаграмма  $\sigma$ - $\epsilon$  приведенного вида. Постройте определяющие соотношения, соответствующие вашей структурной модели.

РАЗДЕЛ 2. Особенности моделирования в условиях неопределенности и с использованием имитационного подхода.

1. Сформулируйте основные причины появления неопределенностей. Какие из них являются субъективными, а какие — объективными?

2. Как различается неопределенность в зависимости от полноты и качества описания?

3. Какие основные причины возникновения неоднозначности вы знаете?

4. Приведите примеры лингвистических и физических неоднозначностей.

5. Как описывается неопределенность математически?

6. Приведите примеры математического описания неопределенностей для различных физических явлений.

7. Когда в задаче математического моделирования применяется стохастическое описание переменных?

8. В чем сущность аксиоматического подхода к построению теории вероятностей? Сформулируйте аксиомы А.Н. Колмогорова.

9. Можно ли ввести понятие плотности распределения вероятностей для дискретной случайной величины?

10. Объясните различие между модой, медианой и математическим ожиданием.

11. Какова вероятность того, что вторая карта, произвольно вытянутая из колоды (36 карт), побьет первую?

12. Вероятность попадания в мишень каждого из двух стрелков равна 0,3. Стрелки стреляют по очереди, причем каждый делает по два выстрела. Попавший в мишень первым получает приз. Найти вероятность того, что приз стрелки получат.

13. Один раз бросают две игральные кости. Случайная величина  $S$  — сумма выпавших очков. Определить математическое ожидание и дисперсию  $S$ .

14. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{x-1}{2}, & x \in [1, 3], \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Вычислите вероятности попадания случайной величины  $X$  в интервалы (1.5;2.5) и (2.5;3.5).

15. Вычислите математическое ожидание, дисперсию и постройте график плотности и функции распределения для случайной величины, равномерно распределенной на отрезке  $[0,1]$ .

16. В чем сущность метода равных вероятностей?

17. В чем сущность метода Монте-Карло?

18. Может ли простейший поток быть регулярным? Почему?

19. Может ли простейший поток быть нестационарным?

20. При каких допущениях процесс поступления больных в стационар можно считать простейшим потоком?

21. Наличие в системе очереди - это хорошо или плохо? Что плохо, если в СМО длинная очередь? Что плохо, если в СМО очередь образоваться не успевают?

22. Пусть интервал времени между поступлением заявок в СМО с отказами подчиняется равномерному закону. Можно ли для анализа системы применять соотношения Эрланга?
23. Чему равна вероятность отказа в обслуживании для системы с бесконечной очередью?
24. Почему при  $\lambda = \mu$  длина очереди в СМО с бесконечной очередью может расти бесконечно? Поясните на примере.
25. Поясните на примере, что означает фраза «вероятность отказа в обслуживании составляет 0,01»?
26. Система имеет три состояния. Будет ли верно условие  $p_1 = p_2 = p_3 = 0,5$ ?
27. В каких случаях выгоднее взять универсальный станок, а в каких - специализированный?
28. Каким образом соотносятся между собой реальное, системное и модельное время?
29. Может ли системное время быть не равно реальному времени? Почему?
30. В каких случаях обосновано применение имитаторов?
31. В чем принципиальные отличия аналитических моделей и имитаторов?
32. В чем схожесть реального и вычислительного с использованием имитатора экспериментов?
33. В чем достоинства и недостатки моделирования системного времени с постоянным и переменным шагами?
34. Назовите отличия технологии создания имитаторов от аналитических моделей.
35. Почему имитаторы можно отнести к разновидности математических моделей?
36. В каких случаях имитатор СМО является предпочтительным по отношению к аналитическому подходу?
37. Сформулируйте и запишите нечеткие отношения предпочтения между элементами множеств  $X$  и  $Y$ ,  $Y$  и  $Z$ , если  $X = \{\text{лес, кирпич, пенобетон}\}$ ,  $Y = \{\text{железо, шлакобетон, брус}\}$ ,  $Z = \{\text{гипсоблоки, ракушечник, бетон}\}$ . Определите произведение этих отношений.
38. Приведите примеры и запишите числовые и нечисловые нечеткие и лингвистические переменные.
39. Для универсального множества  $U = (a, b, c, d, e, f, g)$  и нечетких подмножеств  $A = (0,0/a; 0,3/b; 0,7/c; 1,0/d; 0,0/e; 0,2/f; 0,6/g)$ ,  $B = (0,3/a; 1,0/b; 0,5/c; 0,8/d; 1,0/e; 0,5/f; 0,6/g)$ ,  $C = (1,0/a; 0,5/b; 0,5/c; 0,2/d; 0,0/e; 0,2/f; 0,9/g)$  найдите:
- а)  $A \cap B$       б)  $A \cup B$ ;      в)  $A \circ \bar{B}$ ,      г)  $(A \cup \bar{B}) \circ C$ ;  
д)  $(\overline{A \circ B}) \circ \bar{C}$ ;      е)  $A \oplus B$ ;      ж)  $\overline{A \oplus B}$ ;      з)  $(A \circ \bar{A}) \cup A$ ,  
и)  $A / B$ ;      к)  $A - B$ ;      л)  $A \times B \times C$ ;      м)  $A \oplus B$ .
40. Для нечетких подмножеств из упр. 3 вычислите:
- а)  $A \cdot B$ ;      б)  $A + B - A$ ;      в)  $A / C + B$ ;      г)  $(A - C) / B$ ;  
д)  $(A - B) / (A - C)$ ;      е)  $A \oplus B \oplus C$ ;      ж)  $A \cdot (B \oplus C)$
41. Определите обычные подмножества  $\alpha$ -уровня для нечеткого множества  $A = (0,7/a; 0,5/b; 1,0/c; 0,2/d; 0,6/e)$ , если:
- а)  $\alpha = 0,1$ ;      б)  $\alpha = 0,6$ ;      в)  $\alpha = 0,8$ ;      г)  $\alpha = 0,9$ .
- Запишите разложение нечеткого множества  $A$ .
42. Введите правила для определения понятий *чрезмерно* и *достаточно*.
43. Сравните нечеткие числа  $A = (0,2/3; 0,8/4; 0,4/5; 0,2/6)$  и  $B = (0,1/3; 0,95/4; 0,3/5)$ . Для сравнения используйте все известные индексы ранжирования.
44. Концептуальная постановка задачи состоит в следующем: два истребителя из противоборствующих воздушных армий руководствуются стратегиями:
- А: если снарядов *мало*, то вероятность поражения противника *малая*, иначе *не малая*.

В: если снарядов *не мало*, вероятность поражения противника *большая*, иначе *не большая*.

Известно, что:

*мало* снарядов =  $(0,8/3; 0,4/15; 0,3/30)$ ,

*малая* вероятность =  $(0,1/0,9; 0,5/0,5; 0,8/0,1)$ ,

*большая* вероятность =  $(0,8/0,9; 0,5/0,5; 0,3/0,2)$ . Число снарядов *не очень мало*. Кто победит?

44. На участке имеется  $N$  однотипных станков. Производительность одного станка такова, что в среднем в течение смены на нем можно обработать  $\mu$  деталей. Детали поступают на обработку партиями по  $M$  штук. Партии поступают неравномерно и их поток близок к пуассоновскому. Интенсивность поступления составляет  $\lambda$  партий в смену. Постройте граф состояний данной СМО и запишите систему уравнений Колмогорова для финальных вероятностей.

45. Мастерская по ремонту имеет складское помещение на  $M$  мест. В мастерской работают  $N$  мастеров, обеспечивающих среднее время ремонта  $T$ . Интенсивность поступления заявок  $\lambda$ . Если все мастера заняты и склад заполнен, то заявка отклоняется. Постройте граф состояний данной СМО и запишите систему уравнений Колмогорова для финальных вероятностей.

46. Определите требуемое число коек в стационаре больницы, если среднее время выздоровления одного больного составляет 21 день. Новые больные не принимаются, если все койки в стационаре заняты. Поток поступления больных близок к пуассоновскому с интенсивностью 3 человека в день. Вероятность отказа не должна быть выше 5%.

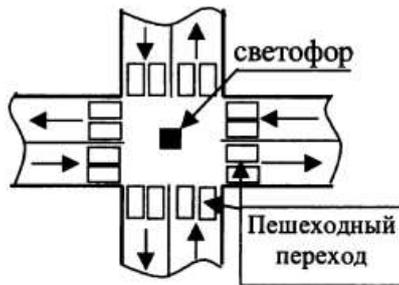
47. Определите среднюю длину очереди в кассу магазина, если среднее время обслуживания одного покупателя составляет 0,3 мин. Поток покупателей близок к пуассоновскому с интенсивностью 3 покупателя в минуту. Сколько необходимо установить касс, если интенсивность потока возрастет в 5 раз? Средняя длина очереди при этом не должна превышать 10 человек.

48. Разработайте имитатор одноканальной СМО с ограниченным временем ожидания в очереди. Предполагается, что поток заявок, поступающий в систему, является простейшим. Поступившая в систему заявка может сразу поступить на обслуживание, если канал свободен, либо встать в очередь. Если время пребывания заявки в очереди превысило некоторое предельное для нее значение, она покидает систему необслуженной. Интервал времени между поступлением двух соседних заявок, максимальное время пребывания заявки в очереди и время ее выполнения описываются случайными величинами, подчиненными показательному распределению с заданными средними значениями. Имитатор должен выполнять оценку следующих параметров эффективности СМО:

- среднего времени пребывания заявки в очереди;
- вероятности выполнения заявок;
- коэффициента загрузки системы.

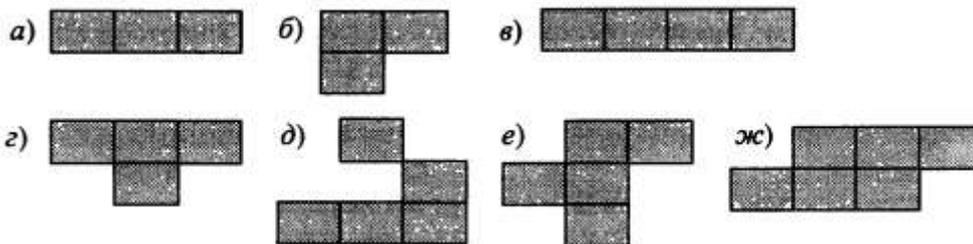
49. Аналогично заданию 13 разработайте имитатор  $n$ -канальной СМО с ограниченным временем пребывания в очереди.

50. Разработайте имитатор регулируемого светофором перекрестка дороги. Движение в одном направлении считайте однополосным. При движении через перекресток разрешено движение прямо, повороты налево и направо. Перекресток представьте как многоканальную систему с очередями. Поток машин, подходящих к перекрестку, считайте простейшим. При пересечении перекрестка интервал времени между машинами следует принять случайной величиной, подчиненной равномерному закону распределения. Исходные данные получите в результате наблюдения за реальным перекрестком.



При проведении наблюдений следует в журнал наблюдений записать моменты времени подъезда автомобиля к перекрестку, его въезда на перекресток, направление и момент выезда с перекрестка. Для получения достоверных оценок параметров проследите за проездом перекрестка не менее 100 автомобилями.

51. Разработайте программу, реализующую клеточный автомат «Жизнь». Состояние клеточного пространства выведите на экран в графическом режиме. Исследуйте эволюцию КА для следующих начальных состояний, задающих расположение «живых» клеток:



52. Разработайте клеточный автомат «Лишайники», поведение которого подчинено следующим правилам:

- клетка может находиться в активном или пассивном состоянии;
- клетка становится активной, если в восьми соседних клетках находится  $N_1$ ,  $N_2$  или  $N_3$  активных клеток;
- если число активных клеток в окрестности не равно  $N_1$ ,  $N_2$  или  $N_3$ , то клетка становится пассивной.

53. Разработайте клеточный автомат «Дюны», поведение которого подчинено следующим правилам:

- клетка может находиться в активном и пассивном («спрятанном») состоянии;
- если клетка была активна и из восьми соседних клеток более  $N$  активны, то клетка «прячется». Время нахождения в «спрятанном» состоянии равно  $W$  тактов;
- если время «прятания» закончилось и в окрестности не более  $M$  активных клеток, то клетка вновь становится активной.

54. Разработайте клеточный автомат «Термит», поведение которого подчинено следующим правилам:

- клетка может находиться в пассивном или активном состоянии. В начальный момент все ячейки пассивны, «Термит» расположен в центральной клетке и направлен вверх;
- автомат «Термит» переходит на соседнюю клетку, и если она активная, то делает ее пассивной и поворачивает налево на  $90^\circ$ . Если клетка была пассивна, «Термит» делает ее активной и поворачивает направо на  $90^\circ$ .

б) критерии оценивания компетенций (результатов)

В задачи курса входит выработка навыков математического моделирования, использования классических методов и моделей и освоение студентами средств математического моделирования.

Для успешного использования методов математического моделирования в практической деятельности студент должен усвоить дисциплину в объеме

тематического плана и получить практические навыки излучения и разработки математических моделей в различных предметных областях.

Критерием оценки в межсессионную аттестацию является выполнение индивидуального домашнего задания.

Критерий зачета складывается из следующих показателей:

- уровень усвоения теоретических знаний, показанный при ответе на вопросы;
- уровень практических навыков, контролируемый решением практического задания.

в) описание шкалы оценивания

- «зачтено» - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, может допускать в ответе или в решении задач некоторые неточности;

- «незачтено» - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

### 6.2.2. Экзамен

а) типовые задания

РАЗДЕЛ 3. Классические модели в различных областях знаний.

1. Статический анализ конструкции. Построение математической модели однопролетного арочного моста в условиях равновесия.

2. Модель спроса-предложения. Построение модели для описания поведения цен в ближайшие годы, как функцию от первоначальной цены.

3. Динамика популяций. Модель Томаса Мальтуса. Модель Ферхюльста.

4. Модель конкуренции двух популяций.

5. Гармонический осциллятор.

6. Линейность и нелинейность в теории упругости.

7. Модели математической физики.

8. Вывод волнового уравнения из законов механики.

9. Решение волнового уравнения методом Фурье.

10. Решение волнового уравнения методом Даламбера.

11. Уравнения Максвелла.

12. Классификация квазилинейных систем.

13. Уравнения колебаний струны. Уравнение Шредингера.

14. Феноменологические модели.

15. Анализ подобия и размерности.

16. Автомодельность.

17. Самоорганизация и структуры в нелинейных средах.

18. Нелинейные волны в сплошных средах.

19. Иерархические модели турбулентности и многомасштабные функциональные базисы.

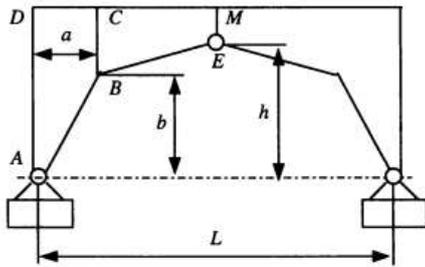
20. Вейвлеты.

21. Вейвлет-анализ временных колебаний.

22. Фракталы и их применение.

23. Нелинейные модели ДНК.

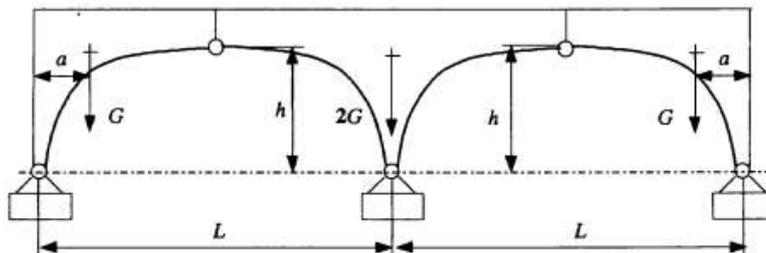
24. Арка моста состоит из двух одинаковых половинок. К опорам каждая из половинок крепится с помощью цилиндрических шарниров, а между собой - одним шаровым шарниром. Длина пролета моста  $L$ , высота пролета  $h$ , ширина моста  $w$ . Каждая из половинок состоит из двух элементов  $ABCD$  и  $BEMC$ , поперечное сечение которых является прямоугольной трапецией, одинаковой по всей ширине моста. Требуется найти такие размеры  $a$  и  $b$ , при которых горизонтальные реакции опор были бы минимальны. Удельная плотность материала арок моста  $\gamma$ .



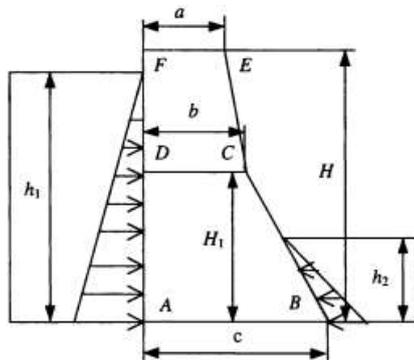
Для определения координат центра тяжести составной плоской фигуры воспользуйтесь соотношением  $X_c = \frac{\sum x_i F_i}{\sum F_i}$ , где  $x_i$  - координаты центра тяжести  $i$ -го

элемента составной фигуры,  $F_i$  — площадь  $i$ -го элемента составной фигуры. Вес отдельного трапецевидного элемента определите как произведение удельного веса на ширину моста  $w$  и площадь  $F_i$ .

25. Проведите статистический анализ двухпролетного моста. Как и в задаче 17 арки крепятся к двум опорам с помощью цилиндрических шарниров. Между собой арки соединены одним шаровым шарниром. Требуется вычислить усилия в узлах крепления арок.



26. Поперечное сечение бетонной плотины, перегораживающей реку, состоит из двух прямоугольных трапеций  $ABCD$  и  $DCEF$ . Высота плотины  $H = 5$  м, глубина воды до плотины  $h_1 = 4$  м, после плотины  $h_2 = 1$  м. Давление воды возрастает прямо пропорционально ее глубине. Удельный вес бетона  $\gamma = 22,5$  кН/м<sup>3</sup>. Определите размеры  $a, b, c$  и  $H$ , при которых масса 1 м длины плотины была бы минимальной, а плотина под давлением воды не опрокидывалась. При оценке опрокидывания крепление плотины к берегам и дну реки не учитывайте.



27. Постройте экономическую модель спроса и предложения в предположении их линейной зависимости от цены. Проведите анализ изменения цен в зависимости от начальной цены при следующих исходных данных:  $a = 3, b = 2, c = 6, g = 8$ . Определите, в каких пределах может изменяться начальная цена.

28. Постройте экономическую модель спроса и предложения в предположении, что справедливы зависимости

$$s_{n+1} = ap_n^m - b, \quad d_{n+1} = g \exp(-cp_{n+1})$$

где  $a, b, c, g > 0$ ;  $0 < m < 1$ . Проведите анализ изменения иен в зависимости от начальной иены при следующих исходных данных:  $a = 3, b = 2, c = 1, g = 8, m = 0,5$ . Определите, как влияет значение начальной цены на сходимость решения.

29. Пусть в некоторой местности обитают две популяции животных, причем животные одной популяции относятся к хищникам, а другой — к травоядным, служащим пищей для хищников. Для описания подобных систем «хищник—жертва» французский математик Вольтерра в 30-е годы XX века предложил следующую математическую модель:

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy, \quad \frac{dy}{dt} = cxy - fy,$$

где  $x$  - численность популяции жертв,  $y$  - численность популяции хищников.

Предложите систему гипотез, на основании которых Вольтерра записал свою математическую модель. Какая модель (Мальтуса или Ферхюльста) была использована для описания изменения численности жертв? Проведите качественный анализ этой системы уравнений. Выполните анализ численной схемы Эйлера для системы «хищник-жертва».

30. Используя модель Ферхюльста для описания поведения жертв, предложите свой вариант математической модели «хищник-жертва». Проведите качественный анализ полученной системы уравнений. Выполните анализ численной схемы для данной системы.

31. При изучении развития эпидемии некоторого заболевания обычно выделяют три группы людей:  $x$  — группа людей, восприимчивых к данному заболеванию, но еще не заразившаяся им;  $y$  — группа уже больных или инфицированных людей, которые могут выступать разносчиками болезни;  $z$  — группа людей, невосприимчивых к этой болезни или получившие иммунитет после перенесенного заболевания. Один из вариантов математической модели развития эпидемии может быть записан в следующем виде:

$$\frac{dx}{dt} = -ax, \quad \frac{dy}{dt} = ax - by, \quad \frac{dz}{dt} = by$$

Предложите систему гипотез для обоснования данной модели. Поясните смысл коэффициентов  $a$  и  $b$ . Проведите качественный анализ полученной системы уравнений. Выполните анализ численной схемы для этой системы. Предложите другие варианты моделей эпидемии с учетом:

а) изменения общей численности населения, связанные с рожденьями и естественными смертями;

б) смертности от данного заболевания;

в) непостоянства доли заболевших людей.

32. Одна группа медиков ищет спонсоров для исследований стоимостью в 1 млн долл. и рассчитывает за один год получить вакцину, которая позволит уменьшить коэффициент  $a$  (см. предыдущий пример) на 25%. Другая группа медиков предлагает за один год тоже за 1 млн долл. найти лекарство, которое увеличит на 25% коэффициент  $b$ . Если у спонсора есть только 1 млн долл., то какую группу медиков он должен поддержать?

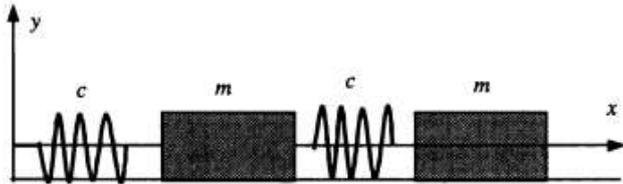
33. Для модели свободных колебаний тела получите разностные соотношения с применением схемы Рунге-Кутты. Разработайте алгоритм решения системы полученных разностных уравнений и реализуйте его на компьютере. Постройте диаграммы точности интегрирования  $\Delta$  от величины шага интегрирования  $\Delta t$  и времени интегрирования  $T_{\text{max}}$ . Сравните полученные результаты с результатами? полученными по другим схемам интегрирования.

34. Разработайте алгоритм численного решения задачи о движении маятника при наличии силы вязкого сопротивления и реализуйте его на компьютере. Оцените величину подходящего шага интегрирования  $\Delta t$ ; в зависимости от времени  $T_{\text{max}}$  для

различных схем интегрирования.

35. Разработайте алгоритм решения задачи о вынужденных колебаниях маятника при наличии силы вязкого сопротивления и реализуйте его на компьютере. Оцените величину подходящего шага интегрирования  $\Delta t$ . Усложните модель, принимая, что точка подвеса маятника совершает гармонические колебания по вертикали. Исследуйте, как влияет частота и амплитуда колебаний подвеса на поведение маятника.

36. Сформулируйте концептуальную и математическую постановки для модели, описывающей свободные колебания системы, включающей два тела массой  $m$ , соединенных пружинами жесткостью  $c$ . Разработайте алгоритм численного решения данной задачи. Оцените величину подходящего шага интегрирования  $\Delta t$  в зависимости от времени  $T_{\text{пак}}$  для различных схем интегрирования. Постройте траектории движения тел в фазовом пространстве.



37. Лодку массы  $m$  оттолкнули от берега пруда и, разогнав, отпустили при некоторой начальной скорости  $v_0$ . Необходимо исследовать движение лодки в предположении, что сила сопротивления движению прямо пропорциональна скорости. Коэффициент сопротивления движению  $\mu$ . Получите аналитическое и численное решения задачи. Оцените величину подходящего шага интегрирования для различных схем интегрирования.

38. Уравнение  $(1 + M_\infty^2) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0$ , где  $\varphi$  - потенциал скоростей,  $M_\infty$  - число Маха

(отношение скорости потока газа к скорости звука в этом газе), описывает поведение малых возмущений однородного плоского стационарного потока газа. Исследовать тип уравнения в случаях дозвукового и сверхзвукового потоков газа. Определить, к какому качественному изменению ведет переход через скорость звука.

39. Определить тип уравнения Гельмгольца  $\Delta u + u = 0$  ( $u$  - скалярное поле), дополнить его согласующимися с его типом условиями. Определить, при каких условиях соответствующая задача имеет периодическое решение.

40. Определить период пульсаций звезды (самогравитирующего газового шара) через систему определяющих параметров:  $M$  - массу звезды,  $R$  - радиус звезды и  $\gamma$  - гравитационную постоянную.

41. Построить модель движения сплошного потока автомашин по бесконечно длинной дороге, движущихся свободно, «накатом». Исследовать, какие качественные эффекты способна описывать построенная модель.

42. Выбрать, исходя из соображений пространственной или спектральной локализованности, для каждой из приведенных ниже задач, в которых может быть эффективно использован вейвлет-анализ, тип анализирующего вейвлета («мексиканская шляпа» или вейвлет Морле):

- имеется периодический сигнал, частота которого слегка «плавает» ( $\Delta\omega=5\%$ ). Требуется отслеживать вариации частоты;
- датчик дефектоскопа регистрирует дефекты в стальных прутках.

Требуется изучить статистику дефектов (распределение по размерам и равномерность распределения по длине прутков);

- по электрокардиограмме требуется исследовать аритмию работы сердца, т.е. изучить вариации длительности отдельных импульсов и интервалов между ними;
- требуется создать компьютерную программу, реализующую нотную запись мелодии, регистрируемой микрофоном.

а) критерии оценивания компетенций (результатов)

Критерий оценки на экзамене складывается из следующих показателей:

- уровень усвоения теоретических знаний, показанный при ответе на вопросы по билету;
- уровень практических навыков, контролируемый решением задания из билета.

б) описание шкалы оценивания

- «отлично» - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- «хорошо» - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- «удовлетворительно» - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- «неудовлетворительно» - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

**6.2.3. Индивидуальное домашнее задание (Определение и назначение моделирования, этапы разработки математических моделей. Структурные модели).**

а) типовые задания (вопросы) - образец

1. Проведите классификацию математических моделей классической физики.

Разработайте простую аналитическую модель, проанализируйте ее с позиций сложности объекта, операторов, типа входных и выходных параметров, цели моделирования. Проведите численные эксперименты для различных значений входных переменных.

2. Проведите анализ и классификацию нескольких математических моделей в интересующей вас области знаний. Установите аналоги рассматриваемых математических моделей в других областях.

б) критерии оценивания компетенций (результатов)

Задание индивидуальной работы считается полностью выполненным, если полностью раскрыта тема.

в) описание шкалы оценивания

«Зачтено» выставляется в случае полного выполнения всех заданий.

«Не зачтено» ставится в случае, если не выполнено хотя бы одно из заданий.

**6.2.4. Контрольная работа (Особенности моделирования в условиях неопределенности и с использованием имитационного подхода).**

а) типовые задания (вопросы) - образец

1. Концептуальная постановка задачи состоит в следующем: два истребителя из противоборствующих воздушных армий руководствуются стратегиями:

А: если снарядов *мало*, то вероятность поражения противника *малая*, иначе *не малая*.

В: если снарядов *не мало*, вероятность поражения противника *большая*, иначе *не большая*.

Известно, что:

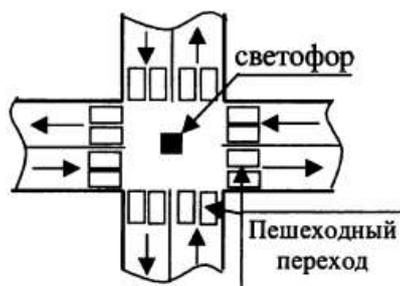
*мало* снарядов = (0,8/3; 0,4/15; 0,3/30),

*малая* вероятность = (0,1/0,9; 0,5/0,5; 0,8/0,1),

*большая* вероятность = (0,8/0,9; 0,5/0,5; 0,3/0,2). Число снарядов *не очень мало*. Кто победит?

2. На участке имеется  $N$  однотипных станков. Производительность одного станка такова, что в среднем в течение смены на нем можно обработать  $\mu$  деталей. Детали поступают на обработку партиями по  $M$  штук. Партии поступают неравномерно и их поток близок к пуассоновскому. Интенсивность поступления составляет  $\lambda$  партий в смену. Постройте граф состояний данной СМО и запишите систему уравнений Колмогорова для финальных вероятностей.

3. Разработайте имитатор регулируемого светофором перекрестка дороги. Движение в одном направлении считайте однополосным. При движении через перекресток разрешено движение прямо, повороты налево и направо. Перекресток представьте как многоканальную систему с очередями. Поток машин, подходящих к перекрестку, считайте простейшим. При пересечении перекрестка интервал времени между машинами следует принять случайной величиной, подчиненной равномерному закону распределения. Исходные данные получите в результате наблюдения за реальным перекрестком.



При проведении наблюдений следует в журнал наблюдений записать моменты времени подъезда автомобиля к перекрестку, его въезда на перекресток, направление и момент выезда с перекрестка. Для получения достоверных оценок параметров проследите за проездом перекрестка не менее 100 автомобилями.

4. Разработайте клеточный автомат «Лишайники», поведение которого подчинено следующим правилам:

- клетка может находиться в активном или пассивном состоянии;
- клетка становится активной, если в восьми соседних клетках находится  $N_1$ ,  $N_2$  или  $N_3$  активных клеток;
- если число активных клеток в окрестности не равно  $N_1$ ,  $N_2$  или  $N_3$ , то клетка становится пассивной.

б) критерии оценивания компетенций (результатов)

Задание контрольной работы считается полностью решенным, если найден правильный ответ на вопрос, поставленный в задании.

в) описание шкалы оценивания

«Зачтено» выставляется в случае правильного решения 51% заданий контрольной работы.

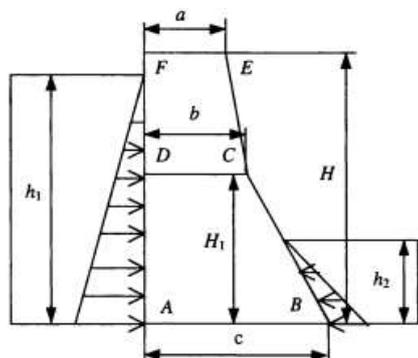
«Не зачтено» ставится в случае, если решены менее чем 51% заданий контрольной работы.

### 6.2.5. Контрольная работа (Математические модели в различных предметных областях).

а) типовые задания (вопросы) - образец

1. Поперечное сечение бетонной плотины, перегораживающей реку, состоит из

двух прямоугольных трапеций  $ABCD$  и  $DCEF$ . Высота плотины  $H = 5$  м, глубина воды до плотины  $h_1 = 4$  м, после плотины  $h_2 = 1$  м. Давление воды возрастает прямо пропорционально ее глубине. Удельный вес бетона  $\gamma = 22,5$  кН/м<sup>3</sup>. Определите размеры  $a, b, c$  и  $H$ , при которых масса 1 м длины плотины была бы минимальной, а плотина под давлением воды не опрокидывалась. При оценке опрокидывания крепление плотины к берегам и дну реки не учитывайте.



2. Постройте экономическую модель спроса и предложения в предположении их линейной зависимости от цены. Проведите анализ изменения цен в зависимости от начальной цены при следующих исходных данных:  $a = 3$ ,  $b = 2$ ,  $c = 6$ ,  $g = 8$ . Определите, в каких пределах может изменяться начальная цена.

3. . Определить период пульсаций звезды (самогравитирующего газового шара) через систему определяющих параметров:  $M$  - массу звезды,  $R$  - радиус звезды и  $\gamma$  - гравитационную постоянную.

б) критерии оценивания компетенций (результатов)

Задание контрольной работы считается полностью решенным, если найден правильный ответ на вопрос, поставленный в задании.

в) описание шкалы оценивания

«Зачтено» выставляется в случае правильного решения 51% заданий контрольной работы.

«Не зачтено» ставится в случае, если решены менее чем 51% заданий контрольной работы.

### 6.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

При использовании балльно-рейтинговой системы оценка по дисциплине складывается из баллов, полученных за семестр и баллов, полученных на зачете.

Зачет получить автоматически, набрав за семестр, соответствующее число баллов по системе набора баллов

Баллы за семестр	Автоматическая оценка за семестр	Баллы за зачет	Общая сумма баллов	Итоговая оценка
18 – 30	-	0 - 10	26 - 37 38 - 50	Зачтено
< 18	-	-	< 18	Незачтено

- максимальное число баллов в течение семестра – 50

- максимальное число баллов за зачет – 10

- минимальное число баллов за семестр – 18

По результатам работы в семестре студент может получить зачет автоматически. Студент, не получивший автоматически зачета, обязан сдавать зачет. Но если он не набрал порогового числа баллов в течение семестра (18), то он не получает допуск к зачету.

Студентам, не набравшим минимальное число баллов, необходимых для получения зачета в ведомость выставляется «незачтено». Следующая сдача зачета считается повторной. Для получения зачета в этом случае необходимо выполнить дополнительно домашние работы, контрольные работы для получения недостающих баллов (до 18) и сдавать зачет устно по вопросам.

Баллы за семестр распределяются следующим образом:

Раздел	Темы	Контрольные точки	Максимально возможное количество баллов за контрольную точку
Определение и назначение моделирования, этапы разработки математических моделей. Структурные модели.		Индивидуальное домашнее задание	10
Особенности моделирования в условиях неопределенности и с использованием имитационного подхода.		Контрольная работа	20
Математические модели в различных предметных областях		Контрольная работа	20
Итого за семестр 50 баллов			

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### а) основная учебная литература:

1. Данилов, Н.Н. Математическое моделирование [Электронный ресурс] :учебн. пособие / Н.Н. Данилов. - Электрон. текстовые дан. – Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2014. – 98 с. – Режим доступа: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=278827](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=278827)
2. Мартишин, С. А. Основы теории надежности информационных систем [Электронный ресурс]: Учебное пособие / С.А. Мартишин, В.Л. Симонов, М.В. Храпченко. - Электрон. Текстовые дан. – Москва: ИД ФОРУМ: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 256 с. Гриф УМО «Допущено» – Режим доступа: <http://www.znaniium.com/bookread.php?book=419574>

### б) дополнительная учебная литература:

1. Нечаев, Д. Ю. Надежность информационных систем [Электронный ресурс] : учебное пособие / Д. Ю. Нечаев, Ю. В. Чекмарев – Электрон. текстовые дан. – Москва : ДМК Пресс, 2012. – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/3030/>
2. Антонов, А. В. Теория надежности. Статистические модели [Электронный ресурс] : учебн. пособие / А.В. Антонов, М.С. Никулин, А.М. Никулин, В.А. Чепурко – Электрон. текстовые дан. – Москва : ИНФРА-М, 2015. – 576 с. – Режим доступа: <http://znaniium.com/bookread2.php?book=479401>

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины

- Новая электронная библиотека – [www.newlibrary.ru](http://www.newlibrary.ru)
- Российское образование (федеральный портал) – [www.edu.ru](http://www.edu.ru)
- Нехудожественная библиотека – [www.nehudlit.ru](http://www.nehudlit.ru)
- Научная электронная библиотека [www.e-library.ru](http://www.e-library.ru)
- Университетская информационная система [www.uisrussia.ru](http://www.uisrussia.ru)

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

### *Методические указания к лекционным занятиям*

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

### *Методические рекомендации студентам к практическим занятиям*

Важной составной частью учебного процесса в вузе являются практические занятия.

Практические занятия проводятся главным образом по естественно-научным и техническим наукам и другим дисциплинам, требующим помимо знаний теоретического материала еще и навыков решения практических задач, и помогают студентам глубже усвоить учебный материал, приобрести практические навыки и навыки творческой работы над учебной и научной литературой.

В начале практического занятия происходит обсуждение задач, решенных студентами самостоятельно дома. Это возможность для студентов еще раз обратить внимание на не понятные до сих пор моменты и окончательно разобрать их. Преподаватель может (выборочно) проверить записи с самостоятельно решенными задачами.

Затем начинается опрос по теме, обозначенной для данного практического занятия. В процессе этого опроса студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия. Творческое обсуждение, дискуссии вырабатывают умения и навыки использовать приобретенные знания для различного рода ораторской деятельности.

На практическом занятии каждый его участник должен быть готовым к ответам на все теоретические вопросы, поставленные в плане, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Ответы должны строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы ответы были точными, логично построенными и не сводилось к чтению конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял глубокое понимание того, о чем он говорит, сопоставлял теоретические знания (определений, теорем, утверждений и т.д.) с их практическим применением для решения задач, был способен привести конкретные примеры тех математических объектов и положений, о которых рассуждает теоретически.

В ходе обсуждения теоретического материала могут разгореться споры, дискуссии, к участию в которых должен стремиться каждый. Преподавателю необходимо внимательно и критически слушать, подмечать особенное в суждениях студентов, улавливать недостатки и ошибки, корректировать их знания, и, если нужно, выступить в роли рефери. При этом обратить внимание на то, что еще не было сказано, или поддержать и развить интересную мысль, высказанную выступающим студентом.

В заключение опроса преподаватель, еще раз кратко резюмирует теоретический материал, необходимый для решения задач. Также преподаватель может (выборочно) проверить конспекты студентов и, если потребуется, внести в них исправления и дополнения,

Затем приступают к решению практических задач, используя изученные теоретические положения.

Планы практических занятий, их тематика, рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения сообщаются преподавателем на вводных занятиях или в

методических указаниях по данной дисциплине.

*Методические указания по самостоятельной работе над изучаемым материалом и при подготовке к лабораторным занятиям*

В ходе подготовки к практическому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы. Начинать надо с изучения рекомендованной литературы. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная его часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студентов. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения, проследить их логику и тем самым проникнуть в творческую лабораторию автора.

Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Особенно важны и полезны записи тогда, когда в них находят отражение мысли, возникшие при самостоятельной работе.

Важно развивать умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал.

Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования. Преподаватель может рекомендовать студентам следующие основные формы записи: план (простой и развернутый), выписки, тезисы.

Результаты конспектирования могут быть представлены в различных формах.

План – это схема прочитанного материала, краткий (или подробный) перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Подробно составленный план вполне заменяет конспект.

Конспект – это систематизированное, логичное изложение материала источника. Различаются четыре типа конспектов:

- План-конспект – это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении.

- Текстуальный конспект – это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника.

- Свободный конспект – это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания материала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом.

- Тематический конспект – составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то схеме (вопросу).

В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь.

При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю.

Готовясь к докладу или реферативному сообщению, обращаться за методической

помощью к преподавателю. Составить план-конспект своего выступления. Продумать практические задачи, с целью обеспечения тесной связи изучаемой теории с практическим применением.

После практического занятия необходимо не откладывая, в тот же день, выполнить все задания, оставленные для самостоятельной работы.

Ввиду трудоемкости подготовки к практическому занятию преподавателю следует предложить студентам алгоритм действий, рекомендовать еще раз внимательно прочитать записи лекций, тщательно продумать ответы на теоретические вопросы.

#### *Групповая консультация*

Разъяснение является основным содержанием данной формы занятий, наиболее сложных вопросов изучаемого программного материала. Цель – максимальное приближение обучения к практическим интересам с учетом имеющейся информации и является результативным материалом закрепления знаний.

Групповая консультация проводится в следующих случаях:

- когда необходимо подробно рассмотреть практические вопросы, которые были недостаточно освещены или совсем не освещены в процессе лекции;
- с целью оказания помощи в самостоятельной работе (решение практических задач, изучение определений, разбор доказательства теорем и утверждений, вывода формул и т.д.);
- если студенты самостоятельно изучают отдельные темы дисциплины.

Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

#### *Методические рекомендации студентам по изучению рекомендованной литературы*

Изучение дисциплины следует начинать с проработки настоящей рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Студентам рекомендуется получить в библиотеке учебную литературу по дисциплине, необходимую для эффективной работы на всех видах аудиторных занятий, а также для самостоятельной работы по изучению дисциплины.

Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и дипломных работ.

Успешное освоение курса предполагает активное, творческое участие студента путем планомерной, повседневной работы.

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине используются следующие информационные технологии:

- применение средств мультимедиа в образовательном процессе (чтение лекций с использованием слайд-презентаций);
- доступность учебных материалов через сеть Интернет (конспекты лекций размещены в Интернет на образовательном портале НФИ КемГУ по адресу [www.nkfi.ru](http://www.nkfi.ru));
- учебное ПО MS Visual Studio

## 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

При осуществлении образовательного процесса предполагается использование информационных технологий как на аудиторных занятиях, так и при выполнении самостоятельной работы.

Для аудиторных занятий используются компьютеры и презентационное оборудование, на которых должны быть установлены следующие программы:

- текстовый процессор (MS Word и т.п.);
- программа для создания и демонстрации презентаций (MS PowerPoint и т.п.);
- программа для просмотра видео (The KMPlayer, VLC и т.п.);
- браузер (Mozilla Firefox, Opera и т.п.).

Для самостоятельной работы используются компьютеры, на которых должны быть установлены следующие программы:

- текстовый процессор (MS Word и т.п.);
- программа для создания презентаций (MS PowerPoint и т.п.);
- браузер (Mozilla Firefox, Opera и т.п.).

## 12. Иные сведения и (или) материалы

### 12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

При изучении данной дисциплины применяется технология проблемного обучения.

Схема проблемного обучения, представляется как последовательность процедур, включающих: постановку преподавателем учебно-проблемной задачи, создание для учащихся проблемной ситуации; осознание, принятие и разрешение возникшей проблемы, в процессе которого они овладевают обобщенными способами приобретения новых знаний; применение данных способов для решения конкретных систем задач.

При реализации данной технологии, используются следующие формы обучения, позволяющие активизировать деятельность студента.

Наименование раздела и темы дисциплины	Вид занятия	Используемые активные и интерактивные формы обучения
Определение и назначение моделирования, этапы разработки математических моделей. Структурные модели.	Лекция	Лекция-пресс-конференция
Особенности моделирования в условиях неопределенности и с использованием имитационного подхода.	Лекция	Лекция-визуализация
Математические модели в различных предметных областях	Лекция	Лекция-беседа
Математические модели в различных предметных областях	Практическое занятие	Занятие-исследование
Определение и назначение моделирования, этапы разработки математических моделей. Структурные модели.	Практическое занятие	Занятие взаимообучение
Особенности моделирования в условиях неопределенности и с использованием имитационного	Практическое занятие	Занятие с разбором конкретной ситуации

подхода.		
----------	--	--

Занятия лекционного типа составляют 17% (22 часов), из них 100% проводятся с использованием компьютерных презентаций и демонстраций.

Составитель (и): Решетникова Е.В., доцент

*(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))*