

Подписано электронной подписью:

Вержицкий Данил Григорьевич

Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»

Дата и время: 2024-02-21 00:00:00

471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Кемеровский государственный университет»

Новокузнецкий институт (филиал)

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования

«Кемеровский государственный университет»

(Наименование филиала, где реализуется данная дисциплина)

Факультет информатики, математики и экономики



Б1.О.11.01 Математические модели физических процессов

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки

«Математика и Физика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная, заочная

Год набора 2019

Новокузнецк 2019

Лист внесения изменений

в РПД Б1.О.11.01 Математические модели физических процессов

Сведения об утверждении:

утверждена Ученым советом факультета информатики, математики и экономики
(протокол Ученого совета факультета № 9 от 14.02.2019)

для ОПОП 2019 год набора на 2019 / 2020 учебный год
по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

направленность (профиль) подготовки “Математика и Физика”

Одобрена на заседании методической комиссии факультета информатики, математики и экономики

протокол методической комиссии факультета № 6 от 14.02.2019

Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры математики, физики и математического моделирования

протокол № 6 от 17.01.2019 г. Решетникова Е.В. /
(Ф. И.О. зав. кафедрой)


(Подпись)

Переутверждение на учебный год:

на 20___ / 20___ учебный год

утверждена Ученым советом факультета _____

(протокол Ученого совета факультета № ___ от ___. ___.201__ г.

Одобрена на заседании методической комиссии факультета _____

протокол методической комиссии факультета № ___ от ___. ___.20__ г.

Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры _____

протокол № ___ от ___. ___.20__ г. _____ / _____
(Ф. И.О. зав. кафедрой) (Подпись)

на 20___ / 20___ учебный год

утверждена Ученым советом факультета _____

(протокол Ученого совета факультета № ___ от ___. ___.201__ г.

Одобрена на заседании методической комиссии факультета _____

протокол методической комиссии факультета № ___ от ___. ___.20__ г.

Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры _____

протокол № ___ от ___. ___.20__ г. _____ / _____
(Ф. И.О. зав. кафедрой) (Подпись)

на 20___ / 20___ учебный год

утверждена Ученым советом факультета _____

(протокол Ученого совета факультета № ___ от ___. ___.201__ г.

Одобрена на заседании методической комиссии факультета _____

протокол методической комиссии факультета № ___ от ___. ___.20__ г.

Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры _____

протокол № ___ от ___. ___.20__ г. _____ / _____
(Ф. И.О. зав. кафедрой) (Подпись)

Оглавление

1	Цель дисциплины	4
1.1	Формируемые компетенции	4
1.2	Индикаторы достижения компетенций	4
1.3	Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине	5
2	Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.....	6
3.	Учебно-тематический план и содержание дисциплины	7
3.1	Учебно-тематический план	7
3.2.	Содержание занятий по видам учебной работы	9
4	Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.	16
5	Учебно-методическое обеспечение дисциплины.	18
5.1	Учебная литература	18
5.2	Программное и информационное обеспечение освоения дисциплины. .	189
5.2.1	Программное обеспечение	19
5.2.2	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.	19
6	Иные сведения и (или) материалы.	19
6.1.	Примерные темы письменных учебных работ	19
6.2.	Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации.....	27

1 Цель дисциплины

Целями изучения дисциплины являются: получение основных сведений по методам построения математических моделей на основе понятий математического анализа в различных областях физики; получение основных сведений по методам и алгоритмам решения краевых задач, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных; приобретение навыков построения математических моделей на основе понятий математического анализа, оценки их эффективности, построения алгоритмов и их численной реализации.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция

ОПК-8 (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Общепрофессиональная	Научные основы педагогической деятельности	ОПК-8 способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ОПК-8 (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний)	ОПК.8.1. Применяет специальные научные знания, в том числе в предметной области, методы научно-педагогического исследования, методы анализа педагогической ситуации, профессиональную рефлексию в реализации ООП, ДОП, рабочих программ учебных предметов и курсов внеурочной деятельности.	Б1.О.03 Психология; Б1.О.03.01 Общая психология; Б1.О.04 Возрастная анатомия и физиология; Б1.О.06 Специальная и коррекционная педагогика и психология; Б1.О.10.01 Линейная алгебра; Б1.О.10.02 Геометрия; Б1.О.10.03 Теория чисел; Б1.О.10.04 Алгебра многочленов; Б1.О.10.05 Элементарная математика Б1.О.10.06 Дискретная математика;

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
	ОПК.8.2. Применяет специальные научные знания, в т. ч. в предметной области, в разработке и реализации программ, корректирующих личностные, метапредметные и предметные достижения обучающихся, в том числе с особыми образовательными возможностями и потребностями, в ходе освоения ООП, ДОП, учебных предметов и курсов внеурочной деятельности.	Б1.О.10.07 Теория вероятностей и математическая статистика; Б1.О.10.08 Исследование операций; Б1.О.10.09 Математика в историческом развитии; Б1.О.11.02 Общая физика; Б1.О.11.03 Элементарная физика; Б1.О.11.04 Основы теоретической физики; Б1.О.11.05 Астрономия; Б1.О.11.06 Физика в историческом развитии; Б2.О.04(П) Педагогическая; Б2.О.07(Пд) Преддипломная; Б3.01 Государственный экзамен (междисциплинарный); Б3.02 Выпускная квалификационная работа

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-8 (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний)	ОПК.8.1. Применяет специальные научные знания, в том числе в предметной области, методы научно-педагогического исследования, методы анализа педагогической ситуации, профессиональную рефлексию в реализации ООП, ДОП, рабочих программ учебных предметов и курсов внеурочной деятельности. ОПК.8.2. Применяет специальные научные знания, в т. ч. в предметной области, в разработке и реализации программ, корректирующих личностные, метапредметные и предмет-	Знать: математические модели физических процессов на основе понятий математического анализа; Уметь: - осуществлять трансформацию специальных научных знаний по математическим моделям физических процессов в соответствии с психофизиологическими, возрастными, познавательными особенностями обучающихся; - применять теоремы и методы математического анализа для решения физических задач Владеть: методами научного исследования в области математического моделирования физических процессов

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
	ные достижения обучающихся, в том числе с особыми образовательными возможностями и потребностями, в ходе освоения ООП, ДОП, учебных предметов и курсов внеурочной деятельности.	

2 Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоёмкость дисциплины	396		396
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	114		26
Аудиторная работа (всего):	114		26
в том числе:			
лекции	48		10
практические занятия, семинары	66		16
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме	24		10
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):			
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)	72		18
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	210		352
4 Промежуточная аттестация обучающегося	1 семестр – экзамен (36 ч.); 2 семестр – экзамен (36 ч.); 2 семестр – экзамен (ЗФО); 2 семестр – экзамен (ЗФО)		

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
Семестр 1									
	1. Функции, пределы, непрерывность								
1	1.1 Функции и выражения. Свойства функций. Гармонические колебания	8	2	2	4				Контрольная работа № 1
2	1.2 Предел функции. Свойства пределов функции. Непрерывность функции	12	2	2	8				Контрольная работа № 1
	2. Дифференциальное исчисление								
3	2.1 Производная функции. Геометрический и физический смысл.	10	2	2	6				Контрольная работа № 2
4	2.2 Дифференциал функции. Применение производной и дифференциала для решения физических задач.	12	2	2	8				Контрольная работа № 2
5	2.3 Применение дифференциального исчисления для исследования функций	12	2	2	8				Контрольная работа № 2
6	2.4 Применение производных для вычисления пределов функций	10	2	2	6				Контрольная работа № 2
	3. Интегральное исчисление								
7	3.1 Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования	10	2	2	6				Контрольная работа № 3
8	3.2 Интегрирование рациональных, иррациональных, тригонометрических функций	12	2	2	8				Контрольная работа № 3
9	3.3 Определенный интеграл, его свойства. Несобственные интегралы	12	2	2	8				Контрольная работа № 3

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
10	3.4 Применение интегрального исчисления к решению физических задач	12	2	2	8				Индивидуальное задание
	4. Дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных								
11	4.1 Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции.	10	2	2	6				Контрольная работа № 4
12	4.2 Частные производные. Полный дифференциал. Экстремум функции двух переменных	10	2	2	6				Контрольная работа № 4
13	4.3 Двойные интегралы. Криволинейные интегралы	12	2	2	8				Контрольная работа № 4
	5. Ряды								
14	5.1 Числовые ряды	12	2	2	8				Контрольная работа № 5
15	5.2 Функциональные ряды. Степенные ряды	12	2	2	8				Контрольная работа № 5
16	5.3 Тригонометрические ряды.	14	2	4	8				Контрольная работа № 5
	Промежуточная аттестация – экзамен	36							экзамен
ИТОГО по 1 семестру		216	32	34	114				
Семестр 2									
	6. Дифференциальные уравнения								
17	6.1 Дифференциальные уравнения первого порядка. Приложения в естествознании.	18	2	4	12				Контрольная работа № 6
18	6.2 Уравнения высших порядков. Линейные уравнения второго порядка	18	2	4	12				Контрольная работа № 6
19	6.3 Дифференциальные уравнения в естествознании. Уравнения и задачи математической физики.	18	2	4	12				Индивидуальное задание

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
	7. Методы математического анализа в моделировании физических процессов								
20	7.1 Математическая модель. Классификация. Погрешность модели. Оценка погрешностей	18	2	4	12				Контрольная работа № 7
21	7.2 Основные уравнения математической физики: волновое уравнение, уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа	18	2	4	12				Контрольная работа № 7
22	7.3 Обыкновенные дифференциальные уравнения. Краевые задачи	18	2	4	12				Контрольная работа № 7
23	7.4 Методы решения начально-краевых задач	18	2	4	12				Контрольная работа № 7
24	7.5 Дифференциальные уравнения в частных производных. Стационарные краевые задачи	18	2	4	12				Контрольная работа № 7
	Промежуточная аттестация – экзамен	36							экзамен
ИТОГО по 2 семестру		180	16	32	96				
ВСЕГО		396	48	66	210				

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	Семестр 1	
<i>Содержание лекционного курса</i>		
1	Функции, пределы, непрерывность	

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
1.1	Функции и выражения. Свойства функций. Гармонические колебания	Определение и способы задания функции. Обзор элементарных функций и их графиков. Гармонические колебания.
1.2	Предел функции. Свойства пределов функции. Непрерывность функции	Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах и их применение. Непрерывность функции. Непрерывные и разрывные функции в естествознании.
2	<i>Дифференциальное исчисление</i>	
2.1	Производная функции. Геометрический и физический смысл.	Задачи, приводящие к понятию производной: задача о скорости движущейся точки; задача о силе электрического тока. Определение производной. Правила дифференцирования и производные элементарных функций. Производные высших порядков. Физическое значение производной второго порядка.
2.2	Дифференциал функции. Применение производной и дифференциала для решения физических задач.	Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал сложной функции. Таблица дифференциалов. Применение дифференциала для приближенных вычислений. Производные и дифференциалы высших порядков.
2.3	Применение дифференциального исчисления для исследования функций	Возрастание и убывание функций. Максимумы и минимумы. Асимптоты. Наибольшее и наименьшее значения функции. Построение графиков функции. Задачи из естествознания на экстремум.
2.4	Применение производных для вычисления пределов функций	Теорема Коши. Правило Лопиталя. Сравнение быстроты роста функций.
3	<i>Интегральное исчисление</i>	
3.1	Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования	Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование; замена переменной (метод подстановки); интегрирование по частям.
3.2	Интегрирование рациональных, иррациональных, тригонометрических функций	Интегрирование дробно-рациональных функций: выделение правильной рациональной дроби; интегрирование простейших рациональных дробей; разложение правильной рациональной дроби на простейшие; метод неопределенных коэффициентов; интегрирование правильных рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование простейших иррациональностей.
3.3	Определенный интеграл, его свойства. Несобственные интегралы	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла: задача о пройденном пути; задача о работе переменной

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		силы. Понятие определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы первого и второго рода.
3.4	Применение интегрального исчисления к решению физических задач	Статические моменты и центр тяжести дуги плоской кривой. Первая теорема Гульдина. Статические моменты и центр тяжести плоской фигуры. Вторая теорема Гульдина.
4	<i>Дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных</i>	
4.1	Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции.	Понятие функции нескольких переменных. Функция двух переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Основные свойства непрерывных функций двух переменных.
4.2	Частные производные. Полный дифференциал. Экстремум функции двух переменных	Частные производные первого порядка. Полный дифференциал функции. Применение дифференциала функции к приближенным вычислениям. Понятие о производной функции по данному направлению Градиент. Частные производные высших порядков. Максимум и минимум функции двух переменных. Абсолютный экстремум функции.
4.3	Двойные интегралы. Криволинейные интегралы	Понятие двойного интеграла. Двойной интеграл в прямоугольных декартовых координатах. Геометрические приложения двойного интеграла. Физические приложения двойного интеграла. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода. Работа потенциальной силы.
5	<i>Ряды</i>	
5.1	Числовые ряды	Основные понятия. Основные свойства. Положительные ряды. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости.
5.2	Функциональные ряды. Степенные ряды	Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенной ряд и его область сходимости. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Разложение в степенные ряды основных элементарных функций. Приложения степенных рядов к приближенным вычислениям.
5.3	Тригонометрические ряды.	Тригонометрическая система функций, её ортогональность. Ряд Фурье. Сходимость ряда Фурье. Разложение

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		функции, заданной в промежутке, в ряд Фурье по косинусам или синусам. Ряд Фурье с произвольным промежутком.
<i>Содержание практических занятий</i>		
1	<i>Функции, пределы, непрерывность</i>	
1.1	Функции. Свойства функций. Гармонические колебания	Действительные числа. Абсолютная величина числа. Способы задания функции. Целая рациональная функция. Дробно-рациональная функция. Степенная функция. Показательная функция. Логарифмическая функция. Обратная функция. Тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции. Сложная функция. Гармонические колебания. Решение практических заданий.
1.2	Предел функции. Непрерывность функции	Предел числовой последовательности. Число e . Натуральные логарифмы. Предел функции. Бесконечно малые и их свойства. Бесконечно большие. Основные теоремы о пределах. Первый замечательный предел. Сравнение бесконечно малых. Вычисление пределов. Свойства функций, непрерывных на сегменте. Решение практических заданий.
2	<i>Дифференциальное исчисление</i>	
2.1	Производная функции.	Решение заданий на нахождение производных функций с использованием правил дифференцирования и производных элементарных функций. Производная обратной функции. Производная сложной функции.
2.2	Дифференциал функции. Применение производной и дифференциала для решения физических задач.	Решение задач на нахождение дифференциалов функций. Применение дифференциала для приближенных вычислений. Нахождение производных и дифференциалов высших порядков. Решение физических задач с применением производной и дифференциала.
2.3	Применение дифференциального исчисления для исследования функций	Нахождение промежутков возрастания и убывания функции. Нахождение экстремумов функции. Исследование функций на экстремум с помощью второй производной. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Решение физических задач на экстремум. Исследование функций и построение графиков.
2.4	Применение производных для вычисления пределов функций	Решение задач по нахождению пределов функций с помощью производных (правило Лопиталя). Проведение сравнения быстроты роста функций.
3	<i>Интегральное исчисление</i>	

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
3.1	Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования	Нахождение интегралов основными методами интегрирования, используя свойства интегралов и таблицу основных интегралов.
3.2	Интегрирование рациональных, иррациональных, тригонометрических функций	Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование тригонометрических выражений: интегралы вида: $\int \sin ax \sin bxdx$, $\int \cos ax \cos bxdx$, $\int \sin ax \cos bx dx$. Нахождение интегралов с линейной иррациональностью; интегралов с квадратичной иррациональностью.
3.3	Определенный интеграл, его свойства. Несобственные интегралы	Вычисление определенных интегралов. Приближенное вычисление определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длины дуги и площади поверхности вращения. Вычисление объема. Нахождение несобственных интегралов. Виды несобственных интегралов, их сходимость.
3.4	Применение интегрального исчисления к решению физических задач	Решение физических задач с применением определенного интеграла.
4	<i>Дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных</i>	
4.1	Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции.	Построение графиков функций двух переменных. Нахождение пределов функций двух переменных. Понятие области.
4.2	Частные производные. Полный дифференциал. Экстремум функции двух переменных	Нахождение частных производных первого порядка от функций двух переменных. Нахождение полного дифференциала. Нахождение производных и дифференциалов сложной функции. Неявные функции и их дифференцирование. Нахождение частных производных высших порядков. Нахождение экстремумов функций двух переменных.
4.3	Двойные интегралы. Криволинейные интегралы	Вычисление двойных интегралов. Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление площади кривой поверхности. Приложения двойного интеграла в механике. Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода. Приложения криволинейных интегралов.
5	<i>Ряды</i>	
5.1	Числовые ряды	Сходимость ряда. Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения рядов. Признак сходимости Даламбера. Абсолютная сходимость. Знакопеременные ряды. Признак сходимости Лейбница.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
5.2	Функциональные ряды. Степенные ряды	Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение данной функции в степенной ряд. Ряд Маклорена. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям. Ряд Тейлора. Решение практических заданий.
5.3	Тригонометрические ряды	Тригонометрические ряды Фурье. Ряды Фурье четных и нечетных функций. Решение практических заданий.
5.4	Ряды Фурье	Ряд Фурье с произвольным промежутком.
	Промежуточная аттестация - экзамен	
	Семестр 2	
<i>Содержание лекционного курса</i>		
6	<i>Дифференциальные уравнения</i>	
6.1	Дифференциальные уравнения первого порядка. Приложения в естествознании.	Физическая задача, приводящая к дифференциальному уравнению. Дифференциальное уравнение первого порядка, его общее и частные решения. Уравнение с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Применение линейных уравнений в естествознании.
6.2	Уравнения высших порядков. Линейные уравнения второго порядка	Основные понятия. Случаи понижения порядка. Линейные уравнения второго порядка. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
6.3	Дифференциальные уравнения в естествознании. Уравнения и задачи математической физики.	Вывод уравнения теплопроводности. Задача о распределении температуры в ограниченном стержне. Гармонический осциллятор. Резонанс.
7	<i>Методы математического анализа в моделировании физических процессов</i>	
7.1	Математическая модель. Классификация. Погрешность модели. Оценка погрешностей	Математическая модель. Основные понятия. Классификация. Принципы, этапы математического моделирования. Элементарная теория погрешностей. Погрешность модели, входных данных, аппроксимации и округления. Оценка погрешностей. Обработка данных эксперимента.
7.2	Основные уравнения математической физики: волновое уравнение, уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа	Задачи, приводящие к волновому уравнению, уравнению теплопроводности, уравнению Лапласа. Волновое уравнение. Уравнение теплопроводности. Уравнение Лапласа. Постановка основных задач.
7.3	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Краевые задачи.	Краевые задачи. Вариационно-разностные методы для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
7.4	Методы решения начально-краевых задач.	Метод Фурье разделения переменных, метод интегрального преобразования, метод Даламбера волнового уравнения.
7.5	Дифференциальные уравнения в частных производных. Стационарные краевые задачи.	Колебательное движение. Гиперболические дифференциальные уравнения и их решения с помощью конечного ряда Фурье. Задачи теплопроводности. Параболические дифференциальные уравнения. Задачи о дренаже вод, течении нефти и напряжениях. Эллиптические дифференциальные уравнения.
<i>Содержание практических занятий</i>		
6	<i>Дифференциальные уравнения</i>	
6.1	Дифференциальные уравнения первого порядка.	Решение дифференциальных уравнений первого порядка. Нахождение общего и частных решений.
6.2	Приложения дифференциальных уравнений в естествознании.	Решение физических задач: о радиоактивном распаде; об охлаждении тела; о движении моторной лодки; о потери заряда проводником.
6.3	Дифференциальные уравнения второго порядка.	Решение дифференциальных уравнений второго порядка. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений второго порядка.
6.4	Линейные уравнения второго порядка	Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка.
6.5	Уравнения и задачи математической физики	Решение физических задач раздела механики с помощью дифференциальных уравнений.
6.6	Уравнения и задачи математической физики	Решение физических задач, связанных с гармоническими колебаниями и электричеством, с помощью дифференциальных уравнений.
7	<i>Методы математического анализа в моделировании физических процессов</i>	
7.1	Математическая модель	Схема вычислительного эксперимента.
7.2	Погрешность модели. Оценка погрешностей	Типы погрешностей: погрешности метода; погрешности дискретизации; погрешности округления.
7.3	Основные уравнения математической физики	Решение основных уравнений математической физики: волнового уравнения, уравнения теплопроводности.
7.4	Основные уравнения математической физики	Решение уравнения Лапласа.
7.5	Краевые задачи	Вариационно-разностные методы для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка: методы конечных разностей, прямых.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
7.6	Краевые задами	Вариационно-разностные методы для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка: методы локальных вариаций и конечных элементов.
7.7	Методы решения начально-краевых задач	Метод Фурье разделения переменных. Метод Интегрального преобразования.
7.8	Методы решения начально-краевых задач	Метод Даламбера волнового уравнения.
7.9	Стационарные краевые задачи	Колебательное движение. Решение гиперболических дифференциальных уравнений с помощью конечного ряда Фурье.
7.10	Стационарные краевые задачи	Задачи теплопроводности. Параболические дифференциальные уравнения. Неявный метод. Квазилинейные задачи.
	Промежуточная аттестация - экзамен	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
1 семестр				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	60	Лекционные занятия (конспект) (16 занятий)	0,5 балла - посещение 1 лекционного занятия	0 - 8
		Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (17 занятий).	0,5 балла - посещение 1 практического занятия 1 балл – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	0 - 17

		Контрольные работы (5 работ)	За одну КР: от 0 до 2 баллов (выполнено менее 51% заданий) 3 балла (выполнено 51-67% заданий) 4 балла (выполнено 68 - 84% заданий) 5 баллов (выполнено 85 - 100% заданий)	0 - 25
		Индивидуальное задание	5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	0 - 10
Итого по текущей работе в семестре (31 балл – пороговое значение)				0 – 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Устный опрос	20 баллов (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение)	20-40
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				20 – 40
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 баллов				
Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
2 семестр				
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	60	Лекционные занятия (конспект) (8 занятий)	0,5 балла – посещение 1 лекционного занятия	0 - 4
		Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (16 занятий).	0,5 балла - посещение 1 практического занятия 1 балл – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	0 - 16
		Контрольные работы (2 работы)	За одну КР: от 0 до 4 баллов (выполнено менее 51% заданий) от 5 до 8 баллов (выполнено 51-67% заданий) от 9 до 12 баллов (выполнено 68 - 84% заданий) от 13 до 15 баллов (выполнено 85 - 100% заданий)	0 - 30
		Индивидуальное задание	5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	0 - 10
Итого по текущей работе в семестре (31 балл – пороговое значение)				0 – 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Устный опрос	20 балла (пороговое значение) 40 баллов (максимальное значение)	20-40
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				20 – 40
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 баллов				

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Палин, В. В. Методы математической физики. Лекционный курс : учебное пособие для академического бакалавриата / В. В. Палин, Е. В. Радкевич. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 222 с. — (Бакалавр. Академический курс).— Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/438305>
2. Баврин, И. И. Математический анализ : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 327 с. — (Бакалавр. Академический курс).— Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/427808>.

Дополнительная учебная литература

1. Бурмистрова, Е. Б. Математический анализ и дифференциальные уравнения [Текст] : учебник для вузов / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. - Москва : Академия, 2010. - 367 с. - (Университетский учебник. Высшая математика и ее приложения к экономике). - Библиогр.: с. 361-362. – ISBN 9785769562655
Количество: 15
2. Бордовский, Г. А. Физические основы математического моделирования : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Г. А. Бордовский, А. С. Кондратьев, А. Чоудери. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 319 с. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/437069>. (Глава 2, с. 101 – 108)

5.2 Программное и информационное обеспечение освоения дисциплины.

5.2.1 Программное обеспечение

В обучении используются информационные технологии на базе компьютерных классов учебного корпуса №4 (пр. Metallургов 19):

лекционные занятия ведутся с использованием презентаций и программного обеспечения мульти-медиа демонстраций на основе Microsoft Office 2010 (лицензия DreamSpark Premium Electronic Software Delivery (3 years);

Renewal по сублицензионному договору №Tr000083174 от 12.04.2016);

5.2.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. Астрофизический портал AFPortal.ru - <http://www.afportal.ru/>
4. PHYS-PORTAL.RU - Физический информационный портал. - <http://phys-portal.ru/>

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

Контрольная работа № 1

Функции, пределы, непрерывность

Вариант (образец)

1. Найти область определения функций: а) $f(x) = \lg(x + 7) - \frac{1}{2} \lg(2x - 1)$; б) $f(x) = \log_{\frac{x-1}{x+5}} 0,3$.
2. Выяснить, является ли заданная функция четной или нечетной или не является ни четной, ни нечетной: а) $y = x^3 - 2x^5$; б) $y = \frac{3x \cdot \operatorname{tg} 3x}{x^2 + 4}$.
3. Построить графики функций: а) $y = 4 - 4x^2$; б) $y = 4 \sin x$.

4. Изобразить точками на плоскости последовательность, заданную общим членом $a_n = \frac{n+1}{2n}$.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 3x^2 - x}{7x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$; в)

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3+x+x^2}-\sqrt{9-2x+x^2}}{x^2-3x+2}$; е) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$;

ж) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$.

6. Пользуясь методом замены бесконечно малых эквивалентными, найти пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 10^x}{3^x - 7^x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x} - 1}{\arcsin x}$.

Контрольная работа № 2

Дифференциальное исчисление

Вариант (образец)

1. Найдите производные функций:

1) $y = 5x^6 - \cos x + \operatorname{tg} x$; 2) $y = x^6 - \frac{2}{x^2} + \operatorname{arctg} x$; 3) $y = \ln(\cos 2x - \sqrt{x})$;

4) $y = \cos^2(\sqrt{2x} - 5^{2x})$; 5) $y = \sin 2x \cdot \cos 5x$; 6) $y = e^{2x} \cdot \operatorname{tg}(6x - 1)$;

7) $y = \frac{2 \cos 5x}{\sin^3 2x}$; 8) $y = \frac{13\sqrt{x}}{\sin(2x-1)}$.

2. Найти производные второго порядка:

1) $y = \sin^2 x$; 2) $y = \sqrt{1+x^2}$; 3) $y = \ln(2x-3)$.

3. Исследовать функцию и построить её график:

1) $y = x^3 - 3x$; 2) $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2$; 3) $y = \frac{x^2}{x^2-1}$; 4) $y = x^2 \ln^2 x$.

Контрольная работа № 3

Интегральное исчисление

Вариант (образец)

1. Найти интегралы:

1) $\int (x^2 + 3x^3 + x + 1) dx$; 2) $\int (x^4 + \sqrt[5]{x} + 3\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}) dx$;

$$3) \int e^{\cos x} \sin x dx; \quad 4) \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$$

2. Вычислить интегралы:

$$1) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}; \quad 2) \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx; \quad 3) \int_1^2 (x^2 + \frac{1}{x^4}) dx; \quad 4) \int_1^2 \frac{dx}{x};$$

$$5) \int_0^{\pi} \sin x dx; \quad 6) \int_{2\pi}^{3\pi} x \sin x dx; \quad 7) \int_0^4 \left(1 + e^{\frac{x}{4}}\right) dx; \quad 8) \int_{-1}^7 \frac{dx}{\sqrt{3x+4}}.$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$1) x = 1/2y^2, x = 0, y = 1, y = -3; \quad 2) y = x^2, y^2 = -x.$$

4. Найти объем тела вращения, образованного линиями:

$$1) xy = 4, x = 1, x = 4, y = 0 \text{ вокруг оси } Ox;$$

$$2) y = x^3, x = 0, y = 8 \text{ вокруг оси } Oy.$$

Контрольная работа № 4

Дифференциальное и интегральное исчисления

функций нескольких переменных

Вариант (образец)

1. Найти область определения функций:

$$1) z = 4 - x + 2y; \quad 2) z = \frac{3}{x^2 + y^2}.$$

2. Найти частные производные первого порядка

$$1) z = 2x^5 + 3x^3y^2 - y^2 - 5x^4y; \quad 2) z = \frac{xy}{x-y};$$

$$3) z = \sin(x+y); \quad 4) z = x^2y + (2x-3y)^2.$$

3. Найти частные производные для функции в указанной точке:

$$z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}} \text{ в точке } B(1; 1).$$

$$4. \text{ Дана функция } z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y}). \text{ Доказать, что } x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}.$$

5. Найти указанные частные производные третьего порядка от функции

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - ? \quad \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} - ? \quad \text{от } z = x^5 + 3y^3 + 2x - y.$$

$$6. \text{ Найти полный дифференциал функции } z = 2y + e^{x^2-y} + 1.$$

7. Вычислить интегралы: 1) $\int_0^2 dx \int_0^x 3dy$; 2) $\int_1^2 dx \int_x^{x^2} (2x-y)dy$.

8. Поменять порядок интегрирования:

1) $\int_0^1 dx \int_0^x f(x,y)dy$; 2) $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x,y)dy$; 3) $\int_0^1 dx \int_{x^2-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$.

9. Вычислить двойные интегралы по указанным областям G:

1) $\iint_G x\sqrt{y} dx dy$; $G: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$; 2) $\iint_G (x+2y) dx dy$; $G: y = x^2, y = 0, x + y - 2 = 0$

Контрольная работа № 5

Ряды

Вариант (образец)

1. Выяснить сходимость и найти сумму ряда:

1) $1 + q + q^2 + q^3 + \dots, |q| < 1$; 2) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$;

3) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$; 4) $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots$

2. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \sin \frac{1}{n}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

3. Исследовать на сходимость ряд:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^{2n}}$; 4) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(2^n+1)}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3+2^n}$.

4. Исследовать сходимость ряда:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}n}{n^2+1}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{2^n}$.

Контрольная работа № 6

Дифференциальные уравнения

Вариант (образец)

1. Решить дифференциальные уравнения: 1) $x^2 y' + y = 0$; 2) $y' = -\frac{y}{x}$.

2. Найти интегральную кривую уравнения, проходящую через точку M :

1) $xy' = 2y$, $M(2;3)$; 2) $y'(x^2 - 4) = 2xy$, $M(0;1)$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $(1 + e^{2x})y^2 \cdot y' = e^x$; 2) $y' + (2y + 1)\operatorname{ctg} x = 0$; 3) $xy' + y = e^{-x}$;

4) $xy' = x^3 + y$; 5) $y'x + y = -xy^2$; 6) $y' - xy = -y^3 e^{-x^2}$;

7) $y'' = xe^{-x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

4. Проверить, будут ли указанные функции общими решениями для данного дифференциального уравнения: $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$ для $y'' + y = 0$.

5. Найти решение, удовлетворяющее начальным условиям:

1) $y'' + 5y' + 6y = 0$; $y(0) = 1$, $y'(0) = -6$; 2) $y'' - 10y' + 25y = 0$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Контрольная работа № 7

Методы математического анализа в моделировании

физических процессов

Вариант (образец)

Задание 1. А.1-5. Внешняя поверхность плоской стенки толщиной d и коэффициентом теплопроводности контактирует с массивным твердым телом, вследствие чего на внешней поверхности поддерживается постоянная температура T_2 . На внутренней поверхности плоской стенки задана плотность теплового потока Q . Требуется: 1) написать уравнение теплопроводности, описывающее распределение температуры в стенке, и граничные условия; 2) проинтегрировать уравнение теплопроводности, определив постоянные интегрирования из граничных условий; 3) вычислить температурный перепад по стенке.

Задание 2. Б.6-10. На внутренней поверхности плоской стенки толщиной d и коэффициентом теплопроводности поддерживается постоянная температура T_1 . На внешней поверхности осуществляется теплообмен с охлаждающей средой с коэффициентом теплоотдачи. Принять температуру охлаждающей среды, равной нулю. Требуется: 1) написать уравнение теплопроводности, описывающие распределение температуры в стенке, и граничные условия; 2) проинтегрировать уравнение теплопроводности, определив постоянные интегрирования из граничных условий; 3) вычислить температурный перепад по стенке и плотность теплового потока, отводимого в охлаждающую среду.

№ варианта	T_1 , град	T_2 , град	d , см	λ , $\frac{\text{Вт}}{\text{см} \cdot \text{град}}$	Q , $\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$	α , $\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{град}}$
------------	-----------------	-----------------	----------	---	---------------------------------------	--

					материал		
А	1	-	30	0,1	0,8 (Fe)	480	-
	2	-	40	0,25	0,7 (ЛМЦ58-2)	140	-
	3	-	50	0,3	1,12 (Л80)	150	-
	4	-	60	0,35	2,1 (Al)	180	-
	5	-	70	0,4	3,86 (Cu)	193	-
Б	6	50	-	0,1	0,8 (Fe)	-	0,2
	7	60	-	0,25	0,7 (ЛМЦ58-2)	-	0,4
	8	70	-	0,3	1,12 (Л80)	-	0,6
	9	80	-	0,35	2,1 (Al)	-	0,8
	10	90	-	0,4	3,86 (Cu)	-	1,0

Индивидуальное задание по теме
“Применение интегрального исчисления
к решению физических задач”

Вариант (образец)

1. Найти работу A непрерывной переменной силы $F(x)$, приложенной к материальной точке M , при перемещении последней вдоль оси Ox из положения $x = a$ в положение $x = b$, предполагая, что направление силы совпадает с направлением перемещения.
2. Какую работу нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 5 см, если сила 100 Н растягивает пружину на 1 см?
3. Концентрация вещества (г/м^3) в воде меняется по закону $C = \frac{10x}{x+1}$ (x – глубина слоя). Сколько вещества Q содержится в вертикальном столбе воды, площадь поперечного сечения которого равна $S = 1 \text{ м}^2$, а глубина меняется от 0 до 200 м?
4. Определить силу давления воды на вертикальный круг радиуса R , центр которого погружен в воду на глубину H ($P > 2R$).

Индивидуальное задание по теме
“Дифференциальные уравнения в естествознании.
Уравнения и задачи математической физики”

Вариант (образец)

Задание 1. Решите задачу Коши для волнового уравнения.

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = f(x)$$

$$u_t(x, 0) = 0$$

Если 1) $f(x) = 2h \cdot e^{-\frac{h}{l^2}x^2}$

2) $f(x) = \begin{cases} \frac{2h}{l}(l - |x|) & , |x| \leq l \\ 0, & |x| > l \end{cases}$

3) $f(x) = \begin{cases} -\frac{2h}{l^2}(x-l) \cdot (x-3l), & x \in [l, 3l] \\ 0, & x \notin [l, 3l] \end{cases}$

Значения параметров a, l, h для каждого варианта заданы таблицей:

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
l	1	1	1	2	2	2	3	3	3	1
h	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1

Вариант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3
l	1	1	2	2	2	3	3	3	1	1
h	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2

Вариант	21	22	23	24	25	26	27			
a	3	3	3	3	3	3	3			
l	1	2	2	2	3	3	3			
h	3	1	2	3	1	2	3			

Постройте графики функций $u(x, t)$ для значений времени $t = 0, 1, 2, \dots, 9$.

Задание 2.1. Решите первую краевую задачу для волнового уравнения на отрезке.

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0$$

$$u(x, 0) = f(x)$$

$$u_t(x, 0) = 0$$

Если 1) $f(x) = h \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right),$

$$2) \quad f(x) = h \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + 2h \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right)$$

Значения параметров a, l, h для каждого варианта заданы таблицей задания 1. Постройте профили струны для $t = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1$.

Задание 2.2. Решите первую краевую задачу для уравнения теплопроводности на отрезке.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0$$

$$u(x, 0) = f(x)$$

Если 1) $f(x) = h \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right),$

$$2) \quad f(x) = h \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + 2h \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right)$$

Значения параметров a, l, h для каждого варианта заданы таблицей задания 1. Постройте графики распределения температур для $t = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1$.

Задание 3.1. Решите первую краевую задачу для волнового уравнения на отрезке.

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0$$

$$u(x, 0) = hx(l - x)$$

$$u_t(x, 0) = 0$$

Значения параметров a, l, h для каждого варианта заданы таблицей задания 1.

Задание 3.2. Решите первую краевую задачу для уравнения теплопроводности на отрезке.

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} \frac{4h}{l^2} x^2, & 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \\ \frac{2h}{l} (l - x), & \frac{l}{2} < x \leq l \end{cases}$$

Значения параметров a, l, h для каждого варианта заданы таблицей задания 1.

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 – Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
1 семестр		
1. Функции, пределы, непрерывность		
1.1 Функции и выражения. Свойства функций. Гармонические колебания	1. Определение и способы задания функции. Свойства функций. 2. Элементарные функции и их графики. Сложная функция. 3. Гармонические колебания.	1. Найти область определения функции $y = \frac{5-\sqrt{x-2}}{\sqrt{5-x}}$. 2. Построить график функции $y = 5 \cos 2x$. 3. Изобразить сложную гармонику $y = \sin t + \sin 2t$.
1.2 Предел функции. Свойства пределов функции. Непрерывность функции	4. Предел числовой последовательности. Число e . Натуральные логарифмы. 5. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. 6. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. 7. Основные теоремы о пределах и их применение. 8. Непрерывность функции. Свойства функций, непрерывных на сегменте.	1. Изобразить точками на плоскости последовательность, заданную общим членом: $a_n = \frac{3n+1}{n}$. 2. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$. 3. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2} \right)^{x^4}$. 4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$. 5. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{если } 0 \leq x < 3, \\ 3 - x, & \text{если } 3 \leq x \leq 4, \end{cases}$ в точке $x = 3$.
2. Дифференциальное исчисление		
2.1 Производная функции. Геометрический и физический смысл.	9. Задачи, приводящие к понятию производной: задача о скорости движущейся точки; задача о силе электрического тока. 10. Определение производной. Правила дифференцирования и производные элементарных функций. 11. Производные высших порядков.	1. Найти производную функции, пользуясь определением производной $y = \sqrt{1 + x^2}$. 2. Используя правила и формулы дифференцирования, найти производные функций $y = \ln(x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 3})$. 3. Найти производную второго порядка $y = \sin^2 x$.
2.2 Дифференциал функции. Применение производной и дифференциала для	12. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. 13. Дифференциал сложной функции. Таблица дифференциалов.	1. Найти дифференциал функции $y = \sin^2 x$. 2. Найти дифференциал сложной функции $y = \arctg x^2$.

решения физических задач.	14. Применение дифференциала для приближенных вычислений. 15. Дифференциалы высших порядков.	3. Найти с помощью дифференциала приближенное значение выражения $\sqrt[5]{1,02}$. 4. Найти дифференциал третьего порядка функции $y = x^3 + 3x^2 + 4$.
2.3 Применение дифференциального исчисления для исследования функций	16. Возрастание и убывание функций. Максимумы и минимумы. Асимптоты. 17. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. 18. Исследование функций и построение графиков.	1. Исследовать на экстремум функцию $y = \frac{x}{x^2+4}$. 2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^4 - 8x^2 + 3$ на отрезке $[-2; 2]$. 3. Исследовать функцию и построить график $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$.
2.4 Применение производных для вычисления пределов функций	19. Теорема Коши. Правило Лопиталя. 20. Сравнение быстроты роста функций.	1. Используя правило Лопиталя, найти предел функции $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}$. 2. Сравнить рост показательной функции e^x и степенной функции x^{100} .
3. Интегральное исчисление		
3.1 Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования	21. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. 22. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование; замена переменной (метод подстановки); интегрирование по частям.	1. Вычислить интеграл $\int (2+5x)^9 dx$. 2. Вычислить интеграл $\int x \cos x dx$.
3.2 Интегрирование рациональных, иррациональных, тригонометрических функций	23. Интегрирование дробно-рациональных функций. 24. Интегрирование тригонометрических выражений. 25. Интегрирование простейших иррациональностей.	1. Вычислить интеграл $\int \frac{2x-1}{2x+3} dx$. 2. Вычислить интеграл $\int \sin 2x \cos 2x dx$. 3. Вычислить интеграл $\int \sqrt{3-7x} dx$.
3.3 Определенный интеграл, его свойства. Несобственные интегралы	26. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла: задача о пройденном пути; задача о работе переменной силы. 27. Понятие определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. 28. Геометрические приложения определенного интеграла.	1. Вычислить интеграл $\int_0^{\pi} \sin x dx$ 2. Вычислить интеграл $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx$ 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2, y = 1$. 4. Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+9}$.

	29. Несобственные интегралы первого и второго рода.	
3.4 Применение интегрального исчисления к решению физических задач	30. Статические моменты и центр тяжести дуги плоской кривой. Первая теорема Гульдина. 31. Статические моменты и центр тяжести плоской фигуры. Вторая теорема Гульдина.	1. Цилиндр диаметра 20 см и длины 80 см заполнен паром под давлением 100 Н/см ² . Какую работу надо совершить, чтобы при неизменной температуре уменьшить объем пара в два раза? 2. Найти силу давления воды на вертикальный полукруглый щит радиуса a , диаметр которого находится на поверхности воды.
4. Дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных		
4.1 Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции.	32. Понятие функции нескольких переменных. Функция двух переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных. 33. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. 34. Основные свойства непрерывных функций двух переменных.	1. Найти область определения функций $z = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}$. 2. Доказать, что функция $z = x^2 + y^2$ непрерывна в любой точке плоскости Oxy . 3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$: $z = x \sin y, \quad x = 1 + 3t, \quad y = \sqrt{1+t^2}$.
4.2 Частные производные. Полный дифференциал. Экстремум функции двух переменных	35. Частные производные первого порядка. 36. Полный дифференциал функции. Применение дифференциала функции к приближенным вычислениям. 37. Понятие о производной функции по данному направлению. Градиент. 38. Частные производные высших порядков. 39. Максимум и минимум функции двух переменных. Абсолютный экстремум функции.	1. Найти частные производные первого порядка $z = x^2 y + (2x - 3y)^2$. 2. Дана функция $z = \sqrt{x} \sin \frac{y}{x}$. Доказать, что $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{2}$. 3. Найти частные производные второго порядка $z = \ln(x + e^{xy})$. 4. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ для функции $z = e^x \cos y$. 5. Исследовать на экстремум функцию $u = 2x^2 + 6xy + 5y^2 - x + 4y - 5$
4.3 Двойные интегралы. Криволинейные интегралы	40. Понятие двойного интеграла. Двойной интеграл в прямоугольных декартовых координатах. 41. Геометрические приложения двойного интеграла. Физические приложения двойного интеграла.	1. Вычислить двойной интеграл по указанному прямоугольнику $\iint_G (x^2 + y) dx dy, \quad 1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 1$. 2. Вычислить интеграл $\int_1^2 dx \int_x^{x^2} (2x - y) dy$. 3. Найдите прямоугольный параллелепипед наибольшего объема при данной сумме $12a$ всех его ребер.

	42. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода. Работа потенциальной силы.	
5. Ряды		
5.1 Числовые ряды	43. Ряды: основные понятия. Основные свойства. 44. Положительные ряды. Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости. 45. Знакопередающие ряды. Абсолютная и условная сходимости.	1. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}$. 2. Выяснить сходимость и найти сумму ряда: $1 + q + q^2 + q^3 + \dots, q < 1$. 3. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n - 1}$.
5.2 Функциональные ряды. Степенные ряды	46. Функциональный ряд. Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. 47. Степенной ряд и его область сходимости. Свойства степенных рядов. 48. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Разложение в степенные ряды основных элементарных функций.	1. Исследовать ряд на равномерную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^n nx}{n^2}$. 2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 x^n}{n+1}$. 3. Разложить в ряд по степеням x функцию $\sin x^2$.
5.3 Тригонометрические ряды.	49. Тригонометрическая система функций, её ортогональность. Ряд Фурье. Сходимость ряда Фурье. 50. Разложение функции, заданной в промежутке, в ряд Фурье по косинусам или синусам. Ряд Фурье с произвольным промежутком.	1. Пользуясь соответствующими разложениями, вычислить с точностью до 0,001: $\sin 18^\circ$. 2. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = x $ в промежутке $[-\pi; \pi]$.
2 семестр		
6. Дифференциальные уравнения		
6.1 Дифференциальные уравнения первого порядка. Приложения в естествознании.	1. Физическая задача, приводящая к дифференциальному уравнению. Дифференциальное уравнение первого порядка, его общее и частные решения.	1. Найти общее и частное решение уравнения при заданных начальных условиях $x^2 y' + y^2 = 0, y = 1$ при $x = -1$.

	2. Уравнение с разделяющимися переменными. 3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.	2. Решить дифференциальное уравнение $x^2 y' + y = 0$. 3. Решить дифференциальные уравнения $xy' = x^3 + y$.
6.2 Уравнения высших порядков. Линейные уравнения второго порядка	4. Уравнения высших порядков: основные понятия. Случаи понижения порядка. 5. Линейные уравнения второго порядка. 6. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. 7. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	1. Решить уравнение: $y'' = xe^{-x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. 2. Проверить, будет ли указанная функция общим решением для данного уравнения: $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$ для $y'' - y' - 2y = 0$. 3. Найти решение, удовлетворяющее начальным условиям: $y'' - 10y' + 25y = 0$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ 4. Найти решение уравнения: $y'' - 9y = 2 - x$.
6.3 Дифференциальные уравнения в естествознании. Уравнения и задачи математической физики.	8. Вывод уравнения теплопроводности. 9. Задача о распределении температуры в ограниченном стержне. 10. Гармонический осциллятор. Резонанс.	1. Ускорение прямолинейного движения пропорционально квадрату времени. Найдите зависимость между s и t, если при $t = 0$, $v = 0$, $s = 1$ и при $t = 1$ $s = 2$. 2. Дана струна, закрепленная на концах $x = 0$, $x = 1$. Пусть в начальный момент форма струны имеет вид ломаной. Найдите форму струны для любого момента времени t, если начальные скорости отсутствуют. 3. Проверить, является ли функция $u = x^2 + 2xy - y^2$ гармонической.
7. Методы математического анализа в моделировании физических процессов		
7.1 Математическая модель. Классификация. Погрешность модели. Оценка погрешностей	11. Математическая модель. Основные понятия. Классификация. Принципы, этапы математического моделирования. 12. Элементарная теория погрешностей. Погрешность модели, входных данных, аппроксимации и округления. Оценка погрешностей. Обработка данных эксперимента.	1. Составить схему вычислительного эксперимента. 2. Представить основные источники и классификацию погрешностей.
7.2 Основные уравнения математической физики: волновое уравнение, урав-	13. Задачи, приводящие к волновому уравнению, уравнению теплопроводности, уравнению Лапласа.	Решить задачу Коши для волнового уравнения. $u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0$ $u(x, 0) = f(x),$ $u_t(x, 0) = 0$

нение теплопроводности, уравнение Лапласа	14. Волновое уравнение. 15. Уравнение теплопроводности. 16. Уравнение Лапласа. Постановка основных задач.	если 1) $f(x) = 2h \cdot e^{-\frac{h}{l^2}x^2}$ 2) $f(x) = \begin{cases} \frac{2h}{l}(l- x) & , x \leq l \\ 0, & x > l \end{cases}$ 3) $f(x) = \begin{cases} -\frac{2h}{l^2}(x-l) \cdot (x-3l), & x \in [l, 3l] \\ 0, & x \notin [l, 3l] \end{cases}$
7.3 Обыкновенные дифференциальные уравнения. Краевые задачи	17. Краевые задачи. Вариационно-разностные методы для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка: методы конечных разностей, прямых. 18. Вариационно-разностные методы для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка: методы локальных вариаций и конечных элементов.	Решите первую краевую задачу для волнового уравнения на отрезке. $u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0$ $u(0, t) = u(l, t) = 0$ $u(x, 0) = f(x)$ $u_t(x, 0) = 0$ если 1) 2) $f(x) = h \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + 2h \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right)$
7.4 Методы решения начально-краевых задач	19. Метод Фурье разделения переменных. 20. Метод интегрального преобразования. 21. Метод Даламбера волнового уравнения.	Решите первую краевую задачу для волнового уравнения на отрезке. $u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0$ $u(0, t) = u(l, t) = 0$ $u(x, 0) = hx(l - x)$ $u_t(x, 0) = 0$
7.5 Дифференциальные уравнения в частных производных. Стационарные краевые задачи	22. Колебательное движение. Гиперболические дифференциальные уравнения и их решения с помощью конечного ряда Фурье. 23. Задачи теплопроводности. Параболические дифференциальные уравнения. 24. Задачи о дренаже вод, течении нефти и напряжениях. Эллиптические дифференциальные уравнения.	Решите первую краевую задачу для уравнения теплопроводности на отрезке. $u_t = a^2 u_{xx}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0$ $u(0, t) = u(l, t) = 0$ $u(x, 0) = \begin{cases} \frac{4h}{l^2}x^2, & 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \\ \frac{2h}{l}(l-x), & \frac{l}{2} < x \leq l \end{cases}$

Составитель (и): Долматова Т. А., доцент каф. МФММ

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))