Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Новокузнецкий институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»

(Наименование филиала, где реализуется данная дисциплина)

Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ
Декан _____ А.В. Фомина
«13» февраля 2020 г.

Рабочая программа дисциплины

Б1.О.10.07 Дискретная математика

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«Математика и Информатика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2020

Новокузнецк 2020

Лист внесения изменений

в РПД *Б1.О.10.07 Дискретная математика*

Сведения об утверждении:

утверждена Ученым советом факультета информатики, математики и экономики
(протокол Ученого совета факультета № 8 от 13.02.2020)

для ОПОП 2020 год набора на 2020/2021 учебный год
по направлению подготовки 44.03.05 *Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)*
направленность (профиль) подготовки "Математика и Информатика"
Одобрена на заседании методической комиссии факультета информатики, математики и экономики
протокол методической комиссии факультета № 6 от 06.02.2020
Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры математики, физики и математического моделирования

протокол № 6 от 17.01.2020 г. _*Решетникова Е.В.* / _____
(Ф. И.О. зав. кафедрой) *(Подпись)*

Переутверждение на учебный год:

на 20____ / 20____ учебный год

утверждена Ученым советом факультета_____
(протокол Ученого совета факультета № __ от __.__.201_ г.
Одобрена на заседании методической комиссии факультета _____
протокол методической комиссии факультета № __ от __.__.20__ г.
Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры _____
протокол № __ от ___.___.20____г. _____ / _____
(Ф. И.О. зав. кафедрой) *(Подпись)*

на 20____ / 20____ учебный год

утверждена Ученым советом факультета_____
(протокол Ученого совета факультета № __ от __.__.201_ г.
Одобрена на заседании методической комиссии факультета _____
протокол методической комиссии факультета № __ от __.__.20__ г.
Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры _____
протокол № __ от ___.___.20____г. _____ / _____
(Ф. И.О. зав. кафедрой) *(Подпись)*

на 20____ / 20____ учебный год

утверждена Ученым советом факультета_____
(протокол Ученого совета факультета № __ от __.__.201_ г.
Одобрена на заседании методической комиссии факультета _____
протокол методической комиссии факультета № __ от __.__.20__ г.
Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры _____
протокол № __ от ___.___.20____г. _____ / _____
(Ф. И.О. зав. кафедрой) *(Подпись)*

Оглавление

1 Цель дисциплины 4
1.1 Формируемые компетенции 4
1.2 Индикаторы достижения компетенций 4
1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине 5
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. 6
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины. 7
3.1 Учебно-тематический план 7
3.2. Содержание занятий по видам учебной работы 8
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. 11
5.1 Учебная литература 12
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины 13
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. 13
6 Иные сведения и (или) материалы. 13
6.1. Примерные темы письменных учебных работ 13
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации 17

1 Цель дисциплины

Целью изучения дисциплины является формирование системы фундаментальных знаний о понятиях и методах дискретной математики; приобретение практических умений и навыков, необходимых для решения задач, возникающих в профессиональной деятельности.

В ходе изучения дисциплины будут сформированы компетенции:

ОПК-8 (способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний).

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Общепрофессиональная	Научные основы педагогической деятельности	**ОПК-8.** Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.	ОПК.8.1. Применяет специальные научные знания предметной области в педагогической деятельности по профилю подготовки ОПК.8.2. Владеет методами научного исследования в предметной области	Б1.О.03.01 Общая психология Б1.О.04 Возрастная анатомия и физиология Б1.О.06 Специальная и коррекционная педагогика и психология Б1.О.10.01 Линейная алгебра Б1.О.10.02 Математический анализ Б1.О.10.04 Теория чисел Б1.О.10.05 Алгебра многочленов Б1.О.10.06 Элементарная математика Б1.О.10.07 Дискретная математика Б1.О.10.08 Математическая ло-

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
		гика Б1.О.10.09 Теория вероятностей и математическая статистика Б1.О.11.01 Программное обеспечение Б1.О.11.02 Программирование Б1.О.11.03 Компьютерные сети и интернет-технологии Б1.О.11.04 Теоретические основы информатики Б1.О.11.05 Системы управления базами данных Б1.О.11.06 Компьютерное моделирование Б1.О.11.07 Компьютерная графика Б1.О.11.08 Алгоритмы и структуры данных Б1.О.11.09 Основы робототехники Б2.О.02(У) Учебная практика. Ознакомительная практика Б2.О.04(П) Производственная практика. Педагогическая практика Б2.О.05(П) Производственная практика. Проектно-технологическая практика Б3.01(Г) Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Б3.02(Д) Выполнение и защита выпускной квалификационной работы ФТД.02 Видеомонтаж

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.	ОПК.8.1. Применяет специальные научные знания предметной области в педагогической деятельности по профилю подготовки	Знать: - научное содержание и современное состояние предметной области “Дискретная математика”, лежащее в основе преподаваемого учебного предмета “Математика” - методы проведения научного ис-

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
	ОПК.8.2. Владеет методами научного исследования в предметной области	следования в предметной области “Дискретная математика”; Уметь: - использовать научные знания предметной области “Дискретная математика” в педагогической деятельности по профилю подготовки; - применять научные знания предметной области “Дискретная математика” при разработке образовательных программ, рабочих программ учебных предметов, курсов внеурочной деятельности; Владеть: - методами научного исследования в области дискретной математики; - способами получения информации о современном состоянии научных исследований в предметной области “Дискретная математика”

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	144		
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	44		
Аудиторная работа (всего):	44		
в том числе:			
лекции	22		
практические занятия, семинары	22		
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме	20		
в электронной форме			
Внеаудиторная работа (всего):			
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы /контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую	36		

или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем*)*			
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	64		
4 Промежуточная аттестация обучающегося	8 семестр – экзамен (36 ч.)		

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
Семестр 8									
	1. Теория множеств и отношений								
1	1.1 Множества. Способы задания. Операции над множествами.	8	2	2	4				Контрольная работа № 1
2	1.2 Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями.	10	2	2	6				Контрольная работа № 1
	2. Конечные суммы и рекуррентные соотношения								
3	2.1 Рекуррентные соотношения.	10	2	2	6				Контрольная работа № 2
4	2.2 Исчисление и оценка конечных сумм.	10	2	2	6				Контрольная работа № 2
	3. Комбинаторика								
5	3.1 Основные законы комбинаторики. Основные формулы комбинаторики.	10	2	2	6				Контрольная работа № 3
6	3.2 Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты.	10	2	2	6				Контрольная работа № 3
	4. Теория графов								
7	4.1 Определения графов. Элементы графов.	10	2	2	6				Контрольная работа № 4

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
8	4.2 Виды графов и операции над графами.	10	2	2	6				Контрольная работа № 4
9	4.3 Способы задания графов. Компоненты связности графов.	10	2	2	6				Контрольная работа № 4
10	4.4 Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы.	10	2	2	6				Контрольная работа № 4
11	4.5 Деревья и леса. Раскраска графов.	10	2	2	6				Контрольная работа № 4
	Промежуточная аттестация	36							*экзамен*
	ВСЕГО	144	22	22	64				

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	Семестр 8	
Содержание лекционного курса		
1	***Теория множеств и отношений***	
1.1	Множества. Способы задания. Операции над множествами.	Понятие множества. Основные определения. Способы задания: перечисление элементов, характеристическое свойство. Конечные множества. Основные операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение, разность. Декартово произведение. Декартова степень. Диаграммы Эйлера-Венна.
1.2	Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями.	Бинарные отношения и их свойства. Эквивалентности и разбиения множества, фактор-множество. Отношения порядка.
2	***Конечные суммы и рекуррентные соотношения***	
2.1	Рекуррентные соотношения.	Рекуррентные соотношения. Примеры задач, приводящих к рекуррентным соотношениям. Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициен-

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		тами. Неоднородное линейное рекуррентное соотношение. Способы решения рекуррентных соотношений.
2.2	Исчисление и оценка конечных сумм.	Способы записи конечных сумм. Преобразования сумм. Кратные суммы. Некоторые методы суммирования. Методы нахождения оценок сумм.
3	***Комбинаторика***	
3.1	Основные законы комбинаторики. Основные формулы комбинаторики.	Принцип метода математической индукции. Некоторые разновидности (модификации) метода математической индукции. Правило суммы. Правило произведения. Метод включения и исключения. Размещения, перестановки, сочетания без повторений и с повторениями. Основные определения и вывод формул.
3.2	Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты.	Формула Бинома Ньютона . Биномиальные коэффициенты. Основные тождества с биномиальными коэффициентами. Треугольник Паскаля. Некоторые применения бинома Ньютона. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты. Применение полиномиальной формулы.
4	***Теория графов***	
4.1	Определения графов. Элементы графов.	История теории графов. Прикладные задачи: задача о Кёнигсбергских мостах; задача о трёх домах и трёх колодцах; задача о четырёх красках. Основное определение. Смежность. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы и гиперграфы. Изоморфизм графов. Подграфы. Валентность. Маршруты, цепи, циклы. Связность. Расстояние между вершинами, ярусы и диаметр графа. Эксцентриситет и центр.
4.2	Виды графов и операции над графами	Виды графов: тривиальный, полный, клика. Двудольные графы. Направленные орграфы и сети. Основные операции над графами: удаление вершины, добавление вершины, удаление ребра, добавление ребра, дополнение графа, объединение графов, пересечение графов, соединение графов.
4.3	Способы задания графов. Компоненты связности графов.	Диаграммы. Матрица смежности. Матрица инциденций. Списки смежности. Массив дуг. Объединение графов и компоненты связности. Точки сочленения, мосты и блоки. Вершинная и рёберная связность. Оценка числа рёбер через число вершин и число компонент связности.
4.4	Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы	Обходы графов. Эйлеровы циклы. Эйлеровы графы. Эйлеровость графа. Критерий эйлеровости. Алгоритм построения эйлерова цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы циклы. Гамильтонов граф. Задача Коммивояжёра.
4.5	Деревья и леса. Раскраска графов.	Свободные деревья. Основные свойства деревьев. Центр дерева. Ориентированные деревья. Упорядоченные дере-

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		вья. Бинарные деревья. Выровненные и полные деревья. Хроматическое число. Хроматическое число графа и его дополнения. Точный алгоритм раскрашивания. Приближённый алгоритм последовательного раскрашивания. Теорема о пяти красках.
Содержание практических занятий		
1	***Теория множеств и отношений***	
1.1	Множества. Способы задания. Операции над множествами.	Применение аппарата теории множеств к решению содержательных задач. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна. Решение разноуровневых заданий и задач.
1.2	Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями.	Исследование бинарных отношений на свойства. Решение разноуровневых заданий и задач.
2	***Конечные суммы и рекуррентные соотношения***	
2.1	Рекуррентные соотношения, возвратные последовательности.	Решение задач, приводящих к рекуррентным соотношениям. Решение линейных однородных рекуррентных соотношений с постоянными коэффициентами; неоднородных линейных рекуррентных соотношений соответствующими способами.
2.2	Исчисление о оценка конечных сумм	Способы записи конечных сумм. Преобразования сумм. Кратные суммы. Некоторые методы суммирования. Методы нахождения оценок сумм.
3	***Комбинаторика***	
3.1	Основные законы комбинаторики. Основные формулы комбинаторики.	Доказательства методом математической индукции. Решение практических заданий с применением правила суммы, правила произведения и метода включения и исключения. Решение разноуровневых комбинаторных заданий с применением основных формул соединений комбинаторики: перестановок, размещений, сочетаний.
3.2	Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты.	Решение заданий с применением бинома Ньютона. Вычисление биномиальных коэффициентов по формуле и с использованием арифметического треугольника Паскаля. Решение задач с использованием полиномиальной формулы. Нахождение полиномиальных коэффициентов.
4	***Теория графов***	
4.1	Определения графов. Элементы графов.	Смежность. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы и гиперграфы. Изоморфизм графов. Решение практических заданий. Подграфы. Валентность. Маршруты, цепи, циклы. Связность. Расстояние между вершинами, ярусы и диаметр графа. Эксцентриситет и центр. Нахождение этих компонентов при решении практических за-

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		даний.
4.2	Виды графов и операции над графами	Виды графов: тривиальный, полный, клика. Двудольные графы. Направленные орграфы и сети. Решение практических заданий. Применение основных операций над графами: удаление вершины, добавление вершины, удаление ребра, добавление ребра, дополнение графа, объединение графов, пересечение графов, соединение графов при решении практических заданий.
4.3	Способы задания графов. Компоненты связности графов.	Диаграммы. Матрица смежности. Матрица инциденций. Списки смежности. Массив дуг. Обходы графов. Задание графов различными способами. Объединение графов и компоненты связности. Точки сочленения, мосты и блоки. Вершинная и рёберная связность. Оценка числа рёбер через число вершин и число компонент связности.
4.4	Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы	Эйлеровы циклы. Эйлеровы графы. Эйлеровость графа. Критерий эйлеровости. Алгоритм построения эйлерова цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы циклы. Гамильтонов граф. Задача Коммивояжёра. Решение практических заданий.
4.5	Деревья и леса. Раскраска графов.	Свободные деревья. Основные свойства деревьев. Центр дерева. Ориентированные деревья. Упорядоченные деревья. Бинарные деревья. Выровненные и полные деревья. Хроматическое число. Хроматическое число графа и его дополнения. Точный алгоритм раскрашивания. Приближённый алгоритм последовательного раскрашивания. Теорема о пяти красках. Решение практических заданий.
	Промежуточная аттестация - *экзамен*	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
8 семестр				
Текущая учебная работа в семестре	**60**	Лекционные занятия (конспект) (11 занятий)	**1 балл** - посещение 1 лекционного занятия	5 – 11

(Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)		Практические занятия (отчет о выполнении практической работы) (11 занятий).	**1 балл** - посещение 1 практического занятия **2-3 балла** – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы	14 - 29
		Контрольные работы (4 работы)	**За одну КР:** **от 0 до 2 баллов** (выполнено менее 51% заданий) **3 балла** (выполнено 51-67% заданий) **4 балла** (выполнено 68 - 84% заданий) **5 баллов** (выполнено 85 - 100% заданий)	12 - 20
Итого по текущей работе в семестре (31 балл – пороговое значение)				**31 – 60**
Промежуточная аттестация (экзамен)	**40**	Устный опрос	**20 баллов** (пороговое значение) **40 баллов** (максимальное значение)	20-40
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				**20 – 40**
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации **51 – 100 баллов**				

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 193 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-07065-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://biblio-online.ru/bcode/432994.

Дополнительная учебная литература

1. Асеев Г. Г. Дискретная математика [Текст] : учебное пособие для вузов / Г. Г. Асеев, О. М. Абрамов, Д. Э. Ситников. - Ростов-на-Дону [и др.] : Феникс [и др.], 2003. - 143 с. (35 экз.)
2. Тишин В. В. Дискретная математика в примерах и задачах [Текст] : учебное пособие для вузов / В. В. Тишин. - Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2008. - 337 с. (15 экз.)

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

Дискретная математика	318 Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра (2 шт.), столы, стулья. Оборудование: переносное - ноутбук, экран, проектор. Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Металлургов, д. 19

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - http://www.mathnet.ru/

2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - http://www.window.edu.ru.

3. zbMATH - https://zbmath.org/ математическая база данных, охватывающая материалы с конца 19 века. zbMath содержит около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, а также машиностроению, физике, естественным наукам и др.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

Контрольная работа № 1

Теория множеств и отношений

Вариант (образец)

1. Даны множества $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9,10\}$.

Найти $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$.

2. Найти множество всех подмножеств множества $A = \{1, 2, 3\}$.

3. Для данных множеств $A = [2, 8]$ и $B = (5, 9)$ найти

$A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$. Изобразить все множества.

4. С помощью диаграмм Эйлера-Венна проверить, равны ли множества $A \cup (B \cap C)$ и $(A \cup B) \cap C$.

5. Пусть универсальным множеством является множество точек плоскости. Требуется изобразить множества:

$A = \{(x, y) / x + y \leq 1, x, y \in R\}$ 2 2 , $B = \{(x, y) / x + (y - 1) \leq 1, x, y \in R\}$ 2 2 ,

$A \cup B$, $A \cap B$, $A \cap B$, $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

6. Пусть имеется универсальное множество U . Бинарное отношение ρ задано следующим образом: $\rho = \{(A,B) / A = B, A,B \subseteq U\}$. Какими свойствами обладает данное бинарное отношение? Является ли данное отношение отношением эквивалентности, отношением порядка?

Контрольная работа № 2

Конечные суммы и рекуррентные соотношения

Вариант (образец)

1. Решить рекуррентное уравнение.

1) $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n, a_1 = 13, a_2 = 29$; 2) $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n, a_1 = 10, a_2 = 24$;

2. Найти сумму, используя метод приведения $S_n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k (2k + 3)$.

3. Используя метод суммирующего множителя, решить рекуррентное соотношение $D_n = 3D_{n-1} + 2, D_0 = 0$ $(n \geq 1)$.

4. Найти производящую функцию следующей последовательности $\{3(n - 4) + 5^{n+2}\}$.

5. Найти общий член a_n последовательности, для которой функция $f_a(x)$ является производящей $f_a(x) = \int_0^x e^{-t} dt$.

Контрольная работа № 3

Комбинаторика

Вариант (образец)

1. В отделе научно-исследовательского института работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык, 6 человек знают английский язык, 6 – немецкий, 7 – французский, 4 знают английский и немецкий, 3 – немецкий и французский, 2 – французский и английский, 1 человек знает все три языка. Сколько человек работают в отделе? Сколько из них знают только английский язык? Сколько знают только один язык?

2. Решить уравнение $C_{x+1}^{x-2} + 2C_{x-1}^{3} = 7(x-1)$;

3. Номер автомобильного прицепа состоит из двух букв и четырех цифр. Сколько различных номеров можно составить, используя 30 букв и 10 цифр?

4. Сколько “слов” можно получить, переставляя буквы слова “парабола”?

В классе обучаются 42 ученика. Из них 16 участвуют в секции по легкой атлетике, 24- в футбольной секции, 15 – в шахматной секции, 11 – и в секции по легкой атлетике и в футбольной, 8 – и в легкоатлетической, и в шахматной, 12 – и в футбольной и в шахматной, а 6 – во всех трех секциях. Остальные школьники увлекаются только туризмом. Сколько школьников являются туристами?

5. При каком значении *x* четвертое слагаемое разложения $\left(\sqrt{2^{x-1}} + \sqrt[3]{2^{-x}}\right)^m$ в 20 раз больше *m*, если биномиальный коэффициент четвертого слагаемого относится к биномиальному коэффициенту второго слагаемого как 5:1?

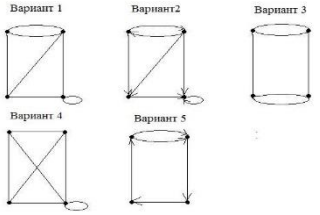
6. Раскрыть скобки в выражении $(x+y+z)^5$.

Контрольная работа № 4

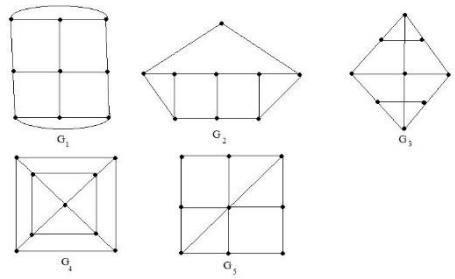
Теория графов

Вариант (образец)

1. Задать граф множествами вершин и ребер, матрицами инцидентности, смежности, списком ребер. Найти степени вершин графа.

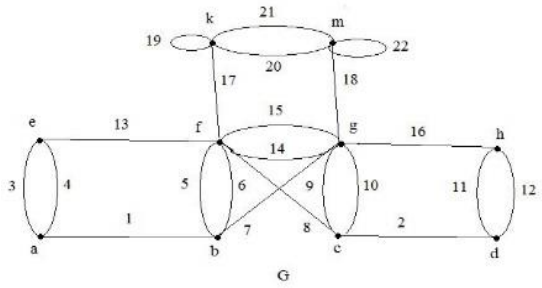


2. Задать граф матрицей смежности

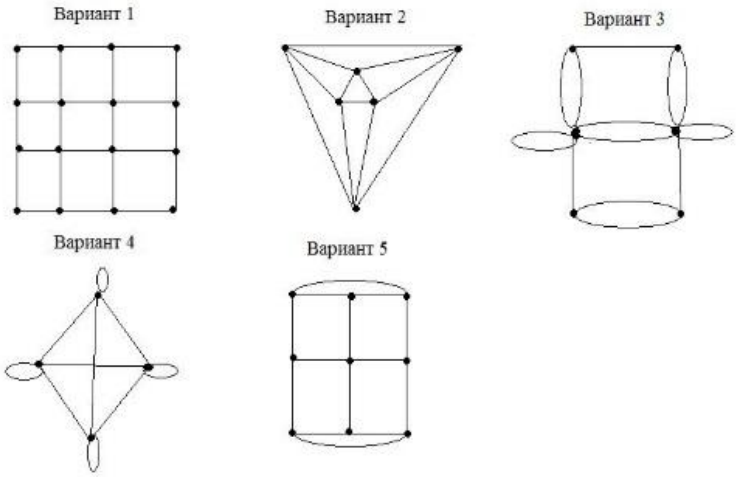


3. Определить, является ли следующая часть H_i графа G подграфом, суграфом, покрывающим суграфом. Найти $\overline{H_i}(i=\overline{1,10})$.

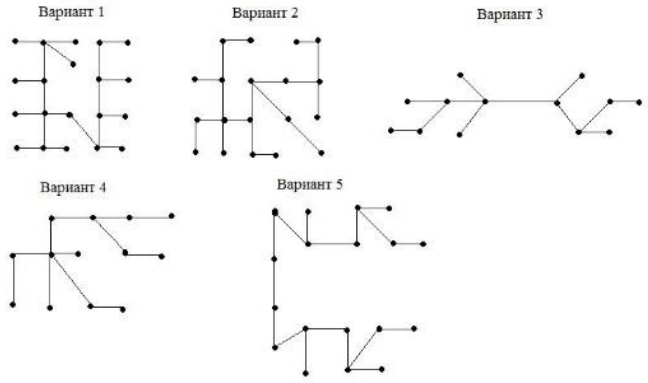
$V(H_1)=\{a,b,e,f\}, E(H_1)=\{1,3,4,6\}$;



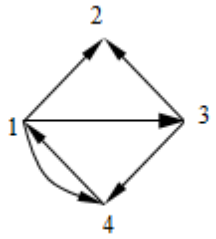
4. Имеет ли граф эйлеров цикл (цепь)? Каковы расстояния между вершинами? Какие вершины являются центрами? Найти радиус графа.



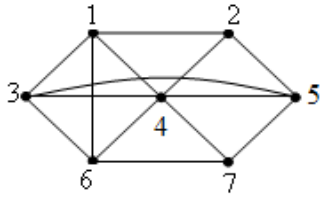
5. Сколько вершин максимального типа имеется в графе? Каково цикломатическое число графа? Каково хроматическое число графа?



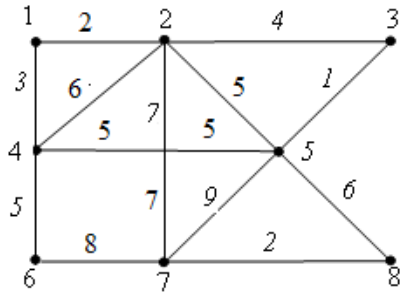
6. С помощью матрицы смежности найти компоненты сильной связности орграфа



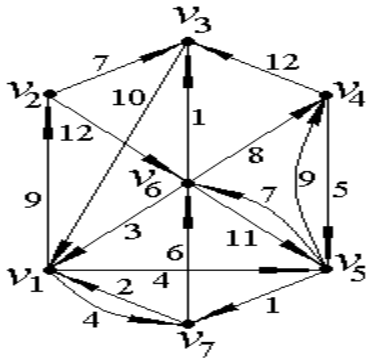
7. Найти эйлерову цепь.



8. Найти минимальное оставное дерево



9. Найти минимальный путь в нагруженном графе по методу Форда-Беллмана из вершины в вершину 1.



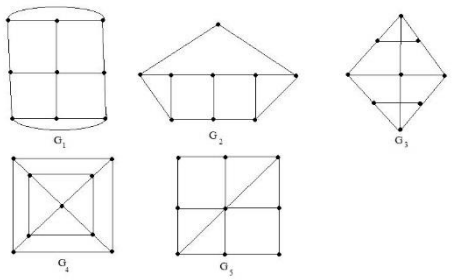
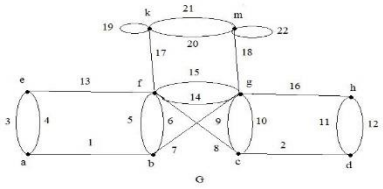
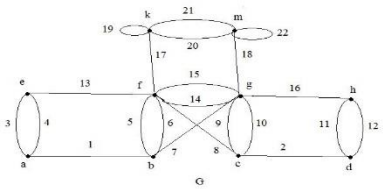
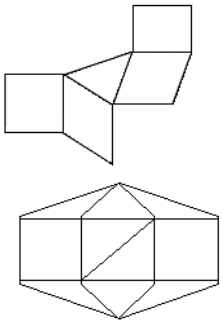
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

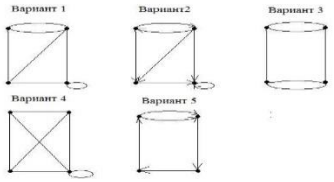
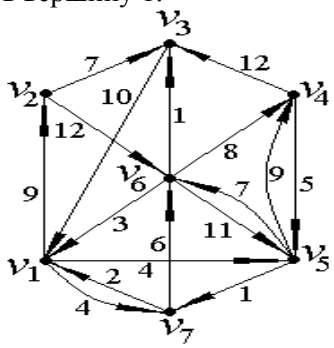
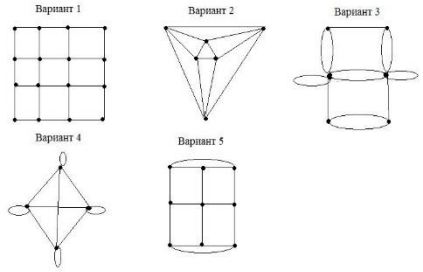
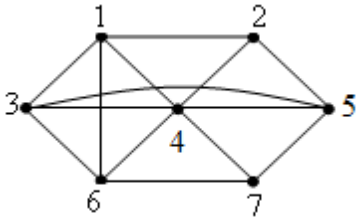
Таблица 8 – Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

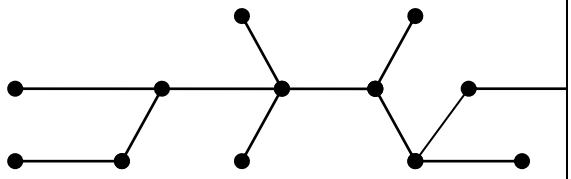
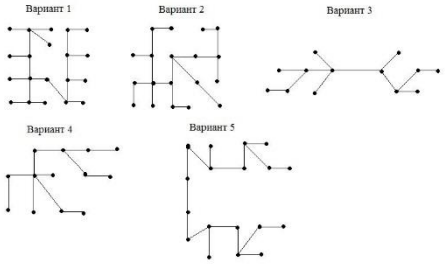
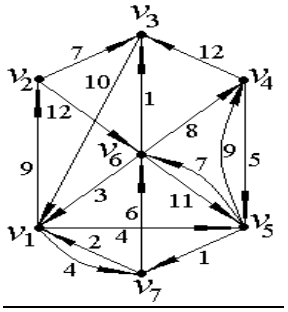
Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задачи
8 семестр		
1. Теория множеств и отношений		
1.1 Множества. Способы	1. Понятие множества. Основные определения.	1. Пусть универсальное множество U – множество всех студентов; A – множество

задания. Операции над множествами.	2. Способы задания: перечисление элементов, характеристическое свойство. Конечные множества. 3. Основные операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение, разность. 4. Декартово произведение. Декартова степень. Диаграммы Эйлера-Венна.	всех студентов старше 20 лет; B – множество студентов обучающихся на 3, 4 и 5 курсах; C – множество студентов юридического факультета. Каков содержательный смысл каждого из следующих множеств: а) $A \cap B \cap C$; б) $A \cup (B \cap C)$; в) $B \setminus C$; г) $C \setminus B$. 2. Задано бинарное отношение $\rho = \left\{ \frac{(a,b)}{a} = b^2, a, b \in N \right\}$ Какими свойствами обладает данное бинарное отношение? Является ли оно отношением эквивалентности, отношением порядка? 3. Даны множества $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9,10\}$. Найти $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$. 4. Среди 100 деталей прошли обработку на первом станке 42 штуки, на втором – 30 штук, а на третьем – 28. причем на первом и втором станках обработано 5 деталей, на первом и третьем – 10 деталей, на втором и третьем – 8 деталей, на всех трех станках обработано 3 детали. Сколько деталей обработано только на первом станке и сколько деталей не обработано ни на одном из станков?
1.2 Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями.	5. Бинарные отношения и их свойства. 6. Эквивалентности и разбиения множества, фактор-множество. Отношения порядка.	1. Пусть имеется универсальное множество U . Бинарное отношение ρ задано следующим образом: $\rho = \{(A,B) / A = B, A,B \subseteq U\}$. Какими свойствами обладает данное бинарное отношение? Является ли данное отношение отношением эквивалентности, отношением порядка? 2. На множестве R бинарное отношение ρ задано следующим образом: $\rho = \{(x, y) / (x - y) \in Q, x, y \in R\}$. Докажите, что ρ – отношение эквивалентности.
2. Конечные суммы и рекуррентные соотношения		
2.1 Рекуррентные соотношения	7. Рекуррентные соотношения. Примеры задач, приводящих к рекуррентным соотношениям. 8. Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. 9. Неоднородное линей-	1. Решить рекуррентное уравнение. $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n, a_1 = 13, a_2 = 29;$ 2. Найти общее решение однородного линейного рекуррентного соотношения $a_{n+k}+p_1 \cdot a_{n+k-1}+\ldots+p_k \cdot a_n=0$ в случае простых корней $\lambda_{1,\ldots,} \lambda_k$ характеристического многочлена $P_a(x)=x^k+p_1 \cdot x^{k-1}+\ldots+p_k$ 3. Найти последовательность $\{a_n\}$, удовлетворяющую рекуррентному соотношению

	ное рекуррентное соотношение. Способы решения рекуррентных соотношений.	a_{n+2}-5a_{n+1}+6a_n=5^n.
2.2 Исчисление и оценка конечных сумм	10. Способы записи конечных сумм. Преобразования сумм. Кратные суммы. 11. Некоторые методы суммирования. Методы нахождения оценок сумм.	1. Найти кратную сумму $\sum_{k=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-k}(k-j)$. 2. Найти общий член последовательности a_n для которой функция $f_a(x)$ является производящей $f_a(x) = arctgx$.
3. Комбинаторика		
3.1 Основные законы комбинаторики. Основные формулы комбинаторики.	12. Принцип метода математической индукции. Некоторые разновидности (модификации) метода математической индукции. 13. Правило суммы. Правило произведения. Метод включения и исключения. 14. Размещения, перестановки, сочетания без повторений. 15. Размещения, перестановки, сочетания с повторениями.	1. В отделе научно-исследовательского института работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык, 6 человек знают английский язык, 6 – немецкий, 7 – французский, 4 знают английский и немецкий, 3 – немецкий и французский, 2 – французский и английский, 1 человек знает все три языка. Сколько человек работают в отделе? Сколько из них знают только английский язык? Сколько знают только один язык? 2. Сколько чисел среди первой тысячи натуральных чисел не делятся ни на 2, ни на 3, ни на 5, ни на 7? 3. Решить уравнение. $A_{x+1}^{x-1} + 2P_{x-1} = \frac{30}{7}P_x;$ 4. Номер автомобильного прицепа состоит из двух букв и четырех цифр. Сколько различных номеров можно составить, используя 30 букв и 10 цифр?
3.2 Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты.	16. Формула Бинома Ньютона . Биномиальные коэффициенты. 17. Треугольник Паскаля. Применения бинома Ньютона. 18. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты. 19. Применение полиномиальной формулы.	1. В биномиальном разложении $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}$ найти член разложения, не содержащий x. 2. Доказать, что выражение $2^{n+2}\cdot 3^n + 5n - 4$ делится на 25. 3. Раскрыть скобки в выражении $(x+y+z)^5$ 4. Найти коэффициент при x^5 в разложении $\left(2 + x^2 - x^3\right)^9$.
4. Теория графов		
4.1 Определения графов. Элементы графов.	20. Определение графа. Смежность. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы и гиперграфы. 21. Изоморфизм графов.	1. Изоморфны ли графы?;

	22. Подграфы. Валентность. Маршруты, цепи, циклы. 23. Связность. Расстояние между вершинами, ярусы и диаметр графа. Эксцентриситет и центр.	 2. Для графа G на рис.1 определить степень вершины 4.  3. Определить, является ли следующая часть H_i графа G подграфом, суграфом, покрывающим суграфом. 4. Найти $\overline{H_i}(i=\overline{1,10})$. $V(H_1)=\{a,b,e,f\}, E(H_1)=\{1,3,4,6\};$ 
4.2 Виды графов и операции над графами	24. Виды графов: тривиальный, полный, клика. 25. Двудольные графы. Направленные орграфы и сети. 26. Операции над графами: удаление вершины, добавление вершины, удаление ребра, добавление ребра, дополнение графа. 27. Операции над графами: объединение графов, пересечение графов, соединение графов.	1. Даны графы G и H  а) составьте для G и H степенные последовательности; б) определите, являются ли данные графы полными, пустыми; в) определите число связности графов число реберной связности; г) укажите в графах все разделительные вершины, мосты;

		д) найдите радиус, диаметр и центр данного графа; е) распознайте, являются ли данные графы двудольными.
4.3 Способы задания графов. Компоненты связности графов.	28. Диаграммы. Матрица смежности. Матрица инциденций. Списки смежности. Массив дуг. 29. Объединение графов и компоненты связности. Точки сочленения, мосты и блоки. Вершинная и рёберная связность. 30. Оценка числа рёбер через число вершин и число компонент связности.	1. Задать граф множествами вершин и ребер, матрицами инцидентности, смежности, списком ребер. Найти степени вершин графа.  2. Найти минимальный путь в нагруженном графе по методу Форда-Беллмана из вершины в вершину 1. 
4.4 Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы.	31. Обходы графов. 32. Эйлеровы циклы. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Алгоритм построения эйлерова цикла в эйлеровом графе. 33. Гамильтоновы циклы. Гамильтонов граф. Задача Коммивояжёра.	1. Имеет ли граф эйлеров цикл (цепь)? Каковы расстояния между вершинами? Какие вершины являются центрами? Найти радиус графа.  2. Найти эйлерову цепь. 
4.5 Деревья и леса. Раскраска графов.	34. Свободные деревья. Основные свойства деревьев. Центр дерева. Ориентированные деревья. 35. Упорядоченные дере-	1. На рисунке дан граф G типа дерева. В этом графе вершина максимального типа есть вершина типа: 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

	вья. Бинарные деревья. Выровненные и полные деревья. 36. Хроматическое число графа и его дополнения. 37. Точный алгоритм раскрашивания. 38. Приближённый алгоритм последовательного раскрашивания. Теорема о пяти красках.	 2. Сколько вершин максимального типа имеется в графе? Каково цикломатическое число графа? Каково хроматическое число графа?  3. Применить алгоритм последовательной раскраски для графа 

Составитель (и): Долматова Т. А., доцент каф. МФММ

(*фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей)*)