

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Новокузнецкий институт (филиал)

Факультет информатики, математики и экономики



А.В. Фомина

«13» февраля 2020 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.О.27 Теория R-функций**

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки
**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ**

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2019

Новокузнецк 2020

Лист внесения изменений
в РПД Б1.О.27 Теория R-функций

Сведения об утверждении:

на 2020 - 2021 учебный год

утверждена Ученым советом факультета информатики, математики и экономики
(протокол Ученого совета факультета № 8 от 13.02.2020)

Одобрена на заседании методической комиссии факультета *информатики, математики*
и экономики

протокол методической комиссии факультета № 6 от 06.02.2020)

Одобрена на заседании кафедры *математики, физики и математического*
моделирования

протокол № 6 от 17.01.2020 г. / Е.В. Решетникова
(Ф. И.О. зав. кафедрой)



Оглавление

1 Цель дисциплины	4
1.1 Формируемые компетенции	4
1.2 Индикаторы достижения компетенций.....	4
1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине	4
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.	5
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.....	5
3.1 Учебно-тематический план	5
3.2. Содержание занятий по видам учебной работы.....	6
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.....	8
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.	9
5.1 Учебная литература	9
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.....	10
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	10
6 Иные сведения и (или) материалы.....	11
6.1. Темы письменных учебных работ	11
6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации	11

1 Цель дисциплины.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП): ОПК-3.

Содержание компетенций как планируемых результатов обучения по дисциплине см. таблицы 1 и 2.

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции (универсальная, общепрофессиональная, профессиональная)	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
общепрофессиональная	Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	3.1 Применяет типовые математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности 3.2 Адаптирует математические модели к конкретным профессиональным задачам 3.3 Производит модификации математических моделей	Б1.О.15 Основы математического моделирования Б1.О.21 Математические модели прикладной механики Б1.О.23 Прикладные задачи математической статистики Б1.О.24 Случайные процессы и имитационное моделирование Б1.О.27 Теория R-функций Б2.О.02(У) Учебная практика. Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы) Б2.О.04(П) Производственная практика. Научно-исследовательская работа

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в	3.1 Применяет типовые математические модели для решения задач в области профессиональной	Знать: – типовые математические модели для решения профессиональных задач, использующие R-функции. Уметь:

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
области профессиональной деятельности	деятельности 3.2 Адаптирует математические модели к конкретным профессиональным задачам 3.3 Производит модификации математических моделей	– исследовать, разрабатывать и модифицировать математические модели и алгоритмы с использованием R-функций. Владеть: – навыками построения математических моделей, использующих R-функции для решения профессиональных задач

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий.

Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения
	ОФО
1 Общая трудоёмкость дисциплины	180
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	54
Аудиторная работа (всего):	54
в том числе:	
лекции	24
лабораторные занятия	30
в интерактивной форме	
в электронной форме	
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	90
4 Промежуточная аттестация обучающегося – экзамен (8 семестр)	36

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы дисциплины	Общая трудоём- кость (<i>всего час.</i>)	Трудоёмкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточно й аттестации успеваемости
			Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	лаб.		
1-4	Системы R-функций. Свойства систем.	39	8	8	23	
5-9	Применение R-функций для решения конструкторских задач	71	10	16	45	
10-12	Применение R-функций для решения краевых задач.	34	6	6	22	
	Промежуточная аттестация экзамен	36				экзамен
	Всего:	180	24	30	90	36

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1	Системы R-функций. Свойства систем	Основные системы R-функций. Алгебро-логические свойства основных систем R-функций. Дифференциальные свойства основных систем R-функций.
<i>Содержание лекционного курса</i>		
1.1.	Основные системы R-функций	Понятие R-функции и R-отображения. Булевы предикаты двумерных областей. Сопровождающая функция. Примеры R-отображений и сопровождающих функций. Основная система R-функций. Алгоритмическая полнота системы R-функций. Примеры основных систем.
1.2	Алгебро-логические свойства основных систем R-функций. Дифференциальные свойства основных систем R-функций. Дифференциальные свойства основных систем R-функций.	Алгебро-логические свойства системы R_a . Алгебро-логические свойства системы R_1 . Теорема о производной R-конъюнкции. Теорема о производной R-дизъюнкции. Теорема о производной R-эквивалентности. Теорема о производной R-отрицания. Теорема о производной R-функции с единственным вхождением аргумента. Лемма о второй производной R-конъюнкции. Теорема о второй производной R-дизъюнкции.
<i>Темы лабораторных занятий</i>		
1.1	Построение R-предикатов простейших чертежей. Построение линий уровня R-предикатов.	Построение булевых и R-предикатов чертежей в основной системе R-функций. Построение графиков R-предикатов и их линий уровня в среде пакета Mathcad
1.2.	Преобразование R-функций средствами компьютерной аналитики	Построение булевых предикатов чертежей. Построение R-отображений в разных системах R-функций. Построение графиков R-предикатов и их линий уровня в среде пакета Mathcad.
1.3.	Построение непрерывно дифференцируемых R-предикатов. Построение R-предикатов с использованием частичных булевых функций	Построение производных к границам чертежей с использованием дифференциальных свойств основных систем R-функций. Построение R-предикатов с использованием частичных булевых функций
2	Применение R-функций для решения конструкторских задач	Классификация чертежей. Частичные булевы функции. Выпуклые области и их семейства. Выпуклые функции и их свойства. Область Дирихле. Чертеж раздела. Нормальная функция чертежа. Свойства нормальной функции. Нормальные уравнения чертежей. Векторная нормальная функция. Верхняя нормальная функция. Нормализованные уравнения чертежа. Нормализованные уравнения чертежа. Автоматическое построение чертежей. Учет симметрии чертежей при построении уравнений. Применение R-функций для решения различных конструкторских задач.
<i>Содержание лекционного курса</i>		
2.1	Классификация чертежей. Частичные булевы функции. Выпуклые области и их семейства. Выпуклые функции и их свойства. Область Дирихле. Чертеж раздела.	Алгебраические чертежи. Теорема Уитни. Полуалгебраические чертежи. Н-реализуемые и полу Н-реализуемые чертежи. Построение предикатного уравнения замкнутой области. Использование частичности булевых функций для упрощения уравнений чертежа. Выпуклая функция. Свойства выпуклых функций. Выпуклая область. Теорема о выпуклой области. Теорема о выпуклости R-

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание
	Нормальная функция чертежа. Свойства нормальной функции.	конъюнкции. Область Дирихле. Теорема о выпуклости области Дирихле. Чертеж раздела. Нормальная функция чертежа. Нормальное уравнение прямой. Нормальное уравнение окружности. Свойства нормальной функции чертежа. Применение нормальной функции чертежа при решении прикладных задач.
2.2.	Нормальные уравнения чертежей. Векторная нормальная функция. Верхняя нормальная функция. Нормализованные уравнения чертежа.	Нормальное уравнение эллипса. Нормальное уравнение отрезка. Нормальное уравнение дуги окружности. Векторная нормальная функция. Теорема о векторной нормальной функции. Верхнее расстояние. Чертеж верхнего раздела. Верхняя нормальная функция. Свойства верхней нормальной функции. Нормаль к чертежу. Нормализованная функция. Теорема о существовании нормализованной функции для области с кусочно-гладкой границей. Теорема о нормализованности до первого порядка. Нормализованные до первого порядка уравнения чертежей. Нормализованные до первого порядка уравнения составных чертежей. Теорема о нормализованности до первого порядка уравнений элементов границ.
2.3.	Автоматическое построение чертежей	Алгоритм построения уравнений многоугольников. Особые случаи построения уравнений многоугольников. Уравнение чертежа, состоящего из дуг окружностей.
2.4.	Учет симметрии чертежей при построении уравнений.	Симметрия чертежей. Симметричные уравнения чертежей. Точечные виды симметрии: симметрия относительно точки в центре чертежа, симметрия инверсии, симметрия относительно плоскости, симметрия относительно оси и построение уравнений симметричных чертежей. Симметрия трансляционного типа и построение уравнения чертежей, обладающих этим видом симметрии.
2.5.	Применение R-функций для решения различных конструкторских задач.	Построение уравнений поверхностей тел вращения. Построение уравнений призм. Построение уравнений конических поверхностей. Построение уравнения спирали. Задачи математического программирования. Оптимальное размещение геометрических объектов. Задача оптимального раскрытия.
<i>Темы лабораторных занятий</i>		
2.1.	Нормальные уравнения чертежей	Построение нормальных уравнений чертежей. Определение расстояния от точки до чертежа с помощью нормальных функций. Оптимальное размещение объектов чертежа.
2.2	Нормализованные уравнения чертежей	Нормализация уравнений чертежей с использованием теоремы о нормализации уравнений до первого порядка.
2.3	Контрольная работа	Определение R-предикатов. Дифференциальные свойства R- функций. Различные области чертежа.
2.4.	Использование точечной симметрии чертежей при построении их уравнений.	Построение уравнений чертежей, обладающих точечными видами симметрии
2.5	Использование симметрии трансляционного типа чертежей при построении их уравнений.	Построение уравнений чертежей, обладающих трансляционными видами симметрии
3.	Применение R-функций для решения краевых задач.	Структурный метод решения краевых задач. Структурный метод решения первой краевой задачи. Продолжение дифференциальных операторов внутрь области.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание
<i>Содержание лекционного курса</i>		
3.1	Структурный метод решения краевых задач.	Краевая задача. Структура решения краевой задачи. Общая структура. Частичная структура. Общее решение. Продолжение граничных значений внутрь области. Методы построения склеивающих функций. Случай разрывных нагружающих функций. Интерполяция и оператор склеивания.
3.2.	Структурный метод решения первой краевой задачи.	Постановка задачи. Условия построения общей структуры. Однородная задача Дирихле и общая структура ее решения. Методы нахождения неопределенных компонент: метод штрафов, проекционный метод, метод коллокаций, метод Ритца.
3.3.	Продолжение дифференциальных операторов внутрь области	Построение пучка функций, удовлетворяющих дифференциальным граничным условиям. Построение пучка функций, имеющих заданную нормальную производную на границе. Задача Неймана. Структурный метод решения задачи Неймана. Структурный метод решения краевой задачи с граничными условиями третьего рода. Продолжение внутрь области дифференциального оператора по длине граничной дуги. Построение пучка функций, имеющих заданную производную по граничной дуге. Структурный метод решения смешанной краевой задачи. Структурный метод решения краевой задачи на неоднородной области.
<i>Темы лабораторных занятий</i>		
3.1.	Продолжение внутрь области граничных значений	Построение пучка функций, удовлетворяющих заданным граничным условиям.
3.2	Решение различных краевых задач	Решение вариационно-структурным методом краевой задачи фильтрации воды в неоднородном массиве в окрестности выработки. Решение краевой задачи Неймана.

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы
Семестр 8				
Текущая учебная работа в семестре (Выполнение заданий)	60	Индивидуальные лабораторные задания (отчет о выполнении) (11 работ)	За одно индивидуальное задание до: 3 баллов (выполнено 51 - 65% заданий) 4 балла (выполнено 66 - 85% заданий) 5 баллов (выполнено 86 - 100% заданий)	33 - 55

		Контрольная работа (1 работа)	За контрольную работу до: 3 балла (выполнено 51 - 65% заданий) 4 балла (выполнено 66 - 85% заданий) 5 баллов (выполнено 86 - 100% заданий)	3-5
Итого по текущей работе в семестре				33 - 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Теоретический вопрос 1	5 балла (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
		Теоретический вопрос 2	5 балла (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
		Решение задачи 1.	5 балла (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
		Решение задачи 2.	5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				20 – 40 б.
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации				53 – 100 б.

В промежуточной аттестации оценка выставляется в ведомость в 100-балльной шкале и в буквенном эквиваленте (таблица 8)

Таблица 8 – Соотнесение 100-балльной шкалы и буквенного эквивалента оценки

Сумма набранных баллов	Уровни освоения дисциплины и компетенций	Экзамен		Зачет
		Оценка	Буквенный эквивалент	Буквенный эквивалент
86 - 100	Продвинутый	5	отлично	Зачтено
66 - 85	Повышенный	4	хорошо	
51 - 65	Пороговый	3	удовлетворительно	
0 - 50	Первый	2	неудовлетворительно	Не зачтено

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

Каледин, В. О. Теория R-функций [Электронный ресурс]: учебное пособие для высших учебных заведений по направлению Прикладная математика и информатика : рек. УМО вузов РФ / В. О. Каледин, Е. В. Решетникова, В. Б. Гридчина ; Кемеровский гос. ун-т, Новокузнецкий ин-т (фил.). - 2-е изд., перераб. и доп. - Электронные текстовые данные. - Новокузнецк: НФИ КемГУ, 2017. - 119 с. - Библиогр.: с. 119. - Режим доступа: <https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/6060/read.php>.

Дополнительная учебная литература

1. Каледин, В. О. Теория R-функций [Текст]: учебное пособие / В.О. Каледин, Е.В. Решетникова. - Новокузнецк: РИО НФИ КемГУ, 2008. - 117 с. - Гриф Сибирского регионального УМЦ "Рекомендовано".

2. Теория R-функций [Электронный ресурс]: Метод. пособия для студентов специальности 010200 «Прикладная математика и информатика» (15,4 Мб) / В.О. Каледин, Е.В. Решетникова. – М.: ФГУП НТЦ «Информрегистр», № гос.регистрации 0320601774, 2006. – 1 электрон. опт. диск (CD-R) / - Систем. требования: Pentium 500 Mhz; 128 Mb; Windows 95/98/Me/NT/2000/XP; 10 Гб свободного места на жестком диске; видеосистема 16 Мб; акустическая система sound; Microsoft Office.

3. Кравченко, В.Ф. Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях [Электронный ресурс]: Монография / В.Ф. Кравченко, В.Л. Рвачев. – Электрон. текстовые дан. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 416 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=544654>

4. Кравченко, В.Ф. Цифровая обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях [Электронный ресурс]: монография / В.Ф. Кравченко, А.А. Зеленский, О.В. Горячкин и др. - Москва: Физматлит, 2007. - 544 с. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82181>

5. Интерактивные системы Scilab, Matlab, Mathcad [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.Е. Плещинская, А.Н. Титов, Е.Р. Бадертдинова, С.И. Дуев - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 195 с. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428781>.

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

713 Учебная аудитория для проведения занятий: - лекционного типа. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: переносное - ноутбук, экран, проектор. Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallurgov, д. 19
508 Компьютерный класс. Учебная аудитория (мультимедийная) для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий лабораторного типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - самостоятельной работы; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: стационарное - компьютер преподавателя, проектор, экран. Оборудование: стационарное – компьютеры для обучающихся (18 шт.). Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО), MathCad (Лицензия №9A1487712),. Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.	654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallurgov, д. 19

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>

2. Экспонента центр инженерных технологий и моделирования - <http://www.exponenta.ru>

3. Science Direct содержит более 1500 журналов издательства Elsevier, среди них издания по математике и информатике. <https://www.sciencedirect.com>

4. Информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам» - <http://window.edu.ru/catalog/>

5. Базы данных и аналитические публикации на портале «Университетская информационная система Россия» - <https://uisrussia.msu.ru/>

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Темы письменных учебных работ

Таблица 8 - Темы письменных учебных работ

Раздел	Темы	Контрольные точки
Системы R-функций. Свойства систем	R-отображения. Построение R-предикатов чертежей.	Контрольная работа
	Построение R-предикатов простейших чертежей. Построение линий уровня R-предикатов.	Отчет по индивидуальному заданию
	Преобразование R-функций средствами компьютерной аналитики	Отчет по индивидуальному заданию
	Построение непрерывно дифференцируемых R-предикатов.	Отчет по индивидуальному заданию
Применение R-функций для решения конструкторских задач	Построение R-предикатов с использованием частичных булевых функций Нормальные уравнения чертежей	Отчет по индивидуальному заданию
		Отчет по индивидуальному заданию
	Нормальные уравнения чертежей	Отчет по индивидуальному заданию
	Нормализованные уравнения чертежей	Отчет по индивидуальному заданию
	Использование точечной симметрии чертежей при построении их уравнений.	Отчет по индивидуальному заданию
	Использование симметрии трансляционного типа чертежей при построении их уравнений.	Отчет по индивидуальному заданию
Применение R-функций для решения краевых задач	Продолжение внутрь области граничных значений	Отчет по индивидуальному заданию
	Решение краевых задач	Отчет по индивидуальному заданию

6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Раздел 1. Системы R-функций. Свойства систем

Тема 1.1 Основные системы R-функций

Примерные теоретические вопросы

1. Прямая и обратная задачи аналитической геометрии.
2. Конструктивное направление геометрии.

3. Булевы предикаты замкнутых областей. R-отображение.
4. Сопровождающая булева функция.
5. Основные системы R-функций.

Примерные практические задания

1. Пользуясь свойствами операций над множествами, доказать тождество $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \equiv A$.
2. Доказать тождество $(A \cup C) \cap B \equiv (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$, используя диаграммы Эйлера:
3. Выпуклые области $A, B, C \subset R^2$ разбивают плоскость на восемь частей. Может ли добавление выпуклой области D привести к разбиению R^2 на 16 подобластей? Какое максимальное число подобластей могут образовать n выпуклых областей в R^2 ?
4. Построить таблицу булевой функции $f(x, y) \equiv (\bar{x} \rightarrow y) \sim (x \wedge y)$;
5. Доказать, построив таблицы булевых функций $f_1(x, y, z) \equiv (x \rightarrow y) \wedge \bar{z}$, $f_2(x, y, z) \equiv [(\bar{x} \wedge 1) \vee (x \wedge y)] \wedge \bar{z}$, что $f_1(x, y, z) \equiv f_2(x, y, z)$.
6. Показать, что следующие булева функция $f(x, y) \equiv (x \wedge \bar{y}) \rightarrow x$ является тавтологией.
7. Булева функция $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ равна единице на трех наборах аргументов: $(0, 0, 0, 1)$, $(1, 0, 0, 0)$ и $(1, 1, 1, 1)$. Написать для нее ДНФ.
8. Показать, что при $n \geq 2$ функция $\bar{x}_1 \vee \dots \vee \bar{x}_n$ образует полную систему.
9. Является ли полной система $\{x \rightarrow y, x \sim y\}$?
10. Найти минимальную ДНФ булевой функции $f(x, y, z) \equiv (\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z)$.
11. Выяснить, является ли R-функцией $f(x, y) = x - y + |x + y|$, если да, то выяснить вид сопровождающей булевой функции.
12. Определить булев предикат треугольника.
13. Построить R-функцию, для которых функция $f(x, y) \equiv (x \rightarrow \bar{y}) \sim x$ является сопровождающей
14. Дана невыпуклая четырехугольная область. Записать уравнение границы в форме, не содержащей R-дизъюнкции.
15. Область Ω содержит вырез Ω_e . Записать уравнение границы, используя R-эквивалентность.

Тема 1.2. Алгебро-логические свойства основных систем R-функций.

Дифференциальные свойства основных систем R-функций. Дифференциальные свойства основных систем R-функций.

Примерные теоретические вопросы

1. Алгебро-логические свойства основных систем R-функций.
2. Теорема о производной R-конъюнкции. Теорема о производной R-дизъюнкции. Теорема о производной R-эквивалентности. Теорема о производной R-отрицания. Теорема о производной R-функции с единственным вхождением аргумента.
3. Лемма о второй производной.
4. Теорема о второй производной R-конъюнкции. Теорема о второй производной R-дизъюнкции.

Примерные практические задания

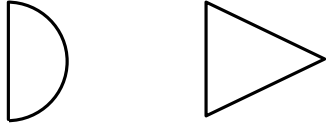
1. Показать, что операция $(x_1 \wedge_1 x_2) \wedge_1 a$, где a и b – постоянные, ассоциативна.

При каких a и b она является R -операцией из основной системы R -функций?

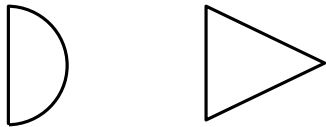
2. Пусть везде в R^2 $\phi(x, y) + \psi(x, y) \equiv (x + y)a(x, y)$, $\phi(x, y)\psi(x, y) \equiv xyb(x, y)$. Какими должны быть функции $a(x, y)$ и $b(x, y)$, чтобы $\phi \in \mathfrak{R}(x \wedge y)$, $\psi \in \mathfrak{R}(x \vee y)$?

3. Проверить выполнимость теорем о производной от R -конъюнкции, о производной от R -дизъюнкции и о второй производной от R -конъюнкции для функций из основных систем R -функций.

4. Найти производные R -предикатов чертежа по направлениям: нормали, касательной, по произвольному направлению.



5. Найти вторые производные R -предикатов чертежа по направлениям: нормали, касательной, по произвольному направлению. Проверить их выпуклость.



Раздел 2. Применение R -функций для решения конструкторских задач

Тема 2.1. Классификация чертежей. Частичные булевы функции. Выпуклые области и их семейства. Выпуклые функции и их свойства. Область Дирихле. Чертеж раздела. Нормальная функция чертежа. Свойства нормальной функции.

Примерные теоретические вопросы

1. Классификация чертежей: теорема Уитни, N -реализуемые и полу N -реализуемые чертежи. Алгебраические и полуалгебраические чертежи. Алгоритмически полные системы (примеры). Построение уравнения чертежа. Уравнение чертежа, выделенного областью.

2. Частичные булевы функции. Использование частичности для построения уравнений.

3. Выпуклая функция. Свойства выпуклых функций. Выпуклая область. Теорема о выпуклости области, определяемой выпуклой функцией. Теорема о выпуклости линий уровня.

4. Точка противостояния. Точки Дирихле. Область Дирихле. Размерность области Дирихле в зависимости от вида точки чертежа. Теорема выпуклости области Дирихле. Чертеж раздела.

5. Нормальная функция чертежа. Нормальное уравнение прямой. Нормальное уравнение окружности. Задачи, решаемые с использованием нормальной функции.

6. Свойства нормальной функции чертежа: определенность, непрерывность и неотрицательность; нормальная функция соединения чертежей; дифференцируемость.

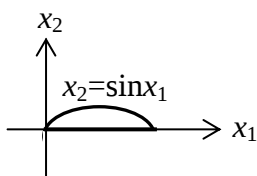
7. Нормальная функция чертежа, полученного суперпозицией преобразований. Нормальная функция чертежа, полученного преобразованием подобия.

Примерные практические задания

1. Доказать что произвольный многоугольник не может быть аналитическим чертежом.

2. Доказать что R -предикат выпуклого многоугольника есть невогнутая функция.

3. Построить непрерывно дифференцируемое уравнение границы области, ограниченной полувошной синусоиды и осью абсцисс. Проверить выпуклость R -предиката.



4. Написать нормальное уравнение кругового цилиндра в R^3 с осью Ox_3 .

5. Написать нормальное уравнение объединения m плоскостей в R^3 .

6. Показать, что уравнение $\frac{1}{\pi} \arcsin \sin \pi x_1 \wedge \frac{1}{\pi} \arcsin \sin \pi x_2 = 0$ есть нормальное уравнение бесконечной решетки на плоскости $x_1 O x_2$ с узлами в точках с целочисленными координатами.

7. Написать нормальное уравнение бесконечной решетки с треугольными ячейками.

Тема 2.2. Нормальные уравнения чертежей. Векторная нормальная функция.

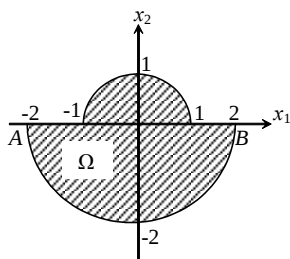
Верхняя нормальная функция. Нормализованные уравнения чертежа.

Примерные теоретические вопросы

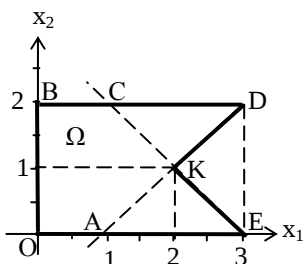
1. Нормальное уравнение эллипса. Нормальное уравнение отрезка прямой.
2. Нормальное уравнение дуги окружности. Нормальное уравнение отрезка, как предельное уравнение дуги.
3. Векторная нормальная функция. Верхнее расстояние, точки верхнего раздела, чертеж верхнего раздела. Верхняя нормальная функция. Свойства верхней нормальной функции: дифференцируемость, вогнутость, наличие точки минимума. Верхняя нормальная функция объединения чертежей, верхняя нормальная функция отрезка. Геометрический центр чертежа. Радиус охвата чертежа.
4. Нормаль к чертежу. Регулярные точки. Нормализованная функция до порядка m . Нормализованная функция в обобщенном смысле. Теорема существования нормализованной функции для области с кусочно-гладкой границей.
5. Теорема о нормализованности до первого порядка. Нормализованные до первого порядка уравнения сложных областей, составленных из опорных.
6. Теорема о нормализованности до первого порядка уравнений элементов границ. Решение проблемы нормализованности при наличии стыков элементов чертежа.

Примерные практические задания

1. Нормализовать уравнение заданной области



2. Нормализовать уравнение заданной области



3. Доказать,

что

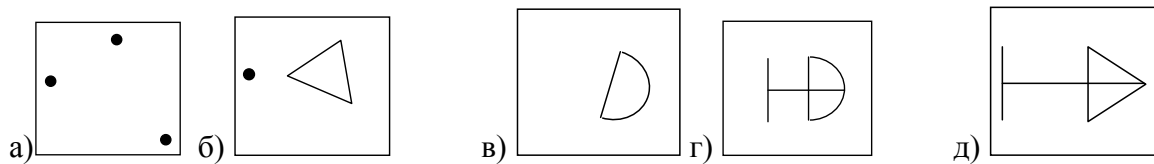
уравнение

$\left\{ 2(x_1^2 + x_2^2 + 1) - [(x_1 - 1)^4 + (x_1 + 1)^4 + 2((x_1 - 1)^2 + (x_1 + 1)^2)x_2^2 + 2x_2^4]^{1/2} \right\}^{1/2} = 0$ полностью нормализованное уравнение чертежа L, представляющего собой соединение точек (1, 0) и (-1, 0).

4. Чертеж $L \subset R^n$ состоит из m точек x^i ($i=1, \dots, m$). Написать полностью нормализованное уравнение чертежа L.

5. Участок синусоиды, соответствующий интервалу $[0; \pi]$, продолжен влево и вправо касательными в точках (0, 0) и $(\pi, 0)$ соответственно. Написать полностью нормализованное уравнение полученного чертежа.

6. Построить чертежи раздела для чертежей.



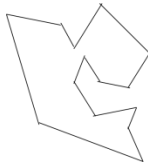
Тема 2.3. Автоматическое построение чертежей

Примерные теоретические вопросы

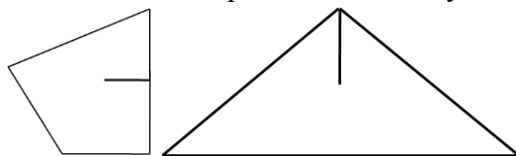
1. Автоматическое построение уравнений многоугольников.
2. Ориентированное уравнение прямой.
3. Правило левого обхода. Алгоритм.
4. Случаи наличия разрезов и малых вырезов.
5. Уравнение чертежа, состоящего из дуг окружностей.

Примерные практические задания

1. Запишите предикат многоугольника, используя алгоритм – правило левого обхода.



2. Запишите предикаты многоугольников, содержащих вырезы:



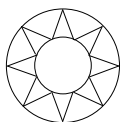
Тема 2.4. Учет симметрии чертежей при построении уравнений.

Примерные теоретические вопросы

1. Учет симметрии чертежей при построении их уравнений. Точечные виды симметрии: симметрия инверсии, симметрия относительно плоскости, симметрия относительно оси.
2. Симметрия трансляционного типа. Предикат бесконечной системы полос, перпендикулярных заданному вектору. Уравнение области, обладающей симметрией трансляционного типа в направлении некоторого вектора (теорема).
3. Построение уравнений поверхностей тел вращения: предикат чертежа с осью симметрии C_∞ . Построение уравнений призм. Построение уравнений конических поверхностей. Построение уравнения спирали.

Примерные практические задания

1. Постройте предикат чертежа, пользуясь его симметрией



2. Постройте предикат чертежа, пользуясь его симметрией



Тема 2.5. Применение R-функций для решения различных конструкторских задач.

Примерные теоретические вопросы

1. Задачи математического программирования. Решение при помощи R-функций.
2. Задача оптимального размещения геометрических объектов.
3. Частные случаи решения задач о непересечении выкроек: наличие круглых выкроек, выкройки, ограниченные дугами окружностей и отрезками прямых.
4. Сведение задачи оптимального раскроя к задаче математического программирования.

Примерные практические задания

1. Запишите предикат для размещения двух круглых выкроек на прямоугольной заготовке.

Раздел 3. Применение R-функций для решения краевых задач.

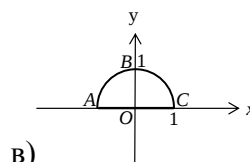
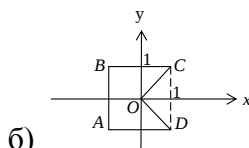
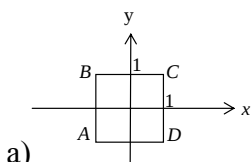
Тема 3.1. Структурный метод решения краевых задач.

Примерные теоретические вопросы

1. Структурный метод решения краевых задач. Структура решения: общая, частичная, полная. Общее решение. Продолжение граничных условий внутрь области. Склеивающая функция, нагружающие функции, неопределенная компонента пучка. Формулы для построения склеивающей функции и их особенности.
2. Методы построения склеивающей функции в случае разрывных нагружающих функций. Формула поочередного склеивания граничных условий.
3. Задача построения пучков функций как обобщение задачи интерполяции.

Примерные практические задания

1. Продолжить граничные условия внутрь области.



$$u|_{\partial\Omega} = \begin{cases} 0, x \in AB; \\ \frac{x+1}{2}, x \in BC; \\ 1, x \in CD; \\ \frac{x(x+1)}{2}, x \in AD. \end{cases} \quad u|_{\partial\Omega} = \begin{cases} 0, x \in AB; \\ \frac{x+1}{2}, x \in BC; \\ y^2, x \in COD; \\ \frac{x(x+1)}{2}, x \in AD. \end{cases} \quad u|_{\partial\Omega} = \begin{cases} x-y, x \in ABC; \\ x, x \in AC; \end{cases}$$

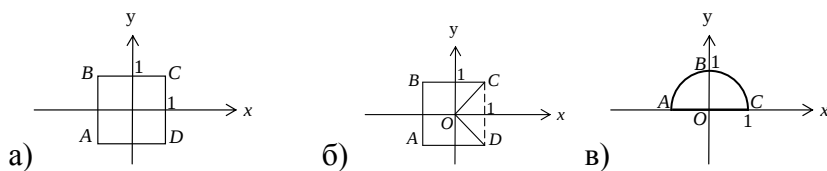
Тема 3.2. Структурный метод решения первой краевой задачи.

Примерные теоретические вопросы

1. Структурный метод решения первой краевой задачи.
2. Методы нахождения неопределенных компонент пучка: метод штрафов, проекционный метод, метод коллокаций, метод Ритца.

Примерные практические задания

1. Записать структуру решения задачи Дирихле для областей



$$u|_{\partial\Omega} = \begin{cases} 0, x \in AB; \\ \frac{x+1}{2}, x \in BC; \\ 1, x \in CD; \\ \frac{x(x+1)}{2}, x \in AD. \end{cases} \quad u|_{\partial\Omega} = \begin{cases} 0, x \in AB; \\ \frac{x+1}{2}, x \in BC; \\ y^2, x \in COD; \\ \frac{x(x+1)}{2}, x \in AD. \end{cases} \quad u|_{\partial\Omega} = \begin{cases} x-y, x \in ABC; \\ x, x \in AC; \end{cases}$$

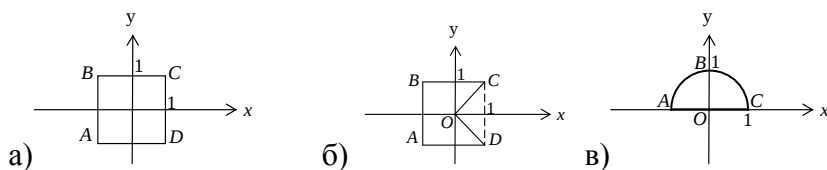
Тема 3.3. Продолжение дифференциальных операторов внутрь области.

Примерные теоретические вопросы

1. Продолжение дифференциальных операторов внутрь области. Построение пучка функций, имеющих заданную нормальную производную на границе
2. Структурный метод решения краевой задачи с граничными условиями третьего рода
3. Продолжение внутрь области дифференциального оператора по длине граничной дуги.
4. Построение пучка функций, имеющих заданную производную по граничной дуге.
- Структурный метод решения смешанной краевой задачи
5. Структурный метод решения краевой задачи на неоднородной области

Примерные практические задания

1. Записать структуру решения задачи Неймана для областей.



$$u|_{\partial\Omega} = \begin{cases} 0, x \in AB; \\ \frac{x+1}{2}, x \in BC; \\ 1, x \in CD; \\ \frac{x(x+1)}{2}, x \in AD. \end{cases} \quad u|_{\partial\Omega} = \begin{cases} 0, x \in AB; \\ \frac{x+1}{2}, x \in BC; \\ y^2, x \in COD; \\ \frac{x(x+1)}{2}, x \in AD. \end{cases} \quad u|_{\partial\Omega} = \begin{cases} x-y, x \in ABC; \\ x, x \in AC; \end{cases}$$

Составитель (и): канд. техн. наук, доцент Решетникова Е.В.

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))