

Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КЕМЕРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Новокузнецкий институт (филиал)
Факультет физической культуры, естествознания и природопользования

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан ФФКЕП

В.А. Рябов

«08» апреля 2020 г.



Рабочая программа дисциплины
Математика

Направление подготовки
05.03.06 Экология и природопользование

Направленность (профиль) подготовки
Геоэкология

Программа академического бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2020

Новокузнецк 2020

Лист внесения изменений

в РПД **Б1.Б.11 Математика**

Сведения об утверждении на 2020-2021 уч. год.: утверждена Ученым советом факультета (протокол Ученого совета факультета № 6а от 12.03.2020 г.) для ОПОП 2020 года набора 05.03.06 Экология и природопользование, направленность (профиль) Геоэкология

Одобрена на заседании методической комиссии (протокол методической комиссии факультета № 5 от 27.02.2020 г.)

Одобрена на заседании обеспечивающей кафедры *математики, физики и математического моделирования*

протокол № 6 от 17.01.2020 г. / Е.В. Решетникова
(Ф. И.О. зав. кафедрой)



Оглавление

1	Цель дисциплины.....	4
1.1	Формируемые компетенции.....	4
1.2	Индикаторы достижения компетенций.....	4
1.3	Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине.....	4
2	Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.....	5
3	Учебно-тематический план и содержание дисциплины.....	5
3.1	Учебно-тематический план.....	5
3.2	Содержание занятий по видам учебной работы.....	6
4	Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.....	10
5	Учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	11
5.1	Учебная литература.....	11
5.2	Программное и информационное обеспечение освоения дисциплины.	11
5.2.1	Программное обеспечение	11
5.3.2	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.	11
6	Иные сведения и (или) материалы.	11
6.1	Примерные темы письменных учебных работ	12
6.2	Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации.....	17

1 Цель дисциплины.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП): ОПК-1.

Содержание компетенций как планируемых результатов обучения по дисциплине см. таблицы 1 и 2.

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции (универсальная, общепрофессиональная, профессиональная)	Код и название компетенции
Общепрофессиональная	ОПК-1 владением базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом экологических наук, обработки информации и анализа данных по экологии и природопользованию

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ОПК-1 владением базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом экологических наук, обработки информации и анализа данных по экологии и природопользованию	Б1.Б.11 Математика Б2.В.02(У) Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ОПК-1 владением базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом экологических наук, обработки информации и анализа данных по экологии и природопользованию	Знать: – линейную и векторную алгебру; – аналитическую геометрию; – основы дифференциального и интегрального исчисления; – элементы теории вероятностей; – математическую статистику; – статистические методы обработки экспериментальных данных. Уметь: – использовать методы математического мышления и оценивать роль математики в экологии; – решать задачи линейной и векторной алгебры; – применять методы аналитической геометрии в исследованиях; – дифференцировать и интегрировать функции, строить их

Код и название компетенции	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
	графики и анализировать зависимости; – обрабатывать экспериментальные данные. Владеть навыками: – статистического анализа экологических проблем и процессов; – практического использования методов математики и статистики в экологии.

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения
	ОФО
1 Общая трудоёмкость дисциплины	252
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	106
Аудиторная работа (всего):	106
в том числе:	
лекции	38
практические занятия, семинары	68
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	110
4 Промежуточная аттестация обучающегося - зачет (1 семестр) - экзамен (2 семестр)	- 36

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоёмкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО		СРС	
			Аудиторн. занятия			
			лекц.	практ.		
Семестр 1						
	1. Матричная алгебра	19	3	6	10	
1	1.1 Матрицы, операции над матрицами	7	1	2	4	Контрольная работа № 1
2	1.2.Определители, их свойства	5	1	2	2	
3	1.3. Обратная матрица. Ранг матрицы	7	1	2	4	
	2. Системы линейных уравнений	12	2	4	6	
4	2.1. Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Крамера и с помощью обратной матрицы.	7	1	2	4	Контрольная работа № 2
5	2.2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса	5	1	2	2	
	3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	10	2	4	4	
6	3.1. Прямая на плоскости. Плоскость.	5	1	2	2	Контрольная

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость (всего час.)	Трудоемкость занятий (час.)			Формы текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		
	Прямая в пространстве. Способы задания. Основные задачи.					работа № 3
7	3.2. Кривые второго порядка. Основные задачи.	5	1	2	2	
	4. Введение в анализ	20	4	6	10	
8	4.1. Предел числовой последовательности и предел функции	12	2	4	6	Контрольная работа № 4
9	4.2. Непрерывность функции	8	2	2	4	
	5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	19	3	6	10	
10	5.1. Производная	14	2	4	8	Контрольная работа № 5
11	5.2. Приложения производной	5	1	2	2	
	6. Интегральное исчисление функции одной переменной	28	4	10	14	
12	6.1. Неопределенный интеграл	16	2	6	8	Контрольная работа № 6
13	6.2. Определенный интеграл и его приложения	12	2	4	6	
ИТОГО по семестру 1		108	18	36	54	зачет
Семестр 2						
1	1. Математическая статистика	44	8	10	26	
2	1.1. Общие понятия и задачи математической статистики	12	2	4	6	Индивидуальное задание № 1
3	1.2. Проверка статистических гипотез	32	6	6	20	
	2. Статистические зависимости и связи	54	12	12	30	
4	2.1. Подбор эмпирических формул	18	4	4	10	Индивидуальное задание № 2
5	2.2. Множественная корреляция	18	4	4	10	
6	2.3 Задачи классификации	18	4	4	10	
	Промежуточная аттестация - экзамен					36
ИТОГО по семестру 2		144	20	32	56	36
	Всего:	252	38	68	110	36

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
Семестр 1		
<i>Содержание лекционного курса</i>		
1	Матричная алгебра	
1.1	Матрицы, операции над матрицами	Понятие матрицы. Виды матриц. Операции над матрицами. Свойства операций. Транспонирование матриц. Свойства транспонированных матриц.
1.2.	Определители, их свойства	Определители, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителя. Теорема Лапласа.
1.3.	Обратная матрица. Ранг матрицы	Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы. Свойства обратных матриц. Элементарные преобразования над матрицами. Ранг матрицы. Линейные комбинации строк и столбцов. Теорема о ранге матрицы.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
2	Системы линейных уравнений	
2.1	Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Крамера и с помощью обратной матрицы.	Линейные уравнения и системы линейных алгебраических уравнений. Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными по правилу Крамера и с помощью обратной матрицы
2.2.	Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса	Решение систем m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Гаусса.
3	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	
3.1.	Прямая на плоскости. Плоскость. Прямая в пространстве. Способы задания. Основные задачи.	Прямая на плоскости. Способы задания. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Плоскость. Различные уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Прямая в пространстве. Способы задания. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
3.2.	Кривые второго порядка. Основные задачи.	Уравнение кривых второго порядка. Виды кривых: эллипс, окружность, гипербола, парабола.
4	Введение в анализ	
4.1.	Предел числовой последовательности и предел функции	Числовые последовательности и их свойства. Предел числовой последовательности. Предел функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые величины. Бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Неопределенности.
4.2.	Непрерывность функции	Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций.
5	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	
5.1.	Производная	Определение производной. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков.
5.2.	Приложения производной	Возрастание и убывание функций. Экстремум функций. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функций и построения их графиков
6	Интегральное исчисление функции одной переменной	
6.1.	Неопределенный интеграл	Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Непосредственное интегрирование. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей.
6.2.	Определенный интеграл и его приложения	Понятие определенного интеграла, его геометрический и

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		экономический смысл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема о среднем. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объема тела вращения.
<i>Содержание практических занятий</i>		
1	Матричная алгебра	
1.1	Матрицы, операции над матрицами	Операции над матрицами. Транспонирование матриц.
1.2.	Определители, их свойства	Вычисление определителей методом Сарруса. Вычисление определителей при помощи теоремы Лапласа.
1.3.	Обратная матрица. Ранг матрицы	Нахождение обратных матриц. Элементарные преобразования над матрицами. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Вычисление ранга матрицы.
2	Системы линейных уравнений	
2.1	Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Крамера и с помощью обратной матрицы.	Линейные уравнения и системы линейных алгебраических уравнений. Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными по правилу Крамера с помощью обратной матрицы.
2.2.	Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса	Решение систем m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Гаусса. Решение однородных систем. Фундаментальная система решений.
3	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	
3.1.	Прямая на плоскости. Плоскость. Прямая в пространстве. Способы задания. Основные задачи.	Различные способы задания прямой на плоскости. Нахождение угла между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Нахождение расстояния от точки до прямой. Различные способы задания плоскости. Нахождение угла между плоскостями. Различные способы задания прямой в пространстве: общие уравнения прямой, векторное уравнение прямой, канонические, параметрические уравнения прямой, уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
3.2.	Кривые второго порядка. Основные задачи.	Уравнение кривых второго порядка. Виды кривых: эллипс, окружность, гипербола, парабола.
4	Введение в анализ	
4.1.	Предел числовой последовательности и предел функции	Предел числовой последовательности и способы его вычисления. Нахождение предела функции. Нахождение односторонних пределов. Бесконечно малые величины. Сравнение бесконечно малых. Бесконечно большие величины. Раскрытие неопределенностей.
4.2.	Непрерывность функции	Исследование функций на непрерывность. Нахождение точек разрыва функции и их классификация. Непрерывность функции на интервале и на отрезке. Использование свойств

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		функций, непрерывных на отрезке.
5	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	
5.1.	Производная	Нахождение производных с использованием таблицы производных и правил дифференцирования. Нахождение производных сложной и обратной функций. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.
5.2.	Приложения производной	Нахождение пределов функций по правилу Лопиталя. Нахождение промежутков возрастания и убывания функций и точек экстремума. Нахождение промежутков выпуклости, вогнутости графика функции и точек перегиба. Асимптоты графика функции. Исследование функций и построения их графиков.
6	Интегральное исчисление функции одной переменной	
6.1.	Неопределенный интеграл	Непосредственное интегрирование. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей.
6.2.	Определенный интеграл и его приложения	Вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Вычисление несобственных интегралов. Приложения определенного интеграла
	Промежуточная аттестация - <i>зачет</i>	
Семестр 2		
<i>Содержание лекционного курса</i>		
1	Математическая статистика	
1.1.	Общие понятия и задачи математической статистики	Общие понятия и задачи математической статистики. Выборочный метод. Точечные оценки параметров распределений. Доверительные интервалы. Отсев грубых ошибок и определение минимально необходимого количества наблюдений.
1.2.	Проверка статистических гипотез	Общие понятия. Критерий Пирсона. Критерий Стьюдента. Критерий Фишера (дисперсионный анализ).
2	Статистические зависимости и связи	
2.1.	Подбор эмпирических формул	Подбор эмпирических формул (парная корреляция). Функциональная, статистическая и корреляционная зависимость. Выборочное уравнение линии регрессии. Коэффициент корреляции, его значимость.
2.2.	Множественная корреляция	Алгоритм определения параметров множественной линейной корреляции.
2.3.	Задачи классификации	Классификация многомерных наблюдений. Факторный анализ.
<i>Содержание практических занятий</i>		
1	Математическая статистика	
1.1.	Общие понятия и задачи математической статистики	Простая выборка. Метод сбора и группировки данных. Несмещенная, эффективная и состоятельная оценки. Расчет выборочного среднего, дисперсии, асимметрии, эксцесса. Метод произведений для расчета числовых характеристик.
1.2.	Проверка статистических гипотез	Основы проверки статистических гипотез. Критерий Пирсона. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности.
2	Статистические зависимости и связи	

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
2.1.	Подбор эмпирических формул	Графический метод построения прямолинейной корреляционной зависимости. Метод выравнивания статистической функции.
2.2.	Множественная корреляция	Алгоритм определения параметров множественной линейной корреляции. Расчет общего коэффициента множественной корреляции.
2.3.	Задачи классификации	Классификация многомерных наблюдений. Факторный анализ.
Промежуточная аттестация - экзамен		

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

1 семестр

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре (выполнение заданий)	80	Лекционные занятия (конспект) (9 занятий)	2,2 балла посещение 1 занятия	6,6 - 20
		Контрольные работы (отчет о выполнении контрольной работы) (6 работ)	За одну КР : 6 баллов (выполнено 51 - 65% заданий) 7 баллов (выполнено 66 - 85% заданий) 10 баллов (выполнено 86 - 100% заданий)	36 - 60
Итого по текущей работе в семестре				41 - 80
Промежуточная аттестация (зачет)	20	Решение задачи 1.	5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №1	5 баллов(пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
Итого по промежуточной аттестации (зачету)				10 – 20 б.
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации				51 – 100 б.

Таблица 8 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

2 семестр

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре (выполнение заданий)	60	Лекционные занятия (конспект) (10 занятий)	0,2 балла посещение 1 занятия	5 - 20
		Индивидуальные задания (2 задания)	За одно ИЗ : 13 баллов (выполнено 51 - 65% заданий) 16 баллов (выполнено 66 - 85% заданий) 20 баллов (выполнено 86 - 100% заданий)	26 - 40

Итого по текущей работе в семестре				31 - 60
Промежуточная аттестация (экзамен)	40	Решение задачи 1.	5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
		Решение задачи 2.	5 баллов (пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №1.	5 баллов(пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
		Вопрос билета №2.	5 баллов(пороговое значение) 10 баллов (максимальное значение)	5 - 10
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				20 – 40 б.
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации				51 – 100 б.

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины.

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Шипачев, В.С. Высшая математика : учебник / В.С. Шипачев. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 479 с. — Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/product/990716>
2. Кремер, Н.Ш. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: Учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., - 3-е изд. — Электрон.дан. - М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2017. - 479 с. — Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1028709>

Дополнительная учебная литература

1. Шершнев В.Г. Математический анализ [Электронный ресурс]: сборник задач с решениями: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - Электрон.текстовые дан - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 164 с. — Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=342088>
2. Шершнев, В.Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии [Электронный ресурс]: учебн. пособие / В.Г. Шершнев — Электрон. текстовые дан. — Москва : ИНФРА-М, 2014. — 168 с. — Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=318084>
3. Ячменёв, Л. Т. Высшая математика [Электронный ресурс]: учебник / Л. Т. Ячменёв. - Электронные текстовые данные. - Москва : РИОР : Инфра-М, 2013. — 752 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=344777>

5.2 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях 5 корпуса НФИ КемГУ (654041, Кемеровская область - Кузбасс, Новокузнецкий городской округ, г. Новокузнецк, ул. Кузнецова, д. 6):

335 Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического); - занятий лабораторного типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, столы, стулья. Оборудование: <i>переносное</i> - ноутбук, проектор, экран. Используемое программное обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.
345 Учебная аудитория для проведения: - занятий лекционного типа; - занятий семинарского (практического) типа; - групповых и индивидуальных консультаций; - текущего контроля и промежуточной аттестации. Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, столы, стулья. Оборудование для презентации учебного материала: <i>стационарное</i> – компьютер; <i>переносное</i> - ноутбук, проектор, экран. Учебно-наглядные пособия. Лабораторное оборудование и материалы: моноблок, курвиметр, рулетки, визирные линейки, компасы, планшеты, ватерпасы, плотномер и снегомерные рейки. Используемое программное обеспечение: MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Информационная система «Общероссийский математический портал», режим доступа : <http://www.mathnet.ru/>
2. Информационная система «Экспонента» - центр инженерных технологий и моделирования, режим доступа : <http://www.exponenta.ru>
3. База данных Science Direct (более 1500 журналов издательства Elsevier, среди них издания по математике и информатике), режим доступа : <https://www.sciencedirect.com>
4. Информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам» <http://window.edu.ru/catalog/>
5. Базы данных и аналитические публикации на портале «Университетская информационная система Россия», режим доступа: <https://uisrussia.msu.ru/>

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

6.1.1. Контрольная работа по теме «Матричная алгебра»

1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -2 & -5 & -1 & 3 \\ 2 & -5 & 9 & 1 \\ 3 & -1 & 5 & -5 \\ 2 & 18 & -7 & -10 \end{vmatrix}$$

2. Доказать тождество:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$$

3. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5, A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Решить матричное уравнение. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Найти ранг матрицы A :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 5 & 6 \\ 3 & -5 & 2 & -8 & -11 \\ 2 & 4 & 2 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

6.1.2. Контрольная работа по теме «Системы линейных уравнений»

Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) при помощи обратной матрицы.

Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

Найти общее решение, частное, сделать проверку.

$$\begin{cases} 3X_1 + 2X_2 + X_3 = 5, \\ 2X_1 + 3X_2 + X_3 = 1, \\ 2X_1 + X_2 + 3X_3 = 11. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2X_1 - X_2 + 3X_3 - X_4 + X_5 = 3 \\ 3X_1 + 4X_2 - X_3 + 4X_4 = 2 \\ X_1 + 5X_2 - 4X_3 + 5X_4 - X_5 = -1 \\ 4X_1 + 9X_2 - 5X_3 + 9X_4 - X_5 = 1 \end{cases}$$

6.1.3. Контрольная работа по теме «Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве»

1. Уравнение одной из сторон квадрата $x+3y-5=0$. Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если $(-1;0)$ – точка пересечения его диагоналей.
2. Даны уравнения одной из сторон ромба $2x+y-5=0$ и одной из его диагоналей $y-1=0$. Диагонали ромба пересекаются в точке $(3;1)$. Найти уравнения остальных сторон ромба.
3. Уравнения двух сторон параллелограмма $x+2y+2=0$ и $x+y=0$, а уравнение одной из его диагоналей $x+2=0$. Найти координаты вершин параллелограмма.
4. Даны две вершины $A(-3, 3)$ и $B(5, -1)$ и точка $D(4, 3)$ пересечения высот треугольника. Составить уравнения его сторон.
5. Даны вершины $A(1, 1)$, $B(2, 3)$, $C(4, 1)$ трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Известно, что диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Найти координаты вершины D этой трапеции.
6. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(4, 2, 5)$, $A_2(0, 7, 2)$, $A_3(0, 2, 7)$, $A_4(1, 5, 0)$. Найти: а) длину ребра A_1A_2 ; б) площадь грани $A_1A_2A_3$; в) объём пирамиды; г) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; д) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; е) уравнение высоты,

опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; ж) длину высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

6.1.4. Контрольная работа по теме «Введение в анализ»

Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-3x+2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3-5x}{1-3x^3}$; в) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+3} \right)^{3x}$

Исследовать функции на непрерывность: а) $y = \frac{-1}{x^2-4}$ б) $y = \begin{cases} x^2, & x \geq 2 \\ x, & x < 2 \end{cases}$

в) $y = \frac{\sqrt[3]{2-x}}{x^2+5} + 2^{-x}$

6.1.5. Контрольная работа по теме «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Исследовать методами дифференциального исчисления следующие функции и, используя результаты исследования, построить их графики.

1) $y = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$; 2) $y = e^{2x-x^2}$.

6.1.6. Контрольная работа по теме «Интегральное исчисление функции одной переменной»

I. Найти интегралы:

1) $\int (2-4x) \sin 2x dx$; 2) $\int \frac{(\arccos x)^2 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$; 3) $\int \frac{x+2}{x^2+x+3} dx$; 4) $\int \frac{2x^2-3x-1}{(x-4)(x-3)x} dx$;

II. Вычислить:

1. $\int_0^4 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx$. 2. $\int_0^\infty e^{-\sqrt{x}} dx$.

III. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = x^2 + 1$, $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = 5$.

IV. Найти объем тела, полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями:

$x = y^2$, $x = 1$, $y = 0$. (OX, OY).

6.1.7. Индивидуальное задание по теме «Математическая статистика»

1. Имеется две выборки x_i и y_i объемом $n = 10$, $k = 14$:

x_i : 1,2; 0,8; 1,3; 0,9; 1,0; 0,8; 0,9; 0,7; 1,1; 1,4.

y_i : 1,1; 1,0; 1,0; 1,2; 0,8; 0,7; 1,3; 0,8; 0,9; 1,4; 1,1; 0,9; 0,7; 1,3.

С помощью критерия Стьюдента проверить гипотезу о равенстве средних значений с уровнем значимости 0,1.

2. Для выборок

x_i : 1,2; 0,8; 1,3; 0,9; 1,0; 0,8; 0,9; 0,7; 1,1; 1,4.

y_i : 1,1; 1,0; 1,0; 1,2; 0,8; 0,7; 1,3; 0,8; 0,9; 1,4; 1,1; 0,9; 0,7; 1,3.

проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух выборок x_i и y_j с уровнем значимости 0,05.

3. Имеется две выборки одинакового объема по 10 наблюдений.

x_i : 2,3; 5,6; 6,9; 3,7; 4,1; 4,9; 5,8; 4,3; 5,5; 4,8.

y_j : 3,2; 7,6; 6,4; 5,8; 4,6; 8,1; 5,2; 6,3; 6,8; 5,6.

По критериям Стьюдента и Фишера с уровнем значимости 0,05 проверить две гипотезы: о равенстве средних значений и дисперсий.

6.1.8. Индивидуальное задание по теме «Статистические зависимости и связи»

1. Определить коэффициенты a , b в формуле $y = a + bx$ для значений (x_i , y_i) и вычислить коэффициент корреляции. Построить график.

Вариант	а	б	в	г	д	е
Значения статистических данных	0,5 / 0	0,5 / 0	0,5 / -1	1,7 / 0	0,5 / 0	0,5 / 0
x_i / y_i	1,8 / 0,8	1,2 / 1,7	1,8 / 0	2,4 / 0,7	2,4 / 0,7	1,8 / 0,7
	2,4 / 1,0	2,3 / 4,1	3,9 / 1,3	3,5 / 2,1	3,4 / 1,1	3,9 / 2,2
	3,4 / 2,1	2,4 / 5,2	6,1 / 2,6	4,6 / 2,8	4,2 / 2,0	5,7 / 3,4
	4,6 / 4,8	2,8 / 5,2	8,0 / 3,6	5,1 / 3,8	5,9 / 2,4	6,6 / 4,1
	5,8 / 6,9	2,9 / 6,1	9,4 / 5,1	5,8 / 4,3	7,9 / 2,7	7,2 / 4,3
	6,4 / 5,6	3,4 / 7,4	10,9 / 6,9	6,4 / 5,4	9,2 / 5,6	8,1 / 5,5
	6,7 / 8,0	3,9 / 9,1	11,6 / 7,2	7,4 / 7,8	11,2 / 5,9	8,5 / 6,0

2. Найти статистическую зависимость вида $y = ax^b$, определить корреляционное отношение и построить график.

Вариант	а	б	в	г
Значения статистических	0,5 / 0,8	0,5 / 0,4	0,5 / 1,6	0,5 / 0,2

данных x_i / y_i	1,0 / 1,0	1,0 / 0,5	1,0 / 2	1,0 / 0,3
	1,5 / 1,5	1,5 / 0,8	1,5 / 3	1,5 / 0,5
	2 / 2,2	2 / 1,2	2 / 4,4	2 / 0,7
	2,5 / 3	2,5 / 1,6	2,5 / 6	2,5 / 1,1
	3 / 3,5	3 / 2	3 / 7	3 / 1,2

3. Найти статистическую зависимость вида $y = ae^{bx}$, определить корреляционное отношение и построить график.

Вариант	а	б	в	г
Значения статистических данных x_i / y_i	0,5 / 0,2	0,5 / 0,6	0,5 / 1,0	0,5 / 0,4
	1,0 / 0,5	1,0 / 0,8	1,0 / 1,5	1,0 / 1,0
	1,5 / 1,0	1,5 / 1,0	1,5 / 2	1,5 / 2
	2 / 2	2 / 11	2 / 2,2	2 / 3,5
	2,5 / 4	2,5 / 1,6	2,5 / 2,8	2,5 / 6,0
	3 / 8	3 / 2,5	3 / 3,6	3 / 9

6.2. Примерные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Семестр 1

Таблица 9 - Примерные теоретические вопросы и практические задания к зачету

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задания и (или) задачи
1. Матричная алгебра		
1.1 Матрицы, операции над матрицами	1. Матрицы, виды матриц 2. Операции над матрицами.	1. Найти матрицу $D=ABC-3E$, где $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix},$ $C=(2 \ 0 \ 5)$, E —единичная матрица. 2. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A : $f(x)=3x^2-2x+5,$ $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$
1.2.Определители, их свойства	3. Свойства определителей. 4. Вычисление определителей.	3. Вычислить определитель матрицы A $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$ 4. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -2 & -5 & -1 & 3 \\ 2 & -5 & 9 & 1 \\ 3 & -1 & 5 & -5 \\ 2 & 18 & -7 & -10 \end{vmatrix}$
1.3. Обратная матрица. Ранг матрицы	5 Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы. 6 Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы, его вычисление.	5. Найти матрицу $B=11.(A-1)/+A/$, $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$ 6. Найти ранг матрицы A : $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 5 & 4 \\ 2 & -4 & 7 & 4 \\ 3 & -1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$
2. Системы линейных уравнений		
2.1. Решение систем n линейных	7 Системы линейных алгебраических	7. Решить систему линейных уравнений методом Крамера.

алгебраических уравнений с n неизвестными методом Крамера и с помощью обратной матрицы.	уравнений. 8 Решение систем линейных уравнений методом Крамера. 9 Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. 10 Решение матричных уравнений.	$\begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_3 = -1, \\ 2X_1 - X_2 + 2X_3 = -4, \\ 4X_1 + X_2 + 4X_3 = -2. \end{cases}$ 8. $\begin{cases} X_1 - 2X_2 + 3X_3 = 6, \\ 2X_1 + 3X_2 - 4X_3 = 20, \\ 3X_1 - 2X_2 - 5X_3 = 6. \end{cases}$ 9. Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы. $\begin{cases} X_1 - 2X_2 + 3X_3 = 6, \\ 2X_1 + 3X_2 - 4X_3 = 20, \\ 3X_1 - 2X_2 - 5X_3 = 6. \end{cases}$ 10. Решить матричное уравнение. Сделать проверку. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$
2.2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса	11 Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. 12 Однородные системы линейных уравнений.	11. Решить систему методом Гаусса, найти общее решение, частное, сделать проверку. $\begin{cases} X_1 + 2X_2 - 3X_3 + X_4 - 3X_5 = 2, \\ 2X_1 - X_2 + X_3 - 4X_4 + X_5 = 1, \\ 3X_1 + X_2 - 2X_3 - 3X_4 - 2X_5 = 3. \end{cases}$
3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве		
3.1. Прямая на плоскости. Плоскость. Прямая в пространстве. Способы задания. Основные задачи.	13 Уравнение прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой, уравнение прямой, проходящей через одну и две заданные точки. 14 Угол между двумя прямыми на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. 15 Общее уравнение плоскости. Уравнения плоскости, проходящей через одну и три заданные точки. Уравнение плоскости в отрезках на осях. 16 Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. 17 Общие уравнения прямой	12. Написать уравнения прямых, проходящих через начало координат под углом 45° к прямой $y = 4 - 2x$. 13. Среди прямых найти параллельные и перпендикулярные. а) $x - 2y + 3 = 0$; б) $-2x + 4y + 5 = 0$; в) $-2x + y - 3 = 0$; 14. Найти уравнение плоскости, проходящей через начало координат и через точки $P(4; -2; 1)$ и $Q(2; 4; -3)$. 15. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; 2; -2)$ и параллельной плоскости $x - 2y - 3z = 0$. 16. Найти угол между плоскостями $x - 2y - 3z = 0$ и $2x - 4y + 5z - 1 = 0$. 17. Уравнения прямой $\begin{cases} 2x + y + 8z - 16 = 0 \\ x - 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$ написать в канонической форме.

	линии в пространстве. Векторное, параметрические и канонические уравнения прямой. 18 Угол между двумя прямыми в пространстве. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.	18. Найти угол прямой $\begin{cases} y + 2z - 1 = 0 \\ x - 2z + 1 = 0 \end{cases}$ с прямой, проходящей через начало координат и через точку $M(2;2;-2)$.
3.2. Кривые второго порядка. Основные задачи.	19 Уравнение кривой второго порядка. 20 Эллипс. Фокус, эксцентриситет. 21 Гипербола. Асимптоты гиперболы.	14. Составить уравнение окружности с центром в заданной точке S и данным радиусом r: $S(4; -7)$, $r=5$; 15. Для указанных окружностей определить координаты центра S и радиус r: а) $x^2 + y^2 - 8x + 12y - 29 = 0$ б) $x^2 + y^2 + 7y - 18 = 0$ 16. Составить уравнение окружности, касающейся осей координат и проходящей через точку $M(2; 1)$. 17. Найти координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет эллипсов: $16x^2 + 25y^2 = 400$ 18. Найти координаты вершин, оси, фокусы, эксцентриситет и уравнения асимптот гиперболы: а) $4x^2 - 5y^2 - 100 = 0$ б) $x^2 - 3y^2 + 6y - 15 = 0$ 19. Найти координаты фокуса и написать уравнение директрисы для параболы $y^2 = 8x$ 20. Составить уравнение параболы с вершиной в начале координат, зная координаты фокуса: $F(0; 4)$.
4. Введение в анализ		
4.1. Предел числовой последовательности и предел функции	22 Числовая последовательность и ее предел. 23 Предел функции. Основные теоремы о пределах. 24 Бесконечно малые и бесконечно большие величины, их свойства.	21. Найти пределы: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{5x^3 - x^2 + 4x + 3}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{3x^2}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} \right]$
4.2. Непрерывность функции	25 Непрерывность функции в точке и на множестве.	22. Исследовать функции на непрерывность:

	26 Точки разрыва функции.	$f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < -1 \\ x^2 + 2, & -1 \leq x \leq 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$ 23. Исследовать на непрерывность функцию и определить тип точек разрыва, если они есть $y = \frac{\sqrt[3]{2-x}}{x^2 + 5} + 2^{-x}$ 24. $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$
5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной		
5.1. Производная	1 Определение производной в точке. Геометрический смысл производной. 2 Производная суммы, произведения, частного двух функций. 3 Производная сложной функции, неявной функции, степенно-показательной функции.	1. В какой точке параболы $y = x^2 - 2x + 5$ нужно провести касательную, чтобы она была перпендикулярна биссектрисе первого координатного угла. 2. Найти производные функции: $y = \sqrt[3]{x^2} \cdot x^3;$ $y = tg^{\frac{x}{5}} \frac{x}{5};$ $y = 2^{\sin x} \cdot \sqrt{\sin x}$ $y = (\sin x)^x$
5.2. Приложения производной	4 Признаки возрастания и убывания функции. 5 Экстремум функции. Необходимое условие, достаточные условия экстремума функции. 6 Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. 7 Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции.	3. Исследовать на монотонность и найти точки экстремума функции: $y = \frac{x}{1-x^2};$ $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1};$ 4. Исследовать на выпуклость, вогнутость и найти точки перегиба функции: $y = \frac{x}{1-x^2};$ 5. Исследовать методами дифференциального исчисления следующие функции и, используя результаты исследования, построить их графики: $y = \frac{x}{1-x^2}; y = e^{\frac{1}{1-x}}$
6. Интегральное исчисление функции одной переменной		
6.1. Неопределенный интеграл	8 Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Непосредственное	6. Найти интегралы: $\int \frac{x^3 + 2x - 3\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$

	интегрирование. 9 Метод замены переменной, интегрирование по частям. 10 Интегрирование рациональных дробей.	$\int \frac{1 - \cos x}{(x - \sin x)^2} dx$ $\int (3x + 4)e^{3x} dx$ $\int \frac{x + 2}{x^2 + x + 3} dx$ $\int \frac{2x^2 - 3x - 1}{(x - 4)(x - 3)x} dx$
6.2. Определенный интеграл и его приложения	11 Определенный интеграл, его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла. 12 Формула Ньютона-Лейбница. 13 Площадь плоской фигуры. 14 Объем тела вращения.	7. Вычислить: $\int_0^4 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} dx; \quad \int_4^5 x^2 \cdot \sqrt{1-x^3} dx;$ $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx;$ 8. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 1, y = \frac{1}{2}x^2, y = 5.$ 9. Найти объем тела, полученного при вращении фигуры, ограниченной линиями: $x = y^2$, $x = 1$, $y = 0$. (OX, OY).

Семестр 2

Таблица 10 - Примерные теоретические вопросы и практические задания к экзамену

Разделы и темы	Примерные теоретические вопросы	Примерные практические задания и (или) задачи
1. Математическая статистика		
1.1. Общие понятия и задачи математической статистики	1. Предмет и общая задача математической статистики. 2. Генеральная и выборочная совокупности. 3. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. 4. Гистограмма относительных частот. Эмпирическая плотность вероятностей.	1. Построить гистограмму и эмпирическую функцию распределения роста выборочной группы из $N = 20$ чел. для следующей выборки (рост, см): 165, 158, 170, 180, 163, 171, 168, 174, 162, 177, 175, 166, 169, 179, 164, 170, 169, 167, 175, 181. 2. Построить гистограмму и эмпирическую функцию распределения веса выборочной группы из $N = 20$ чел. для следующей выборки (вес, кг): 60, 51, 66, 74, 58, 67, 62, 68, 61, 76, 68, 63, 67, 74, 59, 69, 64, 63, 72, 65.
1.2. Проверка статистических гипотез	5. Критерий Пирсона. 6. Критерий Стьюдента. 7. Критерий Фишера	3. По критерию Пирсона проверить гипотезу о соответствии статистических данных нормальному

	(дисперсионный анализ).	закону распределения с уровнем значимости 0,1. 4. Проверить гипотезу о равенстве средних значений в двух выборках с надежностью 0,9: а) 6, 7, 8, 3, 4, 6, 7, 4, 3, 5, 5, 6; 6, 4, 5, 7, 6, 4, 8, 6, 8, 9.
2. Статистические зависимости и связи		
2.1. Подбор эмпирических формул	8. Подбор эмпирических формул (парная корреляция). 9. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимость. 10. Выборочное уравнение линии регрессии. 11. Коэффициент корреляции, его значимость.	5. Найти статистическую зависимость вида $y = ax^b$, определить корреляционное отношение и построить график.
2.2. Множественная корреляция	12. Алгоритм определения параметров множественной линейной корреляции.	6. Для исходных данных найти множественную корреляционную зависимость и вычислить общий коэффициент корреляции.
2.3 Задачи классификации	13. Классификация многомерных наблюдений. 14. Факторный анализ.	7. Определить коэффициенты a, b в формуле $y = a + bx$ для значений (x_i, y_i) и вычислить коэффициент корреляции. Построить график.

Составитель (и): старший преподаватель кафедры МФММ Гаврилова Ю.С.
(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))