

Подписано электронной подписью:  
Вержицкий Данил Григорьевич  
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»  
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кемеровский государственный университет»  
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт  
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Кемеровский государственный университет»  
Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан  
А. В. Фомина  
23 июня 2021 г.

### **Рабочая программа дисциплины**

Б1.О.11 Алгебра и геометрия

*Код, название дисциплины*

Направление подготовки

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование  
информационных систем

*Код, название направления*

Направленность (профиль) подготовки

Программное и математическое обеспечение информационных технологий

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника  
*бакалавр*

Форма обучения  
*Очная*

Год набора 2021

Новокузнецк 2021

## Оглавление

|                                                                                                                         |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1 Цель дисциплины .....                                                                                                 | 3  |
| 1.1 Формируемые компетенции .....                                                                                       | 3  |
| 1.2 Индикаторы достижения компетенций.....                                                                              | 3  |
| 1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине .....                                                                    | 4  |
| 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....                        | 4  |
| 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.....                                                                | 5  |
| 3.1 Учебно-тематический план .....                                                                                      | 5  |
| 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы.....                                                                    | 7  |
| 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации..... | 12 |
| 5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины. ....                               | 13 |
| 5.1 Учебная литература .....                                                                                            | 13 |
| 5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины .....                                                  | 14 |
| 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. ....                                  | 17 |
| 6 Иные сведения и (или) материалы.....                                                                                  | 18 |
| 6.1.Примерные темы письменных учебных работ .....                                                                       | 18 |
| 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации .....                                            | 23 |

## 1 Цель дисциплины.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося должна быть сформирована компетенция основной профессиональной образовательной программы бакалавриата (далее - ОПОП):

ОПК-1

Содержание компетенций как планируемых результатов обучения по дисциплине см. таблицы 1 и 2.

### 1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

| Наименование вида компетенции ( <i>универсальная, общепрофессиональная, профессиональная</i> ) | Наименование категории (группы) компетенций                       | Код и название компетенции                                                                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Общепрофессиональная                                                                           | Теоретические и практические основы профессиональной деятельности | ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности |

### 1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции                                                                                                                                         | Индикаторы достижения компетенции по ОПОП                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | 1.1 строго доказывает математические утверждения, основываясь на фактах и концепциях теорий в области математических и естественных наук, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах;<br><br>1.2 Решает практические задачи на основе фундаментальных знаний в области математических и естественных наук<br><br>1.3 Решает профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы современных математических теорий | Б1.О.10 Математический анализ<br>Б1.О.11 Алгебра и геометрия<br>Б1.О.14 Теория вероятностей и математическая статистика<br>Б1.О.17 Теория игр и исследование операций<br>Б1.О.20 Физика<br>Б1.О.21 Дифференциальные уравнения<br>Б2.О.01(У) Учебная практика. Технологическая (проектно-технологическая) практика<br>Б3.01(Д) Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы<br>ФТД.01 Выравнивающий курс математики и информатики |

### 1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции                                                                                                                                         | Индикаторы достижения компетенции, закреплённые за дисциплиной                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | <p>1.1 строго доказывает математические утверждения, основываясь на фактах и концепциях теорий в области математических и естественных наук, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах;</p> <p>1.2 Решает практические задачи на основе фундаментальных знаний в области математических и естественных наук</p> <p>1.3 Решает профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы современных математических теорий</p> | <p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные факты, концепции и принципы алгебры и геометрии.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– грамотно пользоваться языком алгебры и геометрии;</li> <li>– строго доказывать математические утверждения в области алгебры и геометрии, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах;</li> <li>– применять знания алгебры и геометрии для решения практических задач.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <p>способностью решать профессиональные задачи в исследовательской и прикладной деятельности, используя основы алгебры и геометрии.</p> |

## 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий

| Общая трудоёмкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах  | Объём часов по формам обучения |      |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|------|-----|
|                                                                                     | ОФО                            | ОЗФО | ЗФО |
| 1 Общая трудоёмкость дисциплины                                                     | 360                            |      |     |
| 2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего) | 136                            |      |     |
| Аудиторная работа (всего):                                                          | 136                            |      |     |
| в том числе:                                                                        |                                |      |     |
| лекции                                                                              | 64                             |      |     |
| практические занятия, семинары                                                      | 72                             |      |     |
| практикумы                                                                          |                                |      |     |
| лабораторные работы                                                                 |                                |      |     |
| в интерактивной форме                                                               |                                |      |     |
| в электронной форме                                                                 |                                |      |     |

|                                                                                                                                                              |                                                        |  |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|--|--|
| Внеаудиторная работа (всего):                                                                                                                                |                                                        |  |  |
| в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем                                                                                              |                                                        |  |  |
| подготовка курсовой работы/контактная работа                                                                                                                 |                                                        |  |  |
| групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем) |                                                        |  |  |
| творческая работа (эссе)                                                                                                                                     |                                                        |  |  |
| 3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)                                                                                                                 | 152                                                    |  |  |
| 4 Промежуточная аттестация обучающегося                                                                                                                      | 1 семестр-экзамен (36 ч.)<br>2 семестр-экзамен (36 ч.) |  |  |

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

| № недели<br>п/п | Разделы и темы дисциплины<br>по занятиям                                                                     | Общая<br>трудоём-<br>кость<br>(всего<br>час.) | Трудоемкость занятий (час.) |        |     |                      |        |     | Формы<br>текущего<br>контроля и<br>промежуточно<br>й аттестации<br>успеваемости |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------|--------|-----|----------------------|--------|-----|---------------------------------------------------------------------------------|
|                 |                                                                                                              |                                               | ОФО                         |        |     | ЗФО                  |        |     |                                                                                 |
|                 |                                                                                                              |                                               | Аудиторн.<br>занятия        |        | СРС | Аудиторн.<br>занятия |        | СРС |                                                                                 |
|                 |                                                                                                              |                                               | лекц.                       | практ. |     | лекц.                | практ. |     |                                                                                 |
| Семестр 1       |                                                                                                              |                                               |                             |        |     |                      |        |     |                                                                                 |
|                 | 1. Матричная алгебра                                                                                         | 28                                            | 8                           | 6      | 14  |                      |        |     |                                                                                 |
| 1               | 1.1 Матрицы, операции над матрицами                                                                          | 8                                             | 2                           | 2      | 4   |                      |        |     | Индивидуальное задание                                                          |
| 2               | 1.2.Определители, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам ряда | 8                                             | 2                           | 2      | 4   |                      |        |     |                                                                                 |
| 3               | 1.3. Обратная матрица. Ранг матрицы                                                                          | 12                                            | 4                           | 2      | 6   |                      |        |     |                                                                                 |
|                 | 2. Системы линейных уравнений                                                                                | 34                                            | 8                           | 10     | 16  |                      |        |     |                                                                                 |
| 4               | 2.1. Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Крамера.                    | 8                                             | 2                           | 2      | 4   |                      |        |     | Контрольная работа<br>Кейс-задание                                              |
| 5               | 2. 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений и матричных уравнений с помощью обратной матрицы.     | 8                                             | 2                           | 2      | 4   |                      |        |     |                                                                                 |
| 6               | 2.3. Теорема Кронекера-Капелли.                                                                              | 8                                             | 2                           | 2      | 4   |                      |        |     |                                                                                 |
| 7               | 2.4. Решение систем m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными методом Гаусса.                     | 10                                            | 2                           | 4      | 4   |                      |        |     |                                                                                 |
|                 | 3. Векторная алгебра (геометрические векторы)                                                                | 20                                            | 4                           | 4      | 12  |                      |        |     |                                                                                 |
| 8               | 3.1. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции                                                | 6                                             | 1                           | 1      | 4   |                      |        |     | Контрольная работа                                                              |

| № недели<br>п/п     | Разделы и темы дисциплины<br>по занятиям                                                                                            | Общая<br>трудоем-<br>кость<br>(всего<br>час.) | Трудоемкость занятий (час.) |        |     |                      |        |     | Формы<br>текущего<br>контроля и<br>промежуточно-<br>й аттестации<br>успеваемости |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------|--------|-----|----------------------|--------|-----|----------------------------------------------------------------------------------|
|                     |                                                                                                                                     |                                               | ОФО                         |        |     | ЗФО                  |        |     |                                                                                  |
|                     |                                                                                                                                     |                                               | Аудиторн.<br>занятия        |        | СРС | Аудиторн.<br>занятия |        | СРС |                                                                                  |
|                     |                                                                                                                                     |                                               | лекц.                       | практ. |     | лекц.                | практ. |     |                                                                                  |
|                     | над векторами.                                                                                                                      |                                               |                             |        |     |                      |        |     |                                                                                  |
| 9                   | 3.2. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение.                                                | 6                                             | 1                           | 1      | 4   |                      |        |     |                                                                                  |
| 10                  | 3. 3. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства, приложения                                                 | 8                                             | 2                           | 2      | 4   |                      |        |     |                                                                                  |
|                     | <b>4. Аналитическая геометрия на плоскости</b>                                                                                      | 30                                            | 8                           | 8      | 14  |                      |        |     |                                                                                  |
| 11                  | 4.1. Система координат на плоскости. Основные задачи.                                                                               | 6                                             | 2                           | 2      | 2   |                      |        |     | Индивидуальное задание                                                           |
| 12                  | 4.2. Прямая на плоскости. Способы задания.                                                                                          | 8                                             | 2                           | 2      | 4   |                      |        |     |                                                                                  |
| 13                  | 4.3.Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.                                                                        | 8                                             | 2                           | 2      | 4   |                      |        |     |                                                                                  |
| 14                  | 4.4. Линии второго порядка.                                                                                                         | 8                                             | 2                           | 2      | 4   |                      |        |     |                                                                                  |
|                     | <b>5. Аналитическая геометрия в пространстве</b>                                                                                    | 32                                            | 8                           | 16     | 8   |                      |        |     |                                                                                  |
| 15                  | 5.1. Плоскость. Различные уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. | 8                                             | 2                           | 4      | 2   |                      |        |     | Контрольная работа                                                               |
| 16                  | 5.2. Прямая в пространстве. Способы задания. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.                                    | 8                                             | 2                           | 4      | 2   |                      |        |     |                                                                                  |
| 17                  | 5.3.Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.                                                                        | 8                                             | 2                           | 4      | 2   |                      |        |     |                                                                                  |
| 18                  | 5.4. Поверхности второго порядка                                                                                                    | 8                                             | 2                           | 4      | 2   |                      |        |     |                                                                                  |
|                     | Промежуточная аттестация - экзамен                                                                                                  | 36                                            |                             |        |     |                      |        |     | экзамен                                                                          |
| ИТОГО по 1 семестру |                                                                                                                                     | 180                                           | 36                          | 44     | 64  |                      |        |     |                                                                                  |
| Семестр 2           |                                                                                                                                     |                                               |                             |        |     |                      |        |     |                                                                                  |
|                     | <b>1. Комплексные числа</b>                                                                                                         | 22                                            | 4                           | 4      | 14  |                      |        |     | Контрольная работа                                                               |
| 1                   | 1.1. Определение комплексного числа. Комплексная плоскость. Форма записи комплексных чисел.                                         | 11                                            | 2                           | 2      | 7   |                      |        |     |                                                                                  |
| 2                   | 1.2. Операции над комплексными числами.                                                                                             | 11                                            | 2                           | 2      | 7   |                      |        |     |                                                                                  |
|                     | <b>2. Линейные пространства</b>                                                                                                     | 68                                            | 14                          | 14     | 40  |                      |        |     |                                                                                  |
| 3                   | 2.1. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость векторов.                                                                | 10                                            | 2                           | 2      | 6   |                      |        |     | Контрольная работа<br>Коллоквиум                                                 |
| 4                   | 2.2. Размерность и базис векторного                                                                                                 | 10                                            | 2                           | 2      | 6   |                      |        |     |                                                                                  |

| № недели<br>п/п     | Разделы и темы дисциплины<br>по занятиям                                          | Общая<br>трудоём-<br>кость<br>(всего<br>час.) | Трудоемкость занятий (час.) |          |           |                      |        |     | Формы<br>текущего<br>контроля и<br>промежуточно-<br>й аттестации<br>успеваемости |                        |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------|----------|-----------|----------------------|--------|-----|----------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
|                     |                                                                                   |                                               | ОФО                         |          |           | ЗФО                  |        |     |                                                                                  |                        |
|                     |                                                                                   |                                               | Аудиторн.<br>занятия        |          | СРС       | Аудиторн.<br>занятия |        | СРС |                                                                                  |                        |
|                     |                                                                                   |                                               | лекц.                       | практ.   |           | лекц.                | практ. |     |                                                                                  |                        |
|                     | пространства.                                                                     |                                               |                             |          |           |                      |        |     |                                                                                  |                        |
| 5                   | 2.3. Переход к новому базису.                                                     | 10                                            | 2                           | 2        | 6         |                      |        |     |                                                                                  |                        |
| 6                   | 2.4. Линейные подпространства.<br>Сумма и пересечение линейных подпространств.    | 19                                            | 4                           | 4        | 11        |                      |        |     |                                                                                  |                        |
| 7                   | 2.5. Евклидовы пространства.                                                      | 10                                            | 2                           | 2        | 6         |                      |        |     |                                                                                  |                        |
| 8                   | 2.6. Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение                 | 9                                             | 2                           | 2        | 5         |                      |        |     |                                                                                  |                        |
|                     | <b>3. Линейные операторы</b>                                                      | <b>32</b>                                     | <b>6</b>                    | <b>6</b> | <b>20</b> |                      |        |     |                                                                                  |                        |
| 9                   | 3.1. Линейные операторы и их свойства.                                            | 6                                             | 1                           | 1        | 4         |                      |        |     |                                                                                  | Контрольна<br>я работа |
| 10                  | 3.2. Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах. | 6                                             | 1                           | 1        | 4         |                      |        |     |                                                                                  |                        |
| 11                  | 3.3. Преобразование матрицы линейного оператора.                                  | 6                                             | 1                           | 1        | 4         |                      |        |     |                                                                                  |                        |
| 12                  | 3.4. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.              | 6                                             | 1                           | 1        | 4         |                      |        |     |                                                                                  |                        |
| 13                  | 3.5.Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду                   | 8                                             | 2                           | 2        | 4         |                      |        |     |                                                                                  |                        |
|                     | <b>4. Квадратичные формы</b>                                                      | <b>22</b>                                     | <b>4</b>                    | <b>4</b> | <b>14</b> |                      |        |     |                                                                                  |                        |
| 14                  | 4.1. Квадратичные формы.<br>Приведение квадратичной формы к каноническому виду.   | 12                                            | 2                           | 2        | 8         |                      |        |     |                                                                                  | Контрольна<br>я работа |
| 15                  | 4.2. Критерий Сильвестра                                                          | 10                                            | 2                           | 2        | 6         |                      |        |     |                                                                                  |                        |
| 16                  | Промежуточная аттестация -<br>экзамен                                             | 36                                            |                             |          |           |                      |        |     | экзамен                                                                          |                        |
| ИТОГО по 2 семестру |                                                                                   | 180                                           | 28                          | 28       | 88        |                      |        |     |                                                                                  |                        |
|                     | Всего:                                                                            | 360                                           | 64                          | 72       | 152       |                      |        |     |                                                                                  |                        |

### 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

| №<br>п/п                            | Наименование раздела,<br>темы дисциплины | Содержание занятия                                                                                                                   |
|-------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                     | <b>Семестр 1</b>                         |                                                                                                                                      |
| <i>Содержание лекционного курса</i> |                                          |                                                                                                                                      |
| 1                                   | <b>Матричная алгебра</b>                 |                                                                                                                                      |
| 1.1                                 | Матрицы, операции над матрицами          | Понятие матрицы. Виды матриц. Операции над матрицами. Свойства операций. Транспонирование матриц. Свойства транспонированных матриц. |
| 1.2                                 | Определители, их свойства.               | Определители, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителя. Теорема Лапласа.                             |
| 1.3                                 | Обратная матрица. Ранг                   | Обратная матрица. Теорема о существовании обратной                                                                                   |

| №<br>п/п | Наименование раздела,<br>темы дисциплины                                | Содержание занятия                                                                                                                                          |
|----------|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|          | матрицы                                                                 | матрицы. Свойства обратных матриц. Элементарные преобразования над матрицами. Ранг матрицы. Линейные комбинации строк и столбцов. Теорема о ранге матрицы.  |
| 2        | <b>Системы линейных уравнений</b>                                       |                                                                                                                                                             |
| 2.1      | Метод Крамера.                                                          | Линейные уравнения и системы линейных алгебраических уравнений. Решение систем $n$ линейных алгебраических уравнений с $n$ неизвестными по правилу Крамера. |
| 2.2      | Метод обратной матрицы.                                                 | Решение систем линейных алгебраических уравнений и матричных уравнений с помощью обратной матрицы.                                                          |
| 2.3      | Теорема Кронекера-Капелли.                                              | Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Определенные и неопределенные системы. Теорема Кронекера-Капелли                                     |
| 2.4      | Метод Гаусса.                                                           | Решение систем $m$ линейных алгебраических уравнений с $n$ неизвестными методом Гаусса.<br>Однородные системы. Фундаментальная система решений.             |
| 3        | <b>Векторная алгебра (геометрические векторы)</b>                       |                                                                                                                                                             |
| 3.1      | Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами. | Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось, прямую, вектор. Декартовы координаты векторов и точек.                                   |
| 3.2      | Скалярное произведение векторов.                                        | Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение.                                                                             |
| 3.3      | Векторное и смешанное произведение векторов.                            | Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Координатное выражение векторного и смешанного произведения.      |
| 4        | <b>Аналитическая геометрия на плоскости</b>                             |                                                                                                                                                             |
| 4.1      | Система координат на плоскости.                                         | Система координат на плоскости. Основные задачи. Расстояние между точками, деление отрезка в данном отношении.                                              |
| 4.2      | Прямая на плоскости..                                                   | Прямая на плоскости. Способы задания                                                                                                                        |
| 4.3      | Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.                | Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.                                                |
| 4.4      | Линии второго порядка.                                                  | Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола                                                                                                         |
| 5        | <b>Аналитическая геометрия в пространстве</b>                           |                                                                                                                                                             |
| 5.1      | Плоскость.                                                              | Плоскость. Различные уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.                              |
| 5.2      | Прямая в пространстве.                                                  | Прямая в пространстве. Способы задания. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.                                                                 |
| 5.3      | Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.                | Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.                                                                                                    |

| №<br>п/п                               | Наименование раздела,<br>темы дисциплины                                    | Содержание занятия                                                                                                                                                                                                             |
|----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5.4                                    | Поверхности второго<br>порядка                                              | Поверхности второго порядка: эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, конусы, цилиндрические поверхности, поверхности вращения.                                                                                                  |
| <i>Содержание практических занятий</i> |                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                |
| 1                                      | <b>Матричная алгебра</b>                                                    |                                                                                                                                                                                                                                |
| 1.1                                    | Операции над матрицами                                                      | Операции над матрицами. Транспонирование матриц.                                                                                                                                                                               |
| 1.2                                    | Вычисление определителей                                                    | Вычисление определителей методом Сарруса. Вычисление определителей при помощи теоремы Лапласа.                                                                                                                                 |
| 1.3                                    | Нахождение обратных матриц. Вычисление ранга матрицы                        | Нахождение обратных матриц. Элементарные преобразования над матрицами. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Вычисление ранга матрицы.                                                                                       |
| 2                                      | <b>Системы линейных уравнений</b>                                           |                                                                                                                                                                                                                                |
| 2.1                                    | Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Крамера.           | Линейные уравнения и системы линейных алгебраических уравнений. Решение систем $n$ линейных алгебраических уравнений с $n$ неизвестными по правилу Крамера.                                                                    |
| 2.2                                    | Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.  | Решение систем линейных алгебраических уравнений и матричных уравнений с помощью обратной матрицы.                                                                                                                             |
| 2.3                                    | Совместность систем линейных алгебраических уравнений                       | Определение совместности систем линейных алгебраических уравнений при помощи теоремы Кронекера-Капелли.                                                                                                                        |
| 2.4                                    | Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.            | Решение систем $m$ линейных алгебраических уравнений с $n$ неизвестными методом Гаусса.<br>Решение однородных систем. Фундаментальная система решений.                                                                         |
| 3                                      | <b>Векторная алгебра (геометрические векторы)</b>                           |                                                                                                                                                                                                                                |
| 3.1                                    | Линейные операции над векторами.                                            | Линейные операции над векторами. Нахождение проекции вектора на ось, прямую, вектор.                                                                                                                                           |
| 3.2                                    | Применение скалярного произведения векторов для решения задач               | Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Основные задачи.                                                                                                                               |
| 3.3                                    | Применение векторного и смешанного произведения векторов для решения задач. | Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Координатное выражение векторного и смешанного произведения. Основные задачи.                                                        |
| 4                                      | <b>Аналитическая геометрия на плоскости</b>                                 |                                                                                                                                                                                                                                |
| 4.1                                    | Переход от декартовой к полярной системе координат и обратно.               | Переход от декартовой к полярной системе координат и обратно. Расстояние между точками, деление отрезка в данном отношении.                                                                                                    |
| 4.2                                    | Различные способы задания прямой на плоскости.                              | Различные способы задания прямой на плоскости: уравнение прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой, уравнение прямой, проходящей через одну и две заданные точки, уравнение прямой в отрезках на осях, нормальное |

| №<br>п/п                            | Наименование раздела,<br>темы дисциплины                                          | Содержание занятия                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                     |                                                                                   | уравнение прямой, полярное уравнение прямой.                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 4.3                                 | Нахождение угла между двумя прямыми.<br>Нахождение расстояния от точки до прямой. | Нахождение угла между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых<br>Нахождение расстояния от точки до прямой. Расстояние между двумя параллельными прямыми.                                                                                                                                                               |
| 4.4                                 | Линии второго порядка.<br>Решение задач.                                          | Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.<br>Решение задач.                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 5                                   | <b>Аналитическая геометрия в пространстве</b>                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 5.1                                 | Различные способы задания плоскости.                                              | Различные способы задания плоскости: общее уравнение, уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору, уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки, уравнение плоскости в отрезках на осях.. Нахождение угла между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. |
| 5.2                                 | Различные способы задания прямой в пространстве.                                  | Различные способы задания прямой в пространстве: общие уравнения прямой, векторное уравнение прямой, канонические, параметрические уравнения прямой, уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.                                                                                  |
| 5.3                                 | Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.                          | Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Нахождение точки пересечения прямой с плоскостью.                                                                                                                                                                       |
| 5.4                                 | Поверхности второго порядка. Решение задач.                                       | Поверхности второго порядка: эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, конусы, цилиндрические поверхности, поверхности вращения. Решение задач.                                                                                                                                                                                                     |
|                                     | Промежуточная аттестация - экзамен                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|                                     | <b>Семестр 2</b>                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <i>Содержание лекционного курса</i> |                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 1                                   | <b>Комплексные числа</b>                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 1.1.                                | Определение комплексного числа.                                                   | Определение комплексного числа. Комплексная плоскость. Форма записи комплексных чисел.                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 1.2.                                | Операции над комплексными числами.                                                | Операции над комплексными числами.                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 2                                   | <b>Линейные пространства</b>                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 2.1.                                | Линейные векторные пространства. Линейная зависимость векторов                    | Определение линейного (векторного) пространства. Простейшие следствия и аксиом линейного пространства. Линейная зависимость векторов пространства.                                                                                                                                                                                               |
| 2.2.                                | Размерность и базис векторного пространства.                                      | Размерность и базис векторного пространства. Определение, примеры. Теорема о базисе.                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 2.3.                                | Переход к новому базису.                                                          | Переход к новому базису. Матрица перехода. Координаты вектора в новом базисе.                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 2.4.                                | Линейные подпространства.                                                         | Линейные подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Линейная оболочка системы векторов. Базис и                                                                                                                                                                                                                                        |

| №<br>п/п                               | Наименование раздела,<br>темы дисциплины                                                                   | Содержание занятия                                                                                                         |
|----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                        | Линейная оболочка и ее свойства.                                                                           | размерность линейной оболочки.                                                                                             |
| 2.5.                                   | Евклидовы пространства.                                                                                    | Евклидово линейное пространство. Операция скалярного умножения и его свойства. Длина и угол между векторами.               |
| 2.6.                                   | Ортонормированная система векторов.<br>Ортогональное дополнение                                            | Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортогональное дополнение.                                   |
| 3                                      | <b>Линейные операторы</b>                                                                                  |                                                                                                                            |
| 3.1.                                   | Линейные операторы и их свойства.                                                                          | Определение и примеры линейных операторов. Ядро, образ, дефект, ранг линейного оператора. Изоморфизм линейных пространств. |
| 3.2.                                   | Матрица линейного оператора                                                                                | Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах.                                               |
| 3.3.                                   | Преобразование матрицы линейного оператора.                                                                | Преобразование матрицы линейного оператора.                                                                                |
| 3.4.                                   | Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.                                            | Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.                                                            |
| 3.5.                                   | Диагональный вид матрицы линейного оператора                                                               | Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.                                                               |
| 4                                      | <b>Квадратичные формы</b>                                                                                  |                                                                                                                            |
| 4.1.                                   | Квадратичные формы.                                                                                        | Определение квадратичной формы. Квадратичные формы канонического вида. Закон инерции.                                      |
| 4.2.                                   | Критерий Сильвестра                                                                                        | Критерий Сильвестра                                                                                                        |
| <i>Содержание практических занятий</i> |                                                                                                            |                                                                                                                            |
| 1                                      | <b>Комплексные числа</b>                                                                                   |                                                                                                                            |
| 1.1.                                   | Форма записи комплексных чисел.                                                                            | Различные формы записи комплексных чисел. Переход от одной формы записи к другой.                                          |
| 1.2.                                   | Операции над комплексными числами.                                                                         | Операции над комплексными числами в разных формах записи.                                                                  |
| 2                                      | <b>Линейные пространства</b>                                                                               |                                                                                                                            |
| 2.1.                                   | Линейные векторные пространства. Линейная зависимость векторов                                             | Определение линейного пространства. Линейная зависимость векторов                                                          |
| 2.2.                                   | Нахождение размерности и базиса векторного пространства                                                    | Нахождение размерности и базиса векторного пространства                                                                    |
| 2.3.                                   | Переход от одного базиса к другому.                                                                        | Переход от старого базиса к новому и наоборот. Нахождение координат вектора в старом и новом базисах.                      |
| 2.4.                                   | Нахождение суммы и пересечения линейных подпространств. Нахождение базиса и размерности линейной оболочки. | Нахождение суммы и пересечения линейных подпространств. Нахождение базиса и размерности линейной оболочки                  |
| 2.5.                                   | Евклидовы пространства. Нахождение нормы и угла                                                            | Определение евклидова линейного пространства. Операция скалярного умножения. Нахождение нормы и угла между                 |

| №<br>п/п                           | Наименование раздела,<br>темы дисциплины                                    | Содержание занятия                                                                                                                       |
|------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                    | между векторами.                                                            | векторами.                                                                                                                               |
| 2.6.                               | Процесс ортогонализации Грама-Шмидта                                        | Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортогональное дополнение.                                                                          |
| 3                                  | <b>Линейные операторы</b>                                                   |                                                                                                                                          |
| 3.1.                               | Нахождение ядра, образа, дефекта, ранга линейного оператора.                | Определение линейного оператора. Нахождение ядра, образа, дефекта, ранга линейного оператора.                                            |
| 3.2.                               | Нахождение матрицы линейного оператора в разных базисах                     | Нахождение матрицы линейного оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах.                                        |
| 3.3.                               | Преобразование матрицы линейного оператора.                                 | Преобразование матрицы линейного оператора.                                                                                              |
| 3.4.                               | Нахождение собственных векторов и собственных значений линейного оператора. | Характеристический многочлен и характеристическое уравнение. Нахождение собственных векторов и собственных значений линейного оператора. |
| 3.5.                               | Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду                 | Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду                                                                              |
| 4                                  | <b>Квадратичные формы</b>                                                   |                                                                                                                                          |
| 4.1.                               | Приведение квадратичной формы к каноническому виду.                         | Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.                                                                     |
| 4.2.                               | Критерий Сильвестра                                                         | Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра.                                                                              |
| Промежуточная аттестация - экзамен |                                                                             |                                                                                                                                          |

#### 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблицах 7-8.

Таблица 7 - Шкала и показатели оценивания результатов учебной работы обучающихся по видам в балльно-рейтинговой системе (БРС) 1 семестр

| Учебная работа<br>(виды)             | Сумма<br>баллов | Виды и результаты<br>учебной работы                                | Оценка в аттестации<br>(шкала и показатели оценивания)                                             | Баллы<br>(17 недель) |
|--------------------------------------|-----------------|--------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| Текущая учебная<br>работа в семестре | <b>60</b>       | Индивидуальное<br>задание (2 задания)                              | За ИЗ от 5 до 10 баллов<br>5 баллов (пороговое значение)<br>10 баллов (максимальное значение)      | 10-20                |
|                                      |                 | Контрольные работы<br>(защита контрольной<br>работы)<br>(3 работы) | За одну КР от 5 до 10 баллов<br>5 баллов (пороговое значение)<br>10 баллов (максимальное значение) | 15 - 30              |
|                                      |                 | Кейс-задание                                                       | 5 баллов (пороговое значение)<br>10 баллов (максимальное значение)                                 | 5- 10                |

|                                                                                 |    |                   |                                                                    |             |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|-------------------|--------------------------------------------------------------------|-------------|
| Итого по текущей работе в семестре                                              |    |                   |                                                                    | 30 - 60     |
| Промежуточная аттестация (экзамен)                                              | 40 | Решение задачи 1. | 5 баллов (пороговое значение)<br>10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10      |
|                                                                                 |    | Решение задачи 2. | 5 баллов (пороговое значение)<br>10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10      |
|                                                                                 |    | Вопрос билета №1  | 5 баллов (пороговое значение)<br>10 баллов (максимальное значение) | 5 - 10      |
|                                                                                 |    | Вопрос билета №2  | 5 баллов (пороговое значение)<br>10 баллов (максимальное значение) | 5- 10       |
| Итого по промежуточной аттестации (экзамену)                                    |    |                   |                                                                    | 20 – 40 б.  |
| Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации |    |                   |                                                                    | 50 – 100 б. |

Таблица 8 - Шкала и показатели оценивания результатов учебной работы обучающихся по видам в балльно-рейтинговой системе (БРС) 2 семестр

| Учебная работа (виды)                        | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы                          | Оценка в аттестации (шкала и показатели оценивания)                                                | Баллы (17 недель) |
|----------------------------------------------|--------------|-----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| Текущая учебная работа в семестре            | 60           | Контрольные работы (защита контрольной работы) (4 работы) | За одну КР от 5 до 10 баллов<br>5 баллов (пороговое значение)<br>10 баллов (максимальное значение) | 20- 40            |
|                                              |              | Коллоквиум                                                | 10 баллов (пороговое значение)<br>20 баллов (максимальное значение)                                | 10- 20            |
| Итого по текущей работе в семестре           |              |                                                           |                                                                                                    | 30 - 60           |
| Промежуточная аттестация (экзамен)           | 40           | Решение задачи 1.                                         | 5 баллов (пороговое значение)<br>10 баллов (максимальное значение)                                 | 5 - 10            |
|                                              |              | Решение задачи 2.                                         | 5 баллов (пороговое значение)<br>10 баллов (максимальное значение)                                 | 5 - 10            |
|                                              |              | Вопрос билета №1                                          | 5 баллов (пороговое значение)<br>10 баллов (максимальное значение)                                 | 5 - 10            |
|                                              |              | Вопрос билета №2                                          | 5 баллов (пороговое значение)<br>10 баллов (максимальное значение)                                 | 5- 10             |
| Итого по промежуточной аттестации (экзамену) |              |                                                           |                                                                                                    | 20 – 40 б.        |
| Суммарная оценка по дисциплине:              |              | Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации           |                                                                                                    | 50 – 100 б.       |

В промежуточной аттестации оценка выставляется в ведомость в 100-балльной шкале и в буквенном эквиваленте (таблица 9)

Таблица 9 – Соотнесение 100-балльной шкалы и буквенного эквивалента оценки

| Сумма набранных баллов | Уровни освоения дисциплины и компетенций | Экзамен |                      | Зачет                |
|------------------------|------------------------------------------|---------|----------------------|----------------------|
|                        |                                          | Оценка  | Буквенный эквивалент | Буквенный эквивалент |
| 86 - 100               | Продвинутый                              | 5       | отлично              | Зачтено              |
| 66 - 85                | Повышенный                               | 4       | хорошо               |                      |
| 51 - 65                | Пороговый                                | 3       | удовлетворительно    |                      |
| 0 - 50                 | Первый                                   | 2       | неудовлетворительно  | Не зачтено           |

## 5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины.

### 5.1 Учебная литература

#### Основная учебная литература

1. Рудык, Б.М. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебн. пособие / Б.М. Рудык – Электрон. текстовые дан. – Москва : ИНФРА-М, 2013. – 318 с. – Режим доступа:

<http://znanium.com/bookread2.php?book=363158>

2. Борताковский, А.С. Линейная алгебра в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебн. пособие / А.С. Борताковский, А.В. Пантелеев – Электрон. текстовые дан. – Москва : ИНФРА-М, 2015. – 592 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=494895>

#### **Дополнительная учебная литература**

1. Шершнева, В.Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии [Электронный ресурс]: учебн. пособие / В.Г. Шершнева – Электрон. текстовые дан. – Москва : ИНФРА-М, 2014. – 168 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=318084>

2. Индивидуальные задания по высшей математике: [Электронный ресурс]: учебн. пособие. В 4 ч. Ч. 1 Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной / А.П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А.П. Рябушко – 7-е изд. – Электрон. текстовые дан. – Минск : Выш. шк., 2013. – 304 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=508859>

3. Бортаковский, А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум [Электронный ресурс]: учебн. пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев – Электрон. текстовые дан. – Москва : ИНФРА-М, 2015. – 352 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=476097>

4. Бутузов В. Ф. Линейная алгебра в вопросах и ответах [Текст] : учебное пособие для вузов / В. Ф. Бутузов, Н. Ч. Крутицкая, А. А. Шишкин ; под ред. В. Ф. Бутузова. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 247 с.

5. Ильин В. А. Линейная алгебра [Текст] : учебник. - Издание 6-е, стереотипное. - Москва : Физматлит, 2005. - 280 с. - (Курс высшей математики и математической физики ; вып. 4). - Гриф МО "Рекомендовано".

6. Линейная алгебра [Текст] : методические указания к практической и самостоятельной работам / Новокузнецкий филиал-институт ГОУ ВПО "КемГУ", Факультет информационных технологий, Кафедра математики и математического моделирования; сост. Ю. В. Шпакова. - Новокузнецк, 2010. - 27 с.

7. Канатников, А. Н. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник для вузов. - Москва : Академия, 2009. - 208 с. - (Университетский учебник). - Гриф МО "Рекомендовано"

8. Алгебра и геометрия : [Электронный ресурс] учеб. пособие : / Г.И. Шуман, О.А. Волгина, Н.Ю. Голодная. – Электрон. текстовые дан.– Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2018. — (Высшее образование). – 160 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=908228>

9. Алгебра и геометрия. Сборник задач и решений с применением системы Maple [Электронный ресурс]: учеб. пособие / М.Н. Кирсанов, О.С. Кузнецова. – Электрон. текстовые дан.— Москва : ИНФРА-М, 2017. — 272 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=648409>

10. Линейная алгебра и многомерная геометрия [Электронный ресурс]: учеб. пособие /Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р., 3-е изд. – Электрон. текстовые дан. - Москва: Физматлит, 2004. - 464 с.: ISBN 978-5-9221-0386-5 <http://znanium.com/bookread2.php?book=544609>

#### **5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины.**

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

|                                                                                                                                                                                     |                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| 712 Учебная аудитория (мультимедийная) для проведения:<br>- занятий лекционного типа;<br>- занятий семинарского (практического) типа;<br>- групповых и индивидуальных консультаций. | 654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> <i>стационарное</i> -компьютер, экран, проектор, акустическая система.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b></p> |                                                                                      |
| <p><b>229 а</b> Учебная аудитория для проведения:<br/>- занятий лекционного тип.</p> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, парты.</p> <p><b>Оборудование:</b> микшер-усилитель, системный блок, экран настенный с электроприводом, проектор, акустическая система.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с доступом в ЭИОС.</b></p>                                                                                                     | <p>654041, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, ул. Циолковского, д.23</p> |
| <p><b>333</b> Учебная аудитория для проведения<br/>- занятий семинарского (практического) типа;<br/>- групповых и индивидуальных консультаций.</p> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование:</b> <i>переносное</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b>MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с доступом в ЭИОС.</b></p>                                                                                       | <p>654041, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, ул. Циолковского, д.23</p> |
| <p><b>107 Малый зал.</b> Учебная аудитория для проведения:<br/>- занятий лекционного типа.</p> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, секции кресел с пюпитрами.</p> <p><b>Оборудование:</b> компьютер, проектор, акустическая система, микшер-усилитель, громкоговоритель потолочный.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b>MSWindows (MicrosoftImaginePremium 3 year по лицензионному договору №1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно</p>                                                                                                                                                    | <p>654041, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, ул. Циолковского, д.23</p> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| распространяемое ПО).<br><b>Интернет с доступом в ЭИОС.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                       |
| <b>617</b> Учебная аудитория для проведения:<br>- занятий семинарского (практического) типа;<br>- групповых и индивидуальных консультаций.<br><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья.<br><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> переносное - ноутбук, экран, проектор.<br><b>Используемое программное обеспечение:</b> MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).<br><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b>       | 654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19 |
| <b>606</b> Учебная аудитория для проведения:<br>- занятий семинарского (практического) типа;<br>- групповых и индивидуальных консультаций.<br><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья.<br><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> <i>переносные</i> - ноутбук, экран, проектор.<br><b>Используемое программное обеспечение:</b> M Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).<br><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b> | 654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19 |
| <b>615</b> Учебная аудитория (мультимедийная) для проведения:<br>- занятий лекционного типа.<br><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья.<br><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> <i>стационарное</i> - компьютер, экран, проектор, акустическая система (колонки).<br><b>Используемое программное обеспечение:</b> Ubuntu Linux(свободно распространяемое ПО), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).<br><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b>                                                                                                                                                                           | 654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19 |
| <b>605</b> Учебная аудитория для проведения:<br>- групповых и индивидуальных консультаций;<br>- текущего контроля и промежуточной аттестации.<br><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| <p>меловая, кафедра, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование:</b> <i>переносное</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MSWindows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с доступом в ЭИОС.</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                              |
| <p><b>718</b> Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- занятий семинарского (практического) типа;</li> <li>- групповых и индивидуальных консультаций.</li> </ul> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> переносное - ноутбук, экран, проектор.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b></p> | <p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19</p> |
| <p><b>614</b> Учебная аудитория для проведения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- занятий лекционного типа;</li> <li>- групповых и индивидуальных консультаций.</li> </ul> <p><b>Специализированная (учебная) мебель:</b> доска меловая, кафедра, столы, стулья.</p> <p><b>Оборудование для презентации учебного материала:</b> <i>переносное</i> - ноутбук, экран, проектор.</p> <p><b>Используемое программное обеспечение:</b> MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по лицензионному договору № 1212/KMP от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), FoxitReader (свободно распространяемое ПО), Firefox 14 (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО).</p> <p><b>Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС.</b></p>           | <p>654079, Кемеровская область, г. Новокузнецк, пр-кт Metallургов, д. 19</p> |

### 5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

#### Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. *Общероссийский математический портал (информационная система)* - <http://www.mathnet.ru/>
2. *Mathcad-справочник по высшей математике* - <http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp>

## 6 Иные сведения и (или) материалы.

### 6.1. Примерные темы письменных учебных работ

#### 6.1.1. Индивидуальное задание по теме «Матричная алгебра»

1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -2 & -5 & -1 & 3 \\ 2 & -5 & 9 & 1 \\ 3 & -1 & 5 & -5 \\ 2 & 18 & -7 & -10 \end{vmatrix}$$

2. Доказать тождество:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$$

3. Найти значение многочлена  $f(x)$  от матрицы  $A$ :

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Решить матричное уравнение. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Найти ранг матрицы  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 5 & 6 \\ 3 & -5 & 2 & -8 & -11 \\ 2 & 4 & 2 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

#### 6.1.2. Контрольная работа по теме «Системы линейных уравнений»

1. Решить систему линейных уравнений:  
методом Гаусса.

а) методом Крамера;  
проверку.

б) методом Гаусса;

в) при помощи обратной матрицы.

2. Решить систему линейных уравнений

Найти общее решение, частное, сделать

$$\begin{cases} 3X_1 + 2X_2 + X_3 = 5, \\ 2X_1 + 3X_2 + X_3 = 1, \\ 2X_1 + X_2 + 3X_3 = 11. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2X_1 - X_2 + 3X_3 - X_4 + X_5 = 3 \\ 3X_1 + 4X_2 - X_3 + 4X_4 = 2 \\ X_1 + 5X_2 - 4X_3 + 5X_4 - X_5 = -1 \\ 4X_1 + 9X_2 - 5X_3 + 9X_4 - X_5 = 1 \end{cases}$$

#### 6.1.3. Кейс-задание по теме «Системы линейных уравнений»

Автозавод известного бренда производит 4 вида легковых автомобилей закрытого типа: седан, лимузин, универсал и купе. При этом используются материалы четырех типов: М1, М2, М3, М4. Нормы расхода каждого из них на один вид автомобиля и объем расхода

материала на 1 день заданы таблицей (см. таблицу). Найти ежедневный объем выпуска каждого вида автомобиля.

| Вид материала | Нормы расхода материала на один автомобиль, ед. изм. |           |      |         | Расход материала на 1 день, ед. изм. |
|---------------|------------------------------------------------------|-----------|------|---------|--------------------------------------|
|               | седан                                                | универсал | купе | лимузин |                                      |
| M1            | 2                                                    | 3         | 1    | 4       | 1120                                 |
| M2            | 2                                                    | 1         | 5    | 2       | 1360                                 |
| M3            | 1                                                    | 2         | 3    | 1       | 980                                  |
| M4            | 2                                                    | 3         | 1    | 1       | 1030                                 |

#### 6.1.4. Контрольная работа по темам: «Векторная алгебра», «Аналитическая геометрия в пространстве»

Даны координаты вершин пирамиды  $A_1(4, 2, 5)$ ,  $A_2(0, 7, 2)$ ,  $A_3(0, 2, 7)$ ,  $A_4(1, 5, 0)$ .  
Найти: а) длину ребра  $A_1A_2$ ; б) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ; в) объем пирамиды; г) уравнение плоскости  $A_1A_2A_3$ ; д) угол между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$ ; е) уравнение высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ ; ж) длину высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ .

#### 6.1.5. Индивидуальное задание по теме «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Уравнение одной из сторон квадрата  $x+3y-5=0$ . Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если  $(-1;0)$  – точка пересечения его диагоналей.
2. Даны уравнения одной из сторон ромба  $2x+y-5=0$  и одной из его диагоналей  $y-1=0$ . Диагонали ромба пересекаются в точке  $(3;1)$ . Найти уравнения остальных сторон ромба.
3. Уравнения двух сторон параллелограмма  $x+2y+2=0$  и  $x+y=0$ , а уравнение одной из его диагоналей  $x+2=0$ . Найти координаты вершин параллелограмма.
4. Даны две вершины  $A(-3, 3)$  и  $B(5, -1)$  и точка  $D(4, 3)$  пересечения высот треугольника. Составить уравнения его сторон.
5. Даны вершины  $A(1, 1)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(4, 1)$  трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ). Известно, что диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Найти координаты вершины  $D$  этой трапеции.
6. Даны уравнения двух сторон треугольника  $5x-4y+15=0$  и  $4x+y-9=0$ . Его медианы пересекаются в точке  $(0, 2)$ . Составить уравнение третьей стороны треугольника.
7. Даны две вершины  $A(2;-2)$ ,  $B(3;-1)$  и точка  $P(1;0)$  пересечения медиан треугольника  $ABC$ . Составить уравнение высоты треугольника, проведенной через третью вершину  $C$ .

#### 6.1.6. Контрольная работа по теме «Комплексные числа»

1. Дано:  $z_1 = 2 + i$ ,  $z_2 = -3 + 2i$ . Найти:  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $z_1 / z_2$ .
2. Дано:  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = -1 + i$ . Найти  $z_1^5$ ,  $\sqrt[3]{z_2}$ .
3. Решить уравнение: а)  $x^2 + x + 4 = 0$  б)  $x^4 - 6x^2 + 25 = 0$
4. Построить на комплексной плоскости множество точек  $z$ , удовлетворяющих условиям:  
 $\operatorname{Re} z \leq 2$ ;  $|\operatorname{Im} z| \leq 1$

### 6.1.7. Контрольная работа по теме «Линейные пространства»

1. Показать, что векторы  $a = (2, 3, 4)$   $b = (2, 1, 5)$   $c = (-1, 0, 1)$  образуют базис и найти координаты вектора  $d = (3, -4, 2)$  в этом базисе.
2. В базисе  $e_1, e_2, e_3$  задан вектор  $x = (2, 3, 4)$ . Найти координаты этого вектора в базисе  $e_1^*, e_2^*, e_3^*$ , если
 
$$\begin{cases} e_1 - 2e_2 + 3e_3 = e_1^*, \\ 2e_1 + 3e_2 - 4e_3 = e_2^*, \\ 3e_1 - 2e_2 - 5e_3 = e_3^*. \end{cases}$$
3. В евклидовом пространстве  $R^4$  подпространство  $L$  задано системой уравнений
 
$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 - X_3 + X_4 = 0, \\ 2X_1 + X_2 - 3X_3 = 0, \\ 3X_1 + 4X_2 - 4X_3 + X_4 = 0. \end{cases}$$
 Найти ортогональный базис в  $L$ .

### 6.1.8. Коллоквиум

1. Является ли линейным пространством множество, всех:
  - матриц размера  $m \times n$ ;
  - диагональных матриц порядка  $n$ ;
  - невырожденных матриц.
2. Являются ли векторы  $\vec{a}_1 = (5; 4; 3)$ ,  $\vec{a}_2 = (3; 3; 2)$ ,  $\vec{a}_3 = (8; 1; 3)$  линейно зависимыми?
3. Показать, что система векторов  $\vec{e}_1 = (1; 2; 3)$   $\vec{e}_2 = (3; 0; 2)$   $\vec{e}_3 = (-2; 1; 1)$  образует базис в  $R^3$  и найти координаты вектора  $\vec{c} = (4; 2; -1)$  в этом базисе.

$$4. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

Множество решений однородной системы образует линейное пространство. Найти размерность этого пространства и какой-нибудь базис в нем.

5. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  перехода от базиса  $(e_1, e_2, e_3)$  к базису  $(c_1, c_2, c_3)$ . Найти

координаты векторов  $e_1, e_2, e_3$  в базисе  $c_1, c_2, c_3$ .

6. Является ли линейным подпространством в пространстве матриц порядка  $n$  подмножество, образованное всеми:  
 - матрицами с нулевой первой строкой;  
 - нижнетреугольными матрицами;  
 - невырожденными матрицами.
7. Подпространства  $L_1 = L(a_1, a_2, a_3)$ ,  $L_2 = L(b_1, b_2, b_3)$  натянуты на следующие системы векторов:  $\vec{a}_1 = (1; 2; 1)$ ,  $\vec{a}_2 = (1; 1; -1)$ ,  $\vec{a}_3 = (1; 3; 3)$ ;  
 $\vec{b}_1 = (2; 3; -1)$ ,  $\vec{b}_2 = (1; 2; 2)$ ,  $\vec{b}_3 = (1; 1; -3)$ . Найти базисы и размерности подпространств  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_1 + L_2$ .

8. Найти базис линейной оболочки системы векторов:  $\vec{e}_1 = (1; 0; 0; -1)$ ,  $\vec{e}_2 = (2; 1; 1; 0)$ ,  
 $\vec{e}_3 = (1; 1; 1; 1)$ ,  $\vec{e}_4 = (1; 2; 3; 4)$ ,  $\vec{e}_5 = (0; 1; 2; 3)$ .
9. Векторы  $e_1, e_2, e_3$  образуют ортогональный базис. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{x} = 2e_1 - 3e_2 + 4e_3$  и  $\vec{y} = e_1 + e_2 - 5e_3$  и их длины, если  $|e_1| = 1$ ,  $|e_2| = 2$ ,  $|e_3| = 2$ .

10. Для каких векторов неравенство Коши-Буняковского превращается в равенство?

11. В евклидовом арифметическом пространстве  $R^4$  найти угол между векторами  $\vec{a} = (2; 1; 1; 0)$  и  $\vec{b} = (1; 2; 3; 4)$ .

- 12-14. В евклидовом пространстве  $R^4$  подпространство  $V$  задано системой уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

Найти по одному ортогональному базису в пространствах  $V$ , его ортогональном дополнении  $W$  и  $R^4$ .

15. Является ли оператор  $A(x) = (x_1 - x_2; 2x_1 + x_3; x_2 - 2x_3)$  линейным, если вектор  $\vec{x} = (x_1; x_2; x_3)$ ?

16-17. Линейный оператор задан матрицей  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  в некотором базисе. Найти

базис ядра и дефект линейного оператора.

18. Найти (в том же базисе) координаты вектора  $y = A(x)$ , если оператор задан матрицей  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  и  $\vec{x} = 2e_1 + e_2 - e_3$ .

19-20. Матрица линейного оператора в базисе  $(e_1, e_2, e_3)$  имеет вид  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

Найти матрицу этого оператора в базисе  $(c_1, c_2, c_3)$ , если

$$\vec{c}_1 = 2e_1 + e_2 - e_3, \quad \vec{c}_2 = e_1 + 3e_2 + e_3, \quad \vec{c}_3 = e_1 - 2e_2 + 3e_3.$$

### 6.1.9. Контрольная работа по теме «Линейные операторы. Квадратичные формы»

1. Найти матрицу  $A^*$  линейного оператора в базисе  $e_1^*, e_2^*$ , заданного матрицей  $A$  в базисе

$$e_1, e_2 \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} e_1^* = e_2 \\ e_2^* = e_1 + e_2 \end{matrix}$$

2. Линейный оператор задан матрицей  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 4 & 5 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$  в базисе  $e_1, e_2, e_3$ .

Найти базис ядра и дефект линейного оператора.

3. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей  $A$  в базисе  $e_1, e_2, e_3$ .

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Привести к диагональному виду матрицу  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ .

5. Дана квадратичная форма  $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 5x_2^2 + 8x_3^2 + 3x_1x_2 - 2x_1x_3 + 8x_2x_3$

Записать ее в матричном виде.

6. Привести квадратичную форму к каноническому виду.  $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_1x_2 + 4x_2x_3$ .

7. Исследовать на знакоопределенность квадратичную форму

$$L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2.$$

## 6.2. Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 10 - Примерные теоретические вопросы и практические задания к экзамену  
Семестр 1

| Разделы и темы                                                                                                | Примерные теоретические вопросы                                                                                                         | Примерные практические задания                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1. Матричная алгебра</b>                                                                                   |                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 1.1 Матрицы, операции над матрицами                                                                           | 1. Матрицы, виды матриц<br>2. Операции над матрицами.                                                                                   | 1. Найти матрицу $D=ABC-3E$ , где $A= \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ , $B= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ , $C=(2 \ 0 \ 5)$ , $E$ – единичная матрица.<br>2. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы $A$ : $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ ,<br>$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ . |
| 1.2. Определители, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам ряда | 3. Свойства определителей.<br>4. Вычисление определителей.                                                                              | 3. Вычислить определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ .<br>4. Вычислить определитель:<br>$\begin{vmatrix} -2 & -5 & -1 & 3 \\ 2 & -5 & 9 & 1 \\ 3 & -1 & 5 & -5 \\ 2 & 18 & -7 & -10 \end{vmatrix}$                                                                                                               |
| 1.3. Обратная матрица. Ранг матрицы                                                                           | 5. Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы.<br>6. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы, его вычисление. | 5. Найти матрицу $B=11 \cdot (A-1)/+A/$ ,<br>$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ .<br>6. Найти ранг матрицы $A$ :<br>$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 5 & 4 \\ 2 & -4 & 7 & 4 \\ 3 & -1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$                                                                                                         |
| <b>2. Системы линейных уравнений</b>                                                                          |                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 2.1. Решение систем $n$ линейных алгебраических уравнений с $n$ неизвестными                                  | 7. Системы линейных алгебраических уравнений.<br>8. Решение систем линейных                                                             | 7. Решить систему линейных уравнений методом Крамера. $\begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_3 = -1, \\ 2X_1 - X_2 + 2X_3 = -4, \\ 4X_1 + X_2 + 4X_3 = -2. \end{cases}$                                                                                                                                                                                                           |

|                                                                                                         |                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| методом Крамера.                                                                                        | уравнений методом Крамера.                                                                                                                      | 8. $\begin{cases} X_1 - 2X_2 + 3X_3 = 6, \\ 2X_1 + 3X_2 - 4X_3 = 20, \\ 3X_1 - 2X_2 - 5X_3 = 6. \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 2.2. Решение систем линейных алгебраических уравнений и матричных уравнений с помощью обратной матрицы. | 9 Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.<br>10 Решение матричных уравнений                                               | 9. Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы.<br>$\begin{cases} X_1 - 2X_2 + 3X_3 = 6, \\ 2X_1 + 3X_2 - 4X_3 = 20, \\ 3X_1 - 2X_2 - 5X_3 = 6. \end{cases}$<br>10. Решить матричное уравнение. Сделать<br>$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$<br>проверку.                                       |
| 2.3. Теорема Кронекера-Капелли.                                                                         | 11 Исследование систем линейных уравнений.<br>12 Теорема Кронекера-Капелли.                                                                     | 11. Совместна ли система?<br>$\begin{cases} X_1 + 2X_2 - 3X_3 + X_4 - 3X_5 = 2, \\ 2X_1 - X_2 + X_3 - 4X_4 + X_5 = 1, \\ 3X_1 + X_2 - 2X_3 - 3X_4 - 2X_5 = 3. \end{cases}$<br>12.<br>$\begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_3 = -1, \\ 2X_1 - X_2 + 2X_3 = -4, \\ 4X_1 + X_2 + 4X_3 = -2. \end{cases}$                                                                                                  |
| 2.4. Решение систем $m$ линейных алгебраических уравнений с $n$ неизвестными методом Гаусса.            | 13 Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.<br>14 Однородные системы линейных уравнений.                                               | 13. Решить систему методом Гаусса, найти общее решение. частное, сделать проверку.<br>$\begin{cases} X_1 + 2X_2 - 3X_3 + X_4 - 3X_5 = 2, \\ 2X_1 - X_2 + X_3 - 4X_4 + X_5 = 1, \\ 3X_1 + X_2 - 2X_3 - 3X_4 - 2X_5 = 3. \end{cases}$<br>14. Найти ФНР однородной системы.<br>$\begin{cases} X_1 + 3X_2 - X_3 + X_4 = 0, \\ 2X_1 + X_2 - 3X_3 = 0, \\ 3X_1 + 4X_2 - 4X_3 + X_4 = 0. \end{cases}$ |
| <b>3. Векторная алгебра (геометрические векторы)</b>                                                    |                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 3.1. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами.                            | 15 Линейные операции над векторами.<br>16 Ортогональная проекция вектора на ось. Свойства проекции.                                             | 15. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi = 120^\circ$ , причем $ \vec{a}  = 3$ и $ \vec{b}  = 5$ Найти $ \vec{a} + \vec{b} $ и $ \vec{a} - \vec{b} $ .<br>16. Найти $pr_{\vec{c}}(2\vec{a} + 3\vec{b})$ , если $\vec{a} = (1; 2; -4)$ , $\vec{b} = (5; 3; 2)$ , $\vec{c} = (-3; 2; 1)$ .                                                                                       |
| 3.2. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение.                    | 17 Разложение вектора по базису. Направляющие косинусы. Операции над векторами в координатной форме.<br>18 Скалярное произведение векторов, его | 17. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{a}_1 = (1; 2; 0)$ , $\vec{a}_2 = (3; -1; 1)$ , $\vec{a}_3 = (0; 1; 1)$ базис в $R^3$ .<br>18. Найти угол ВСА в треугольнике ABC, если A(1;3;2), B(3;4;2), C(2;5;1).                                                                                                                                                                                    |

|                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                     | свойства и приложения.                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 3. 3. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства, приложения | 19 Векторное произведение векторов, его свойства и приложения.<br>20 Смешанное произведение векторов, его свойства и приложения.                                                                                                      | 19. Найти площадь треугольника ABC, если $A(1;3;2)$ , $B(3;4;2)$ , $C(2;5;1)$ .<br>20. Найти объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ , если $A_1(3;5;4)$ , $A_2(8;7;4)$ , $A_3(5;10;4)$ , $A_4(4;7;8)$ .                                                                                    |
| <b>4. Аналитическая геометрия на плоскости</b>                                      |                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 4.1. Система координат на плоскости. Основные задачи.                               | 21 Прямоугольная и полярная системы координат на плоскости.<br>22 Деление отрезка в данном отношении.                                                                                                                                 | 21. Найти координаты точек в полярной системе координат.<br>$A(-1;1)$ , $B(0;-1)$ , $C(\sqrt{3};1)$ .<br>22. Даны две вершины треугольника $A(3;8)$ , $B(10;2)$ и точка пересечения медиан $M(1;1)$ . Найти координаты третьей вершины треугольника.                              |
| 4.2. Прямая на плоскости. Способы задания.                                          | 23 Уравнение прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой, уравнение прямой, проходящей через одну и две заданные точки.<br>24 Уравнение прямой в отрезках на осях, нормальное уравнение прямой, полярное уравнение прямой. | 23. Написать уравнения прямых, проходящих через начало координат под углом $45^\circ$ к прямой $y = 4 - 2x$ .<br>24. Уравнение одной из сторон квадрата $X + 3Y - 5 = 0$ . Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если $(-1, 0)$ – точка пересечения его диагоналей. |
| 4.3. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.                       | 25 Угол между двумя прямыми на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.<br>26 Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.                                                    | 25. Среди прямых найти параллельные и перпендикулярные.<br>а) $x - 2y + 3 = 0$ ;<br>б) $-2x + 4y + 5 = 0$ ;<br>в) $-2x + y - 3 = 0$ ;<br>г) $-2x + 4y - 6 = 0$ .<br>26. Показать, что прямые $3x + y - 2 = 0$ и $6x + 2y + 1 = 0$ параллельны и найти расстояние между ними.      |
| 4.4. Линии второго порядка.                                                         | 27 Исследование формы эллипса по его уравнению.<br>28 Исследование формы гиперболы по ее уравнению.<br>29 Каноническое уравнение параболы                                                                                             | 27. На прямой $x + 5 = 0$ найти точку, одинаково удаленную от левого фокуса и верхней вершины эллипса $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$<br>28. Через точку $M(0;-1)$ и правую вершину гиперболы $3x^2 - 4y^2 = 12$ проведена прямая. Найти вторую точку пересечения прямой с   |

|                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                        | (вывод и исследование).                                                                                                                                                                                                                                             | гиперболой.<br>29. Написать уравнение окружности, имеющей центр в фокусе параболы $y^2 = 4x$ и касающейся ее директрисы. Найти точки пересечения параболы и окружности.                                                                                                                  |
| <b>5. Аналитическая геометрия в пространстве</b>                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 5.1. Плоскость.<br>Различные уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. | 30 Общее уравнение плоскости. Уравнения плоскости, проходящей через одну и три заданные точки. Уравнение плоскости в отрезках на осях.<br>31 Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. | 30. Найти уравнение плоскости, проходящей через начало координат и через точки $P(4;-2;1)$ и $Q(2;4;-3)$ .<br>31. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;2;-2)$ и параллельной плоскости $x-2y-3z=0$<br>32. Найти угол между плоскостями $x-2y-3z=0$ и $2x-4y+5z-1=0$ |
| 5.2. Прямая в пространстве.<br>Способы задания. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.                                    | 32 Общие уравнения прямой линии в пространстве. Векторное, параметрические и канонические уравнения прямой.<br>33 Угол между двумя прямыми в пространстве. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.                                                      | 33. Уравнения прямой $\begin{cases} 2x + y + 8z - 16 = 0 \\ x - 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$ написать в канонической форме.<br>34. Найти угол прямой $\begin{cases} y + 2z - 1 = 0 \\ x - 2z + 1 = 0 \end{cases}$ с прямой, проходящей через начало координат и через точку $M(2;2;-2)$ . |
| 5.3. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.                                                                          | 34 Расстояние от точки до прямой в пространстве.<br>35 Угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.                                                                                                                     | 35. Найти расстояние между параллельными прямыми. $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ ;<br>$\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$<br>36. Найти угол прямой $\begin{cases} y + 2z - 1 = 0 \\ x - 2z + 1 = 0 \end{cases}$ с плоскостью $x-2y-3z+3=0$                    |
| 5.4. Поверхности второго порядка                                                                                                       | 36 Поверхности второго порядка. Эллипсоиды, гиперболоиды.<br>37 Поверхности                                                                                                                                                                                         | 37. Составить уравнение сферы, если точки $M(4;-1;-3)$ и $N(0;3;-1)$ являются концами одного из ее диаметров.<br>38. Определить вид поверхности $x^2 - 2x + y^2 - 4y - 2z = 0$                                                                                                           |

|                                       |                                             |  |
|---------------------------------------|---------------------------------------------|--|
|                                       | второго порядка.<br>Параболоиды,<br>конусы. |  |
| Промежуточная<br>аттестация - экзамен |                                             |  |

## Семестр 2

| Разделы и темы                                                                              | Примерные<br>теоретические вопросы                                                                                                             | Примерные практические задания                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1. Комплексные числа</b>                                                                 |                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 1.1. Определение комплексного числа. Комплексная плоскость. Форма записи комплексных чисел. | 1. Определение комплексного числа. Геометрическое изображение комплексных чисел.<br>2. Формы записи комплексных чисел.                         | 1. Дано: $z_1 = 2 + i$ , $z_2 = -3 + 2i$ . Найти: $z_1 + z_2$ , $z_1 \cdot z_2$ , $z_1 / z_2$ .<br>2. Дано: $z_1 = 1 + i$ , $z_2 = -1 + i$ . Найти $z_1^5$ , $\sqrt[3]{z_2}$ .                                                                                                                                 |
| 1.2. Операции над комплексными числами.                                                     | 3. Действия над комплексными числами в алгебраической форме записи.<br>4. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме записи. | 3. Даны два комплексных числа $z_1 = 1 - \frac{7}{2}i$ , $z_2 = -7 - 2i$ . Найти значение выражения $\left( \frac{1 - \frac{7}{2}i}{-7 - 2i} \right)^{-4}$ в алгебраической форме,<br>4. Для числа $z = 2 - 2\sqrt{3}i$ найти тригонометрическую форму, найти $z^{20}$ , найти корни уравнения $w^3 + z = 0$ . |
| <b>2. Линейные пространства</b>                                                             |                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 2.1. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость векторов.                        | 5. Линейные пространства. Определение, примеры.<br>6. Линейная зависимость и независимость векторов.                                           | 5. Является ли линейным пространством множество, всех: матриц размера $m \times n$ ; диагональных матриц порядка $n$ ; невырожденных матриц.<br>6. Являются ли векторы $\vec{a}_1 = (5; 4; 3)$ , $\vec{a}_2 = (3; 3; 2)$ , $\vec{a}_3 = (8; 1; 3)$ линейно зависимыми?                                         |
| 2.2. Размерность и базис векторного пространства.                                           | 7. Базис и размерность линейного пространства.<br>8. Разложение вектора по базису                                                              | 7. Показать, что система векторов $\vec{e}_1 = (1; 2; 3)$ , $\vec{e}_2 = (3; 0; 2)$ , $\vec{e}_3 = (-2; 1; 1)$ образует базис в $R^3$ и найти координаты вектора $\vec{c} = (4; 2; -1)$ в этом базисе.<br>8. Множество решений однородной системы                                                              |

|                                                                                                              |                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                              |                                                                                                                                                             | $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$ <p>образует линейное пространство. Найти размерность этого пространства и какой-нибудь базис в нем.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 2.3. Переход к новому базису.                                                                                | 9. Переход к новому базису.                                                                                                                                 | <p>9. Дана матрица <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 1 &amp; 3 \\ 0 &amp; 4 &amp; 1 \\ -1 &amp; 2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math> перехода от базиса <math>(e_1, e_2, e_3)</math> к базису <math>(c_1, c_2, c_3)</math>. Найти координаты векторов <math>e_1, e_2, e_3</math> в базисе <math>c_1, c_2, c_3</math>.</p> <p>10. В базисе <math>e_1, e_2, e_3</math> задан вектор <math>x = (2, 3, 4)</math>. Найти координаты этого вектора в базисе <math>e_1^*, e_2^*, e_3^*</math> если</p> $\begin{cases} e_1 - 2e_2 + 3e_3 = e_1^*, \\ 2e_1 + 3e_2 - 4e_3 = e_2^*, \\ 3e_1 - 2e_2 - 5e_3 = e_3^*. \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 2.4. Линейные подпространства. Сумма и пересечение линейных подпространств. Линейная оболочка и ее свойства. | <p>10 Линейные подпространства. Определение, примеры.</p> <p>11 Пересечение и сумма линейных подпространств.</p> <p>12 Линейная оболочка и ее свойства.</p> | <p>11. Является ли линейным подпространством в пространстве матриц порядка <math>n</math> подмножество, образованное всеми:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- матрицами с нулевой первой строкой;</li> <li>- нижнетреугольными матрицами;</li> <li>- невырожденными матрицами.</li> </ul> <p>12. Подпространства <math>L_1 = L(a_1, a_2, a_3)</math>, <math>L_2 = L(b_1, b_2, b_3)</math> натянуты на следующие системы векторов: <math>\vec{a}_1 = (1; 2; 1)</math>, <math>\vec{a}_2 = (1; 1; -1)</math>, <math>\vec{a}_3 = (1; 3; 3)</math>, <math>\vec{b}_1 = (2; 3; -1)</math>, <math>\vec{b}_2 = (1; 2; 2)</math>, <math>\vec{b}_3 = (1; 1; -3)</math>. Найти базисы и подпространств <math>L_1, L_2, L_1 + L_2</math>.</p> <p>13. Найти базис линейной оболочки системы векторов: <math>\vec{e}_1 = (1; 0; 0; -1)</math>, <math>\vec{e}_2 = (2; 1; 1; 0)</math>, <math>\vec{e}_3 = (1; 1; 1; 1)</math>, <math>\vec{e}_4 = (1; 2; 3; 4)</math>, <math>\vec{e}_5 = (0; 1; 2; 3)</math>.</p> |
| 2.5. Евклидовы пространства.                                                                                 | <p>13 Евклидовы пространства.</p> <p>14 Свойства нормы вектора. Угол между</p>                                                                              | 14. Векторы $e_1, e_2, e_3$ образуют ортогональный базис. Найти скалярное произведение векторов                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

|                                                                                   |                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                   | векторами.                                                                                                               | $\vec{x} = 2e_1 - 3e_2 + 4e_3$ и<br>$\vec{y} = e_1 + e_2 - 5e_3$ и их длины, если<br>$ e_1  = 1,  e_2  = 2,  e_3  = 2$ .<br>15. Для каких векторов неравенство Коши-Буняковского превращается в равенство?<br>16. В евклидовом арифметическом пространстве $R^4$ найти угол между векторами $\vec{a} = (2;1;1;0)$ и $\vec{b} = (1;2;3;4)$ .                                                                                                               |
| 2.6. Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение                 | 15 Ортогональные и ортонормированные базисы.<br>16 Ортогональное дополнение.<br>17 Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. | 17. В евклидовом пространстве $R^4$ подпространство $V$ задано системой уравнений $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$ Найти по одному ортогональному базису в пространствах $V$ , его ортогональном дополнении $W$ и $R^4$ .                                                                                                                                         |
| <b>3. Линейные операторы</b>                                                      |                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 3.1. Линейные операторы и их свойства.                                            | 18 Линейные операторы. Определение, примеры.<br>19 Ядро, образ, дефект, ранг линейного оператора.                        | 18. Является ли оператор $A(x) = (x_1 - x_2; 2x_1 + x_3; x_2 - 2x_3)$ линейным, если вектор $\vec{x} = (x_1; x_2; x_3)$ ?<br>19. Линейный оператор задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ в некотором базисе. Найти базис ядра и дефект линейного оператора.                                                                                                                                             |
| 3.2. Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах. | 20 Матрица линейного оператора.<br>21 Матрицы линейного оператора в разных базисах.                                      | 20. Найти (в том же базисе) координаты вектора $y = A(x)$ , если оператор задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ и $\vec{x} = 2e_1 + e_2 - e_3$ .<br>21. Матрица линейного оператора в базисе $(e_1, e_2, e_3)$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ .<br>Найти матрицу этого оператора в базисе $(c_1, c_2, c_3)$ , если $\vec{c}_1 = 2e_1 + e_2 - e_3$ , |

|                                                                              |                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                              |                                                                                                                                                                 | $\vec{c}_2 = e_1 + 3e_2 + e_3, \vec{c}_3 = e_1 - 2e_2 + 3e_3.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 3.3. Преобразование матрицы линейного оператора.                             | 22 Преобразование матрицы линейного оператора.                                                                                                                  | <p>22. Задано линейное преобразование А, переводящее вектор <math>\vec{x}</math> в вектор <math>\vec{y}</math> и линейное преобразование В, переводящее вектор <math>\vec{y}</math> в вектор <math>\vec{z}</math>. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего вектор <math>\vec{x}</math> в вектор <math>\vec{z}</math>.</p> $\begin{cases} y_1 = 2x_1 - x_2 + 5x_3 \\ y_2 = x_1 + 4x_2 - x_3 \\ y_3 = 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 \end{cases} \quad \begin{cases} z_1 = y_1 + 4y_2 + 3y_3 \\ z_2 = 5y_1 - y_2 - y_3 \\ z_3 = 3y_1 + 6y_2 + 7y_3 \end{cases}$ $x \xrightarrow{A} y \xrightarrow{B} z$ $x \xrightarrow{C} z$ |
| 3.4. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.         | <p>22 Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.</p> <p>23 Вычисление собственных значений и собственных векторов линейного оператора.</p> | <p>23. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей .</p> $1) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ <p>24. Пусть линейный оператор, действующий в n-мерном пространстве, имеет в некотором базисе матрицу <math>\bar{A}</math>. Пусть <math>\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n</math> – собственные значения этого оператора. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, матрицей которого в том же базисе является <math>\bar{A}^n</math>.</p>                     |
| 3.5. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду             | <p>23 Приведение матрицы к диагональному виду.</p> <p>24 Приведение симметрической матрицы к диагональному виду.</p>                                            | <p>25. Привести к диагональному виду матрицу</p> $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ <p>26. Привести к диагональному виду матрицу</p> $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>4. Квадратичные формы</b>                                                 |                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 4.1. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. | <p>25 Определение квадратичной формы.</p> <p>26 Преобразование квадратичных форм.</p> <p>27 Квадратичные формы канонического вида.</p>                          | <p>27. Привести квадратичную форму к каноническому виду.</p> $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3$ <p>28. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа</p> $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3,$ $g(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 - \frac{4}{3}\sqrt{2}x_3^2 + 2x_1x_2 - 2\sqrt{2}x_3$                                                                                                                                                                                                                                                                |

|                                       |                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4.2. Критерий<br>Сильвестра           | 28 Знакоопределенность<br>квадратичных форм.<br>29 Критерий Сильвестра. | 29. Исследовать на знакоопределенность<br>квадратичную форму:<br>а) $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2$ ;<br>б) $L(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 - x_1x_2 + 2x_2x_3$<br>в) $L(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_2x_3$ . |
| Промежуточная<br>аттестация - экзамен |                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                      |

Составитель (и): Гридчина В. Б., доцент кафедры математики, физики и  
математического моделирования

---

(фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей))