Подписано электронной подписью:
Вержицкий Данил Григорьевич
Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»
Дата и время: 2024-02-21 00:00:00
471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210dcf0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

Факультет информатики, математики и экономики
Кафедра математики, физики и математического моделирования

«УТВЕРЖДАЮ»
Декан ФИМЭ
А.В. Фомина
«23» июня 2021 г.

Рабочая программа дисциплины

Б1.В.04 Численные методы

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки
«Математика и Физика»

Программа бакалавриата

Квалификация выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2019

Новокузнецк 2021

Оглавление

1 Цель дисциплины. 3
1.1 Формируемые компетенции 3
1.2 Индикаторы достижения компетенций 3
1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине 4
2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. 4
3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины. 5
3.1 Учебно-тематический план 5
3.2. Содержание занятий по видам учебной работы 6
4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. 9
5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины 10
5.1 Учебная литература 10
5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины 11
5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. 11
6 Иные сведения и (или) материалы. 11
6.1. Примерные темы письменных учебных работ 11
6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации 15

1 Цель дисциплины.

Целью изучения дисциплины «Численные методы» является формирование математической компетентности, основанной на изучении и применении методов вычислительной математики к исследованию и реализации различных математических моделей на основе алгоритмизации и программирования.
В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция:
ПК-3 (готов к организации учебно-исследовательской, проектной, творческой деятельности обучающихся в предметной области "Математика" на основе математических методов и методов смежных научных дисциплин).

1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

Наименование вида компетенции	Наименование категории (группы) компетенций	Код и название компетенции
Профессиональная	Профессиональная	**ПК-3** - готов к организации учебно-исследовательской, проектной, творческой деятельности обучающихся в предметной области "Математика" на основе математических методов и методов смежных научных дисциплин

1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
ПК-3 (готов к организации учебно-исследовательской, проектной, творческой деятельности обучающихся в предметной области "Математика" на основе математических методов и методов смежных научных дисциплин)	ПК 3.1 Применяет специальные научные знания для организации учебно-познавательной, проектной, исследовательской деятельности учащихся при обучении математике; ПК 3.2 Использует информационные ресурсы для организации и управления учебно-познавательной, проектной, исследовательской деятельности учащихся при обучении математике	Б1.В.04 Численные методы Б1.В.06 Математические методы обработки результатов научных исследований Б1.В.ДВ.01.01 Организация учебно-исследовательской деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин Б1.В.ДВ.01.02 Организация проектной деятельности обучающихся при изучении физико-математических дисциплин Б2.В.01(П) Производственная практика. Профильная практика Б3.02(Д) Выполнение и защита выпускной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции по ОПОП	Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП
		квалификационной работы

1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

Код и название компетенции	Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной	Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной
ПК-3 (готов к организации учебно-исследовательской, проектной, творческой деятельности обучающихся в предметной области "Математика" на основе математических методов и методов смежных научных дисциплин)	ПК 3.1 Применяет специальные научные знания для организации учебно-познавательной, проектной, исследовательской деятельности учащихся при обучении математике; ПК 3.2 Использует информационные ресурсы для организации и управления учебно-познавательной, проектной, исследовательской деятельности учащихся при обучении математике	Знать: основные понятия и прикладные аспекты численных методов для организации учебных исследований в области математики и математического моделирования: Уметь: решать прикладные математические задачи, применяя численные методы; Владеть: методами работы с информационными ресурсами, в том числе с компьютерными программами, для решения прикладных задач численными методами

2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах	Объём часов по формам обучения		
	ОФО	ОЗФО	ЗФО
1 Общая трудоемкость дисциплины	180		
2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	56		
Аудиторная работа (всего):	56		
в том числе:			
лекции	28		
практические занятия, семинары	28		
практикумы			
лабораторные работы			
в интерактивной форме	14		
в электронной форме			

Внеаудиторная работа (всего):	88		
в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем			
подготовка курсовой работы/контактная работа			
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем*)*	88		
творческая работа (эссе)			
3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)	88		
4 Промежуточная аттестация обучающегося	36 экзамен		

3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
Семестр __8____									
I	**Численные методы алгебры**	**40**	**8**	**8**	**24**				Индивидуальное задание
24	Методы решения нелинейных уравнений	10	2	2	6				
25	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Точные методы.	10	2	2	6				
26	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Приближенные методы.	10	2	2	6				
27	Метод Ньютона (касательных) решения систем нелинейных уравнений	10	2	2	6				
II	**Теория приближений**	**32**	**6**	**6**	**20**				Индивидуальное задание
29	Интерполирование функций	12	2	2	8				
30	Приближение табличных функций методом наименьших квадратов	10	2	2	6				
31	Методы наилучшего приближения.	10	2	2	6				
III	**Численное дифференцирование и интегрирование**	**32**	**6**	**6**	**20**				Индивидуальное задание

№ недели п/п	Разделы и темы дисциплины по занятиям	Общая трудоёмкость *(всего час.)*	Трудоемкость занятий (час.)						Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости
			ОФО			ЗФО			
			Аудиторн. занятия		СРС	Аудиторн. занятия		СРС	
			лекц.	практ.		лекц.	практ.		
Семестр __8____									
32	Численное дифференцирование	12	2	2	8				
33	Численное интегрирование. Формула прямоугольников	10	2	2	6				
34	Численное интегрирование. Формулы трапеций, Симпсона.	10	2	2	6				
IV	**Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными**	**40**	**8**	**8**	**24**				Индивидуальное задание
35	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши.	10	2	2	6				
36	Численные методы решения дифференциальных уравнений.	10	2	2	6				
37	Уравнения с частными производными	10	2	2	6				
38	Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия.	10	2	2	6				
	Промежуточная аттестация -	36							экзамен
ИТОГО по семестру		180	28	28	88				

3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	Семестр _8	
Содержание лекционного курса		
1	**Численные методы алгебры**	
1.1	Методы решения нелинейных уравнений	Нелинейные уравнения. Отделение корней уравнения. Приближенное вычисление корня уравнения с заданной точностью методом половинного деления. Практическая схема вычисления приближенного значения корня уравнения с заданной точностью методом простой

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
		итерации. Метод Ньютона решения нелинейных уравнений.
1.2	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Точные методы.	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса (схема единственного деления).
1.3	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Приближенные методы.	Полные метрические пространства. Теорема о сжимающих отображениях в полном метрическом пространстве и ее следствия. Применение теоремы о сжимающих отображениях при решении системы линейных уравнений: метод простых итераций. Метод Зейделя. Практические схемы решения на ПК.
1.4	Метод Ньютона (касательных) решения систем нелинейных уравнений	Системы нелинейных уравнений. Практическое применение метода Ньютона для системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными с использованием ПК.
2	**Теория приближений**	
2.1	Интерполирование функций	Построение интерполяционного многочлена Лагранжа для функции, заданной таблицей. Оценка погрешности интерполирования по формуле Лагранжа. Организация ручных вычислений по формуле Лагранжа. Вычисление разделенных разностей. Первый и второй многочлены Ньютона. Практическая оценка погрешности интерполирования по формулам Ньютона. Уплотнение таблиц функций.
2.2	Приближение табличных функций методом наименьших квадратов	Дискретный вариант среднеквадратических приближений. Переопределенная система линейных уравнений. Понятие об определении параметров функциональной зависимости. Метод наименьших квадратов.
2.3	Методы наилучшего приближения.	Понятие об определении параметров функциональной зависимости. Метод наименьших квадратов. Линейная и квадратичная регрессии.
3	**Численное дифференцирование и интегрирование**	
3.1	Численное дифференцирование	Численное дифференцирование на основе интерполяционных формул Лагранжа, Ньютона. Метод неопределенных коэффициентов. Погрешность формул численного дифференцирования.
3.2	Численное интегрирование. Формула прямоугольников	Квадратурная формула прямоугольников. Формулы Ньютона – Котеса. Метод неопределенных коэффициентов.
3.3	Численное интегрирование. Формулы трапеций, Симпсона.	Формула трапеций. Формула Симпсона. Квадратурная формула Гаусса. Погрешность численного интегрирования.
4	**Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и**	

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
	уравнений с частными производными	
4.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши.	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Метод Эйлера – Коши.
4.2	Численные методы решения дифференциальных уравнений.	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге – Кутта. Многошаговые методы.
4.3	Уравнения с частными производными	Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. Метод конечных разностей.
4.4	Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия.	Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. Метод сеток. Метод конечных разностей решения уравнений эллиптического и параболического типов.
Содержание практических занятий		
1	**Численные методы алгебры**	
1.1	Отделение корней уравнения. Решение нелинейных уравнений.	Приближенное вычисление корня уравнения с заданной точностью методом половинного деления. Метод простой итерации численного решения уравнений. Условия сходимости итерационной последовательности. Практические схемы вычисления приближенного значения корня уравнения с заданной точностью методом простой итерации. Сходимость и устойчивость численного метода.
1.2	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	Решение системы линейных уравнений методом Гаусса (схема единственного деления) с использованием таблиц Excel.
1.3	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Приближенные методы.	Решение системы линейных уравнений методом простой итерации с использованием ПК. Метод Зейделя. Практические схемы решения на ПК.
1.4	Метод Ньютона (касательных) решения систем нелинейных уравнений	Практическое применение метода Ньютона для системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными с использованием ПК.
2	**Теория приближений**	
2.1	Численная интерполяция. Алгебраический интерполяционный многочлен: форма Лагранжа и Ньютона.	Интерполяционный многочлен Лагранжа для функции, заданной таблицей. Оценка погрешности интерполирования по формуле Лагранжа. Первый и второй многочлены Ньютона. Практическая оценка погрешности интерполирования по формулам Ньютона. Субтабулирование функций.

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Содержание занятия
2.2	Приближение табличных функций методом наименьших квадратов	Понятие об определении параметров функциональной зависимости. Метод наименьших квадратов.
2.3	Методы наилучшего приближения.	Линейная и квадратичная регрессии.
3	**Численное дифференцирование и интегрирование**	
3.1	Численное дифференцирование	Численное дифференцирование на основе интерполяционных формул Лагранжа, Ньютона. Метод неопределенных коэффициентов. Погрешность формул численного дифференцирования
3.2	Численное интегрирование. Формула прямоугольников	Квадратурная формула прямоугольников. Формулы Ньютона – Котеса. Метод неопределенных коэффициентов
3.3	Численное интегрирование. Формулы трапеций, Симпсона.	Формула трапеций. Формула Симпсона. Квадратурная формула Гаусса. Погрешность численного интегрирования.
4	**Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными**	
4.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши.	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Метод Эйлера – Коши.
4.2	Численные методы решения дифференциальных уравнений.	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге – Кутта. Многошаговые методы.
4.3	Уравнения с частными производными	Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. Метод конечных разностей.
4.4	Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия.	Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия. Метод сеток. Метод конечных разностей решения уравнений эллиптического и параболического типов.
	Промежуточная аттестация – *экзамен*	

4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

Учебная работа (виды)	Сумма баллов	Виды и результаты учебной работы	Оценка в аттестации	Баллы (17 недель)
Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий)	**80**	Лекционные занятия (конспект) (14 занятий)	**1 балл** посещение 1 лекционного занятия	0 - 14
		Практические (14 занятий).	**1 балл** - посещение 1 практического занятия **3 балла** – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,	14 - 42
		Индивидуальные задания (4 задания)	**За одно Инд. задание:** **4 балла** (выполнено 51 - 65% заданий) **5 баллов** (выполнено 66 - 85% заданий) **6 баллов** (выполнено 86 - 100% заданий)	16-24
Итого по текущей работе в семестре				30 - 80
Промежуточная аттестация (зачет)	20	Вопросы к экзамену Тест	**10 баллов** (пороговое значение) **20 баллов** (максимальное значение)	10-20
Итого по промежуточной аттестации (экзамену)				20 баллов
Суммарная оценка по дисциплине: Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации: 50 – 100 б. Набранные баллы переводятся в традиционные оценки по следующей шкале: – 86 и более – «отлично»; – 70–85– «хорошо»; – 51–69 – «удовлетворительно»; – 50 и менее – «неудовлетворительно».				

5 Материально-техническое, программное и учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Учебная литература

Основная учебная литература

1. Бахвалов, Н. С. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — Электронные текстовые данные. - Москва: Лаборатория знаний, 2015. - 639с.-Режим доступа : http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=70767
2. Численные методы [Электронный ресурс] : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под ред. У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Электронные текстовые данные. - Москва : Юрайт, 2017. - 421 с. - Режим доступа: https://biblio-online.ru/book/43F523F2-5AD9-448D-A8FF-212707F6A238

Дополнительная учебная литература

1. Волков, Е. А. Численные методы [Электронный ресурс] : учебник / Е. А. Волков. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург: Лань, 2008. - 256 с. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=54
2. Копченова, Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие / Н. В. Копченова, И. А. Марон. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 368 с. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=198
3. Лапчик, М. П. Численные методы [Текст] : учебное пособие для вузов / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина Е. К. Хеннер ; под ред. М. П. Лапчика. - Изд. 5-е ; стер. - Москва : Академия, 2009. - 384 с.
4. Срочко, В. А. Численные методы. Курс лекций [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. А. Срочко. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 208 с. –
Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=378

5.2 Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Учебные занятия по дисциплине проводятся в учебных аудиториях НФИ КемГУ:

Численные методы	216 Аудитория методики математического развития и обучения математике Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского (практического) типа, для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Специализированная (учебная) мебель: доска меловая, кафедра, столы, стулья Оборудование для презентации учебного материала: доска интерактивная, компьютер преподавателя с монитором, проектор, акустическая система, экран Используемое программное обеспечение: MS Windows (Microsoft Imagine Premium 3 year по сублицензионному договору № 1212/КМР от 12.12.2018 г. до 12.12.2021 г.), LibreOffice (свободно распространяемое ПО), антивирусное ПО ESET Endpoint Security, лицензия №EAV-0267348511 до 30.12.2022 г.; Mozilla Firefox (свободно распространяемое ПО), Google Chrome (свободно распространяемое ПО), Opera (свободно распространяемое ПО), Foxit Reader (свободно распространяемое ПО), WinDjView (свободно распространяемое ПО), Яндекс.Браузер (отечественное свободно распространяемое ПО). Интернет с обеспечением доступа в ЭИОС	654027, Кемеровская область - Кузбасс, г. Новокузнецк, пр-кт Пионерский, д.13, пом.1

5.3 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Перечень СПБД и ИСС по дисциплине

1. Общероссийский математический портал (информационная система) - http://www.mathnet.ru/
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - http://www.window.edu.ru.

6 Иные сведения и (или) материалы.

6.1. Примерные темы письменных учебных работ

Темы индивидуальных заданий

1. **Индивидуальное задание №1: Численные методы алгебры.**

Темы: 1.1 Метод Гаусса решения систем линейных уравнений (схема единственного деления).

1.2 Метод простой итерации (для систем линейных уравнений).

1.3 Метод Зейделя.

1.4 Отделение корней нелинейного уравнения. Графическое отделение корней.

1.5 Метод половинного деления. Условие окончания процесса деления при заданной допустимой погрешности.

1.6 Метод простой итерации (для нелинейных уравнений).

1.7 Метод Ньютона (касательных).

Вариант (образец):

Задание 1.

1) Отделить корни заданного уравнения:

а) графически;

б) с использованием ПК.

2) С помощью микрокалькулятора вычислить один корень уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$, используя метод простой итерации.

3) Составить программу для вычисления с помощью ПК всех корней заданного уравнения методом половинного деления с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

4) Составить программу для уточнения одного из корней уравнения методом Ньютона с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

$$cosx - (x-1)^2 = 0;$$

Задание 2.

Решить систему линейных уравнений с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ различными способами:

а) методом Гаусса (по схеме единственного деления) с применением микрокалькулятора;

b) методом простой итерации на ПК;

c) методом Зейделя на ПК.

$$1.\begin{cases} 3,01x_1 - 0,14x_2 - 0,15x_3 = 1,00, \\ 1,11x_1 + 0,13x_2 - 0,75x_3 = 0,13, \\ 0,17x_1 - 2,11x_2 + 0,71x_3 = 0,17; \end{cases}$$

Задание3.

Решить систему нелинейных уравнений методом Ньютона с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

$$\begin{cases} \sin(x+y) - 1,6x = 0, \\ x^2 + y^2 = 1; \end{cases}$$

2. **Индивидуальное задание №2: Теория приближений.**

Темы:

2.1 Задача интерполирования табличной функции.

2.2 Интерполяционный многочлен Лагранжа.

2.3 Таблицы конечных разностей.

2.4 Первый интерполяционный многочлен Ньютона.

2.5 Второй интерполяционный многочлен Ньютона.

2.6 Субтабулирование функций.

2.7 Метод наименьших квадратов.

2.8 Линейная регрессия.

2.9 Квадратичная регрессия.

Вариант (образец):

Задание 1.

1) По заданной таблице значений функции составить формулу интерполяционного многочлена Лагранжа. Построить его график и отметить на нем узловые точки.

x	-1	0	3
y	-3	5	2

Задание 2.

По заданной таблице значений функции построить методом наименьших квадратов линейную и квадратичную регрессии с использованием:

1) калькулятора;

2) ПК.

Сравнить величины среднеквадратических отклонений.

x	0,10	0,30	0,40	0,60	0,70	0,80	1,00	1,10
y	0,25	0,50	0,65	0,55	0,42	0,30	0,22	0,15

3. Индивидуальное задание №3: Численное дифференцирование и интегрирование.

Темы:

3.1 Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Лагранжа.

3.2 Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Ньютона.

3.3 Погрешность численного дифференцирования.

3.4 Метод неопределенных коэффициентов.

3.5 Численное интегрирование. Квадратурная формула прямоугольников. Погрешность численного интегрирования.

3.6 Формула трапеций. Погрешность численного интегрирования.

3.7 Формула Симпсона. Погрешность численного интегрирования.

Вариант (образец):

Задание 1.

Вычислить с помощью калькулятора значение производной функции, заданной таблично, используя:

1) интерполяционную формулу Лагранжа, оценить погрешность метода;

2) интерполяционную формулу Ньютона, оценить погрешность метода.

номер варианта	*функция* $f(x)$	x_0
1	sin*x*	0,60

Задание 2.

1) Вычислить с помощью калькулятора интеграл заданной функции при n=10

по формуле:

а) прямоугольников;

б) трапеций;

в) Симпсона.

Произвести оценку погрешности методов интегрирования.

2) Составить программу вычисления интеграла заданной функции по формуле Симпсона.

1. $\int_{1,2}^{2,2} \frac{\lg(x+2)}{x} dx$;

4. Индивидуальное задание №4: Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными.

Темы:

4.1 Численные методы решения дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.

4.2 Метод Эйлера – Коши.

4.3 Метод Рунге – Кутта.

4.4 Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия.

4.5 Метод сеток для задачи Дирихле.

4.6 Метод сеток для уравнения параболического типа.

Вариант (образец):

Задание 1.

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на отрезке [a;b] при заданном начальном условии $y(a) = c$ и шаге интегрирования *h*:

1) методом Эйлера:

а) на калькуляторе;

б) на ПК;

в) построить график интегральной кривой;

2) методом Эйлера – Коши:

а) на калькуляторе;

б) построить график интегральной кривой;

3) методом Рунге – Кутта на ПК.

Номер варианта	*f*(*x*, *y*)	*A*	*b*	*c*	*h*
1	$1-\sin(0,75x-y)+\frac{1,75y}{x+1}$	0	1	0	0,2

Задание 2.

1)Применяя метод конечных разностей, найти решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ в квадрате *ABCD* с вершинами *A*(0;0), *B*(0;1), *C*(1;1), *D*(1;0) с шагом $h=\frac{1}{5}$.

Краевые условия приведены в таблице вариантов.

Номер варианта	$U\big\|_{AB}$	$U\big\|_{BC}$	$U\big\|_{CD}$	$U\big\|_{AD}$
1	30*y*	30(1-x^2)	0	0

6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

Таблица 8 - Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену

Разделы и темы	**Примерные теоретические вопросы**	**Примерные практические задачи**
8 семестр		
1. Численные методы алгебры.		
1.1 Методы решения нелинейных уравнений	1.Отделение корней нелинейного уравнения. Графическое отделение корней. 2.Метод половинного деления. Условие окончания процесса деления при заданной допустимой погрешности. 3.Метод простой итерации (для нелинейных уравнений).	1.Отделить корни заданного уравнения графически: $cosx-(x-1)^2=0;$ 2.С помощью микрокалькулятора вычислить один корень уравнения с точностью $\varepsilon=10^{-3}$, используя метод простой итерации.

<table>
<tr><td>1.2. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений</td><td>4. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений (схема единственного деления).
5.Метод простой итерации (для систем линейных уравнений).
6.Метод Зейделя.</td><td>3.Решить систему линейных уравнений с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом Гаусса (по схеме единственного деления) с применением микрокалькулятора:
$\begin{cases} 3,01x_1 - 0,14x_2 - 0,15x_3 = 1,00, \\ 1,11x_1 + 0,13x_2 - 0,75x_3 = 0,13, \\ 0,17x_1 - 2,11x_2 + 0,71x_3 = 0,17; \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>1.3. Метод Ньютона (касательных) решения систем нелинейных уравнений</td><td>7.Метод Ньютона (касательных).</td><td>4.Решить систему нелинейных уравнений методом Ньютона с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.
$\begin{cases} \sin(x+y) - 1,6x = 0, \\ x^2 + y^2 = 1; \end{cases}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">2. Теория приближений</td></tr>
<tr><td>2.1 Интерполирование функций</td><td>8.Задача интерполирования табличной функции.
9.Интерполяционный многочлен Лагранжа.
10.Таблицы конечных разностей.
11.Первый интерполяционный многочлен Ньютона.
12.Второй интерполяционный многочлен Ньютона.
13.Субтабулирование функций.
14.Метод наименьших квадратов.
15.Линейная регрессия.
16.Квадратичная регрессия.</td><td>5.По заданной таблице значений функции составить формулу интерполяционного многочлена Лагранжа. Построить его график и отметить на нем узловые точки.
<table>
<tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>3</td></tr>
<tr><td>y</td><td>-3</td><td>5</td><td>2</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>2.2 Приближение табличных функций методом наименьших квадратов</td><td>14.Метод наименьших квадратов.
15.Линейная регрессия.
16.Квадратичная регрессия</td><td>6.По заданной таблице значений функции построить методом наименьших квадратов линейную и квадратичную регрессии с использованием калькулятора. Сравнить величины среднеквадратических отклонений.
<table>
<tr><td>x</td><td>0,10</td><td>0,30</td><td>0,40</td><td>0,60</td></tr>
<tr><td>y</td><td>0,25</td><td>0,50</td><td>0,65</td><td>0,55</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td colspan="3">3. Численное дифференцирование и интегрирование</td></tr>
<tr><td>3.1Численное дифференцирование</td><td>17.Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Лагранжа.
18.Численное дифференцирование на</td><td>7.Вычислить с помощью калькулятора значение производной функции, заданной таблично, используя:
1) интерполяционную формулу Лагранжа, оценить погрешность метода;
2) интерполяционную формулу Ньютона, оценить погрешность метода.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>основе интерполяционной формулы Ньютона.
19.Погрешность численного
20.дифференцирования. Метод неопределенных коэффициентов.</td><td><table><tr><th>номер варианта</th><th>функция f(x)</th><th>x_0</th></tr><tr><td>1</td><td>sinx</td><td>0,60</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>3.2Численное интегрирование</td><td>21.Численное интегрирование. Квадратурная формула прямоугольников. Погрешность численного интегрирования.
22.Формула трапеций. Погрешность численного интегрирования.
23.Формула Симпсона. Погрешность численного интегрирования.</td><td>8.Вычислить с помощью калькулятора интеграл заданной функции при n=10 по формуле:
а) прямоугольников;
б) трапеций;
в) Симпсона.
Произвести оценку погрешности методов интегрирования.
$\int_{1,2}^{2,2} \frac{\lg(x+2)}{x} dx;$</td></tr>
<tr><td colspan="3">4. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными</td></tr>
<tr><td>4.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши.</td><td>24.Численные методы решения дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.
25.Метод Эйлера – Коши.
26.Метод Рунге – Кутта.</td><td>9.Решить задачу Коши для дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на отрезке [a;b] при заданном начальном условии $y(a) = c$ и шаге интегрирования h:
1) методом Эйлера; построить график интегральной кривой;
2)методом Эйлера – Коши:<table><tr><th>f(x, y)</th><th>A</th><th>b</th><th>c</th><th>h</th></tr><tr><td>$1-\sin(0,75x-y)+\frac{1,75y}{x+1}$</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0,2</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>4.2 Уравнения с частными производными</td><td>27.Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных, начальные и краевые условия.
28.Метод сеток для задачи Дирихле.
29.Метод сеток для уравнения параболического типа.</td><td>10.Применяя метод конечных разностей, найти решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ в квадрате ABCD с вершинами A(0;0), B(0;1), C(1;1), D(1;0) с шагом $h=\frac{1}{5}$.
Краевые условия приведены в таблице.<table><tr><th>$U\big\vert_{AB}$</th><th>$U\big\vert_{BC}$</th><th>$U\big\vert_{CD}$</th><th>$U\big\vert_{AD}$</th></tr><tr><td>30y</td><td>30(1-x^2)</td><td>0</td><td>0</td></tr></table></td></tr>
</table>

Составитель (и): Фомина А.В., доцент каф. МФММ

(*фамилия, инициалы и должность преподавателя (ей)*)