

Подписано электронной подписью:

Вержицкий Данил Григорьевич

Должность: Директор КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ»

Дата и время: 2024-02-21 00:00:00

471086fad29a3b30e244c728abc3661ab35c9d50210def0e75e03a5b6fdf6436

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ

ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Кемеровский государственный университет»

Кузбасский гуманитарно-педагогический институт

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения

высшего образования

«Кемеровский государственный университет»

Факультет информатики, математики и экономики

УТВЕРЖДАЮ

Декан ФИМЭ

\_\_\_\_\_ А.В. Фомина

«23» июня 2021 г.

### **Рабочая программа дисциплины**

**Б1.О.11 Линейная алгебра и аналитическая геометрия**

Направление подготовки

**44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям)**

Направленность (профиль) подготовки

**Компьютерный дизайн**

*Программа бакалавриата*

Квалификация выпускника

*бакалавр*

Форма обучения

*очная, заочная*

Год набора 2021

Новокузнецк 2021

## Оглавление

|       |                                                                                                                        |    |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1     | Цель дисциплины. ....                                                                                                  | 3  |
| 1.1   | Формируемые компетенции .....                                                                                          | 3  |
| 1.2   | Индикаторы достижения компетенций .....                                                                                | 3  |
| 1.3   | Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине .....                                                                       | 4  |
| 2     | Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации. ....                         | 4  |
| 3     | Учебно-тематический план и содержание дисциплины. ....                                                                 | 5  |
| 3.1   | Учебно-тематический план .....                                                                                         | 5  |
| 3.2   | Содержание занятий по видам учебной работы .....                                                                       | 6  |
| 4     | Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации. .... | 8  |
| 5     | Учебно-методическое обеспечение дисциплины. ....                                                                       | 9  |
| 5.1   | Учебная литература .....                                                                                               | 9  |
| 5.2   | Программное и информационное обеспечение освоения дисциплины. ...                                                      | 10 |
| 5.2.1 | Программное обеспечение .....                                                                                          | 10 |
| 5.3.2 | Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы. ....                                     | 10 |
| 6     | Иные сведения и (или) материалы. ....                                                                                  | 10 |
| 6.1   | Примерные темы письменных учебных работ.....                                                                           | 10 |
| 6.2   | Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации                                                      | 12 |

## 1 Цель дисциплины.

**Целью изучения дисциплины** является формирование необходимой базы знаний для использования математических методов и математических моделей в решении профессиональных задач, а также развитие математического мышления и культуры у обучающихся. Изучение этого курса дает возможность студентам понять основные подходы к формированию линейных математических моделей, применяемых в различных областях знаний.

В ходе изучения дисциплины будет сформирована компетенция **ОПК-7** (способен взаимодействовать с участниками образовательных отношений в рамках реализации образовательных программ).

### 1.1 Формируемые компетенции

Таблица 1 - Формируемые дисциплиной компетенции

| Наименование вида компетенции    | Наименование категории (группы) компетенций | Код и название компетенции                                                                                                      |
|----------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Общепрофессиональные компетенции | Научные основы педагогической деятельности  | <b>ОПК-7</b> (способен взаимодействовать с участниками образовательных отношений в рамках реализации образовательных программ). |

### 1.2 Индикаторы достижения компетенций

Таблица 2 – Индикаторы достижения компетенций, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции                                                                                                      | Индикаторы достижения компетенции по ОПОП | Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ОПК-7</b> (способен взаимодействовать с участниками образовательных отношений в рамках реализации образовательных программ). |                                           | Б1.О.05 Нормативно-правовое обеспечение образования<br>Б1.О.10 Методика профессионального обучения<br>Б1.О.12 Программное обеспечение веб-серверов<br>Б1.О.13 Основы компьютерного дизайна<br>Б1.О.13.1 Графический дизайн<br>Б1.О.13.2 Веб-дизайн<br>Б1.О.13.05 Проектирование веб-сайтов<br>Б2.О.04(П) Педагогическая<br>Б2.О.05(Пд) Преддипломная<br>Б3.О.01(Г) Государственный |

| Код и название компетенции | Индикаторы достижения компетенции по ОПОП | Дисциплины и практики, формирующие компетенцию ОПОП |
|----------------------------|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
|                            |                                           | экзамен (междисциплинарный)                         |

### 1.3 Знания, умения, навыки (ЗУВ) по дисциплине

Таблица 3 – Знания, умения, навыки, формируемые дисциплиной

| Код и название компетенции                                                                                                      | Индикаторы достижения компетенции, закрепленные за дисциплиной | Знания, умения, навыки (ЗУВ), формируемые дисциплиной |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| <b>ОПК-7</b> (способен взаимодействовать с участниками образовательных отношений в рамках реализации образовательных программ). |                                                                |                                                       |

## 2 Объём и трудоёмкость дисциплины по видам учебных занятий. Формы промежуточной аттестации.

Таблица 4 – Объем и трудоемкость дисциплины по видам учебных занятий

| Общая трудоемкость и виды учебной работы по дисциплине, проводимые в разных формах                   | Объём часов по формам обучения |      |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|------|-----|
|                                                                                                      | ОФО                            | ОЗФО | ЗФО |
| 1 Общая трудоемкость дисциплины                                                                      | 216                            | -    | 216 |
| 2 Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)                  | 68                             |      | 14  |
| Аудиторная работа (всего):                                                                           | 68                             |      | 14  |
| в том числе:                                                                                         |                                |      |     |
| лекции                                                                                               | 34                             |      | 6   |
| практические занятия, семинары                                                                       | 34                             |      | 8   |
| практикумы                                                                                           |                                |      |     |
| лабораторные работы                                                                                  |                                |      |     |
| в интерактивной форме                                                                                |                                |      |     |
| в электронной форме                                                                                  |                                |      |     |
| Внеаудиторная работа (всего):                                                                        |                                |      |     |
| в том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем                                      |                                |      |     |
| подготовка курсовой работы /контактная работа                                                        |                                |      |     |
| групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую |                                |      |     |

|                                                         |         |  |     |
|---------------------------------------------------------|---------|--|-----|
| или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем) |         |  |     |
| творческая работа (эссе)                                |         |  |     |
| 3 Самостоятельная работа обучающихся (всего)            | 112     |  | 193 |
| 4 Промежуточная аттестация обучающегося                 | экзамен |  |     |

### 3. Учебно-тематический план и содержание дисциплины.

#### 3.1 Учебно-тематический план

Таблица 5 - Учебно-тематический план очной формы обучения

| № недели п/п          | Разделы и темы дисциплины по занятиям  | Общая трудоемкость (всего часов) | Трудоемкость занятий (час.) |        |     |                    |        |     | Форма текущего контроля и промежуточной аттестации успеваемости |
|-----------------------|----------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------|--------|-----|--------------------|--------|-----|-----------------------------------------------------------------|
|                       |                                        |                                  | ОФО                         |        |     | ЗФО                |        |     |                                                                 |
|                       |                                        |                                  | Аудиторные занятия          |        | СРС | Аудиторные занятия |        | СРС |                                                                 |
|                       |                                        |                                  | лек.ц.                      | практ. |     | лек.ц.             | практ. |     |                                                                 |
| Семестр 1             |                                        |                                  |                             |        |     |                    |        |     |                                                                 |
|                       | 1. Линейная алгебра                    | 88                               | 16                          | 16     | 56  | 2                  | 2      | 76  |                                                                 |
| 1-4                   | Матрицы и определители                 | 44                               | 8                           | 8      | 28  | 2                  | 2      | 38  | Контрольная работа № 1                                          |
| 5-8                   | Системы линейных уравнений             | 44                               | 8                           | 8      | 28  |                    |        | 38  | Контрольная работа № 1                                          |
|                       | 2. Аналитическая геометрия             | 92                               | 18                          | 18     | 56  | 4                  | 6      | 117 |                                                                 |
| 9-10                  | Векторы                                | 24                               | 4                           | 4      | 16  | 2                  | 2      | 37  | Контрольная работа № 2                                          |
| 11-14                 | Аналитическая геометрия на плоскости   | 36                               | 8                           | 8      | 20  | 2                  | 2      | 40  | Контрольная работа № 2                                          |
| 15-17                 | Аналитическая геометрия в пространстве | 36                               | 6                           | 6      | 20  |                    | 2      | 40  | Контрольная работа № 2                                          |
|                       | Промежуточная аттестация -             | 36                               |                             |        |     |                    |        |     | экзамен                                                         |
| ИТОГО по семестру ... |                                        | 216                              | 34                          | 34     |     | 6                  | 8      | 193 |                                                                 |

### 3.2. Содержание занятий по видам учебной работы

Таблица 6 – Содержание дисциплины

| № п/п                               | Наименование раздела, темы дисциплины                               | Содержание занятия                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                     | <b>Семестр 1</b>                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <i>Содержание лекционного курса</i> |                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 1                                   | Линейная алгебра                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 1.1                                 | Определители                                                        | Матрица. Перестановки и подстановки. Определители квадратных матриц второго и третьего порядков. Миноры, алгебраические дополнения. Определитель n- го порядка, его свойства и способы вычисления. Определитель транспонированной матрицы. Определитель произведения двух матриц.                                                                                                                       |
| 1.2                                 | Матрицы                                                             | Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Свойства арифметических операций над матрицами. Умножение матриц. Транспонирование матриц. Связь с транспонированием. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Ранг матрицы как максимальное количество линейно независимых строк. Применение матриц к решению задач. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы и способы ее нахождения. |
| 1.3                                 | Системы линейных уравнений                                          | Системы линейных уравнений. Основная и расширенная матрица системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.                                                                                                                                                                                                         |
| 1.4                                 | Способы решения систем линейных уравнений                           | Правило Крамера для систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными, трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Системы линейных уравнений в матричной форме. Решение матричных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Структура множества решений неоднородной системы линейных уравнений. Решение однородных систем.                                                       |
| 2                                   | Аналитическая геометрия                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 2.1                                 | Аналитическая геометрия на плоскости. Метод координат на плоскости. | Числовая ось. Декартова прямоугольная система координат на плоскости. Полярные координаты. Основные задачи, решаемые методом координат.                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 2.2                                 | Линии первого порядка.                                              | Определение линии первого порядка. Различные уравнения линий первого порядка, их вывод.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 2.3                                 | Кривые второго порядка.                                             | Определение линий второго порядка. Канонические уравнения, свойства, построение.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 2.4                                 | Векторы. Линейные операции над векторами.                           | Определение и основные понятия. Линейные операции над векторами.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 2.5                                 | Нелинейные операции над векторами.                                  | Нелинейные операции над векторами. Применение нелинейных операций к разного рода вычислениям.                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 2.6                                 | Пространство $R^n$ .                                                | Пространство $R^n$ . Линейное пространство.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |

| № п/п                                  | Наименование раздела, темы дисциплины                                      | Содержание занятия                                                                                                                                                                        |
|----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                        | Линейное пространство.                                                     |                                                                                                                                                                                           |
| 2.7                                    | Аналитическая геометрия в пространстве. Плоскость и прямая в пространстве. | Прямоугольная система координат в пространстве. Уравнения прямой в пространстве. Уравнения плоскости в пространстве.                                                                      |
| 2.8                                    | Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве.                   | Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве, плоскостей в пространстве, прямой и плоскости в пространстве. |
| <i>Содержание практических занятий</i> |                                                                            |                                                                                                                                                                                           |
| 1                                      | Линейная алгебра                                                           |                                                                                                                                                                                           |
| 1.1                                    | Определители                                                               | Перестановки и подстановки. Определители: формулы для вычисления, свойства определителей.                                                                                                 |
| 1.2                                    | Матрицы. Операции над матрицами                                            | Матрицы. Основные понятия и определения, основные виды матриц. Операции над матрицами                                                                                                     |
| 1.3                                    | Обратная матрица                                                           | Обратная матрица. Теорема существования и единственности обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений                                                       |
| 1.4                                    | Ранг матрицы                                                               | Минор порядка $k$ для матрицы (определителя). Базисный минор и ранг матрицы, теоремы о рангах.                                                                                            |
| 1.5                                    | Системы линейных алгебраических уравнений                                  | Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера – Капелли.                            |
| 1.6                                    | Решение систем линейных уравнений                                          | Методы нахождения решения системы линейных алгебраических уравнений (метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод)..                                                                      |
| 1.7                                    | Однородные системы и их решение                                            | Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия и определения. Фундаментальная система решений.                                                                    |
| 2                                      | Аналитическая геометрия                                                    |                                                                                                                                                                                           |
| 2.1                                    | Аналитическая геометрия на плоскости. Метод координат на плоскости.        | Решение основных задач методом координат: нахождение расстояния между точками на плоскости; нахождение площади треугольника с заданными вершинами; деление отрезка в данном отношении.    |
| 2.2                                    | Линии первого порядка.                                                     | Нахождение уравнений прямой. Построение прямых. Нахождение углов между прямыми. Взаимное расположение прямых линий на плоскости.                                                          |
| 2.3                                    | Кривые второго порядка.                                                    | Построение кривых второго порядка по заданным каноническим уравнениям. Нахождение основных характеристик кривых второго порядка.                                                          |
| 2.4                                    | Векторы. Линейные                                                          | Применение линейных операций над векторами при                                                                                                                                            |

| № п/п | Наименование раздела, темы дисциплины                    | Содержание занятия                                                                                                                                                   |
|-------|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|       | операции над векторами.                                  | решении задач. Определение координат векторов.                                                                                                                       |
| 2.5   | Нелинейные операции над векторами.                       | Применение нелинейных операций над векторами (скалярное, векторное, смешанное произведения) к решению задач на нахождение углов между векторами, площадей и объемов. |
| 2.6   | Нелинейные операции над векторами.                       | Применение нелинейных операций над векторами (скалярное, векторное, смешанное произведения) к решению задач на нахождение углов между векторами, площадей и объемов. |
| 2.7   | Пространство $R^n$ .<br>Линейное пространство.           | Пространство $R^n$ . Линейное пространство.                                                                                                                          |
| 2.8   | Плоскость в пространстве.                                | Решение задач с использованием различных уравнений плоскости в пространстве.                                                                                         |
| 2.9   | Прямая в пространстве.                                   | Решение задач с использованием различных уравнений прямой в пространстве.                                                                                            |
| 2.10  | Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве. | Нахождение углов между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.                                                                                                    |
|       | Промежуточная аттестация - экзамен                       |                                                                                                                                                                      |

#### 4 Порядок оценивания успеваемости и сформированности компетенций обучающегося в текущей и промежуточной аттестации.

Для положительной оценки по результатам освоения дисциплины обучающемуся необходимо выполнить все установленные виды учебной работы. Оценка результатов работы обучающегося в баллах (по видам) приведена в таблице 7.

Таблица 7 - Балльно-рейтинговая оценка результатов учебной работы обучающихся по видам (БРС)

| Учебная работа (виды)                                                                    | Сумма баллов | Виды и результаты учебной работы                                            | Оценка в аттестации                                                                                                                                                        | Баллы (17 недель) |
|------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| Текущая учебная работа в семестре (Посещение занятий по расписанию и выполнение заданий) | <b>60</b>    | Лекционные занятия (конспект) (17 занятий)                                  | <b>1 балла</b> посещение 1 лекционного занятия                                                                                                                             | 0 - 17            |
|                                                                                          |              | Практические занятия (отчет о выполнении лабораторной работы) (17 занятий). | <b>1 балл</b> - посещение 1 практического занятия<br><b>3 балла</b> – посещение 1 занятия и существенный вклад на занятии в работу всей группы,                            | 17 - 51           |
|                                                                                          |              | Контрольные работы (2 работы)                                               | <b>За одну КР от 5 до:</b><br><b>5-6 баллов</b> (выполнено 51 - 65% заданий)<br><b>7-8 баллов</b> (выполнено 66 - 85% заданий)<br><b>9-10 баллов</b> (выполнено 86 - 100%) | 10-20             |

|                                                                                                    |    |                     |                                                                               |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------|-----------|
|                                                                                                    |    |                     | заданий)                                                                      |           |
| <b>Итого по текущей работе в семестре</b>                                                          |    |                     |                                                                               | 27 - 88   |
| Промежуточная аттестация (зачет)                                                                   | 40 | 1 вопрос и 2 задачи | <b>10 баллов</b> (ответ на вопрос)<br><b>15 баллов</b> (решение одной задачи) | 10-40     |
| <b>Итого по промежуточной аттестации (экзамену)</b>                                                |    |                     |                                                                               | 40 баллов |
| <b>Суммарная оценка по дисциплине:</b> Сумма баллов текущей и промежуточной аттестации 51 – 100 б. |    |                     |                                                                               |           |

## **5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины.**

### **5.1 Учебная литература**

#### **Основная учебная литература**

1. Бурмистрова Е.Б. Линейная алгебра [Электронный ресурс]:учебник и практикум для академического бакалавриата / Е.Б.Бурмистрова, С.Г.Лобанов. - Электронные текстовые данные. - Москва : Юрайт, 2017. - 421 с. - Режим доступа: <http://biblio-online.ru/book/6A5A6F52-FA19-4717-80BF-2833187BA668>
2. Ильин В.А. Линейная алгебра [Текст] : учебник.- Издание 6-е, стереотипное. – Москва: Физматлит, 2007.-280 с.
3. Мальцев, А. И. Основы линейной алгебры [Текст] : учебник / А. И. Мальцев. - Изд. 5-е ; стер. - Москва; Санкт-Петербург Краснодар : Лань, 2009. - 470 с.
4. Рудык Б. М. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б. М. Рудык. - Электронные текстовые данные. - Москва : НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=363158>
5. Постников, М.М. Линейная алгебра. [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. М. Постников. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 400 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/319>

#### **б) дополнительная литература**

1. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] : учебник / Е. С. Ляпин — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 368 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/246>
2. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра. [Электронный ресурс] : учебник / Л. Я. Окунев. — Электронные текстовые данные. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/289>

2.

## **5.2 Программное и информационное обеспечение освоения дисциплины.**

### **5.2.1 Программное обеспечение**

В обучении используются информационные технологии на базе компьютерных классов учебного корпуса №4 (пр. Metallurgov 19):

лекционные занятия ведутся с использованием презентаций и программного обеспечения мультимедиа демонстраций на основе Microsoft Office 2010 (лицензия DreamSpark Premium Electronic Software Delivery (3 years);

Renewal по сублицензионному договору №Tr000083174 от 12.04.2016);

### **5.3.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.**

#### **Перечень СПБД и ИСС по дисциплине**

Общероссийский математический портал (информационная система) - <http://www.mathnet.ru/>

Mathcad-справочник по высшей математике -

<http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp>

## **6 Иные сведения и (или) материалы.**

### **6.1. Примерные темы письменных учебных работ**

**Раздел 1. Линейная алгебра.**

#### **Контрольная работа**

ВАРИАНТ 1 (образец)

*Задание 1. Найти матрицу  $A + 2B$ .*      $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

Задание 2. Вычислить произведение матриц  $AB$ , если  $A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix}$ ;

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -4 & 4 \end{vmatrix}$ .

Задание 4. Решить матричным способом систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$$

Задание 5. Решить систему уравнений методом Крамера:  $\begin{cases} 3x + 4y = 11, \\ 5y + 6z = 28, \\ x + 2z = 7. \end{cases}$

Задание 6. Решить систему методом Гаусса  $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}$

Задание 7. Найти фундаментальную систему решений однородной системы

$$\begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 10x_4 = 0, \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 - 6x_4 = 0, \\ 4x_1 + 15x_2 + 11x_3 - 8x_4 = 0. \end{cases}$$

## Раздел 2. Аналитическая геометрия

### Контрольная работа

#### ВАРИАНТ (образец)

Задание 1. Известны точки  $A(-2; 5)$ ,  $B(4; 17)$  – концы отрезка  $AB$ . На этом отрезке находится точка  $C$ , расстояние которой от точки  $A$  в два раза больше расстояния от точки  $B$ . Определить координаты точки  $C$ .

Задание 2. На оси  $Ox$  найти точку, одинаково удаленную от начала координат и от точки  $A(8; 4)$ .

Задание 3. Построить пирамиду с вершинами  $O(0; 0; 0)$ ,  $A(5; 2; 0)$ ,  $B(2; 5; 0)$ ,  $C(1; 2; 4)$  и вычислить ее объем, площадь грани  $ABC$ .

**Задание 4.** Даны вершины треугольника  $A(7; 2)$ ,  $B(1; 9)$ ,  $C(-8; -11)$ . Найти длину стороны  $AB$  и написать ее уравнение. Написать уравнения прямых, параллельной и перпендикулярной стороне  $AB$ , проходящих через точку  $E(3; -4)$ .

**Задание 5.** Написать каноническое уравнение гиперболы, если длина действительной полуоси равна 4, а расстояние между фокусами равно 10. Построить гиперболу.

**Задание 6.** Составить простейшее уравнение параболы, если известно, что ее фокус находится в точке пересечения прямой  $3x - 5y - 2 = 0$  с осью  $Ox$  и указать ось симметрии параболы.

## 6.2 Примерные вопросы и задания / задачи для промежуточной аттестации

**Таблица 9 - Примерные теоретические вопросы и практические задачи к экзамену**

| Разделы и темы             | Примерные теоретические вопросы                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Примерные практические задачи                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1. Линейная алгебра</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 1.1 Матрицы и определители | 1. Перестановки и подстановки.<br>2. Определители 2-го и 3-го порядка.<br>2. Определители $n$ -порядка. Свойства определителя.<br>4. Миноры и алгебраические дополнения.<br>5. Вычисление определителя $n$ -порядка.<br>6. Операции над матрицами и их свойства.<br>7. Обратные матрицы. Вычисление обратной матрицы.<br>8. Ранг матрицы и его вычисление.<br>9. Теорема о ранге матрицы. | 1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами (разложением по элементам первой строки, понижением порядка определителя)<br>$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$<br>2.<br>Найдите матрицу $C = 3A - 4B$ , если<br>$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & -4 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}.$<br>3.<br>Дана матрица<br>$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 4 & a & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$<br>Найдите минор и алгебраическое дополнение элемента $a$<br>4.<br>Найдите матрицу $X$ , если $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 18 & -1 \end{bmatrix}$ |

|                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | <p>5.</p> <p>Докажите, что матрица <math>A = \begin{bmatrix} 7 &amp; -8 &amp; 4 \\ 3 &amp; 1 &amp; -2 \\ 6 &amp; -5 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> имеет обратную и найдите ее.</p> <p>Найдите ранг матрицы <math>A</math></p> $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & 11 & 6 & 1 & 10 \\ 5 & 12 & 5 & 10 & 9 \end{bmatrix}$ <p>6.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 1.2 Системы линейных уравнений    | <p>10. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия.</p> <p>11. Равносильные системы линейных уравнений и элементарные преобразования системы.</p> <p>12. Правило Крамера</p> <p>13. Решение систем с помощью обратной матрицы.</p> <p>14. Критерий совместности системы линейных уравнений</p> <p>15. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.</p> | <p>7. Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами:</p> <p>1) с помощью обратной матрицы;</p> <p>2) по правилу Крамера;</p> $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = -29, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -31. \end{cases}$ <p>8. Решите систему</p> $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6. \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>2. Аналитическая геометрия</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 2.1 Векторы                       | <p>16. Вектор и его параметры. Коллинеарность и компланарность векторов.</p> <p>17. Скалярное и векторное произведение векторов. Его свойства и геометрические приложения</p> <p>18. Смешанное произведение векторов. Его свойства и геометрические приложения.</p>                                                                                                          | <p>9. Проверить лежат ли 4 точки <math>A(1; 2; -1); B(0; 1; 5); C(-1; 2; 1); D(2; 1; 3)</math> в одной плоскости.</p> <p>10. Имеется 2 вектора <math>a(1; 1,5; 3); b(2; 1,5; x)</math>. При каком значении <math>x</math> эти вектора перпендикулярны, а при каком значении <math>x</math> - угол между ними <math>45^\circ</math>?</p> <p>11. Найти объем параллелепипеда, когда 4 его вершины заданы координатами <math>A(1; 2; 3); B(0; 1; 5); C(-1; 2; 1); D(2; 1; 3)</math>.</p> <p>12. Доказать, что четырехугольник с вершинами <math>A(-3; 5; 6); B(1; -5; 7); C(8; -3; -1); D(4; 7; -2)</math> – квадрат.</p> <p>13. Вычислить площадь треугольника с вершинами <math>A(1; 2; 3); B(0; 1; 0); C(2; 3; 1)</math>. Найти угол между векторами <math>\overline{AB}(1; 2; 3)</math> и <math>\overline{CD}(3; 4; 5)</math>.</p> <p>14. Найти угол между векторами <math>\overline{AB}(1; 2; 3)</math> и <math>\overline{CD}(3; 4; 5)</math>.</p> |

|                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>2.2<br/>Аналитическая геометрия на плоскости</p>   | <p>19. Полярная система координат. Переход от декартовой системы координат к полярной и обратно. Общее уравнение прямой. Различные способы задания прямой на плоскости.</p> <p>20. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.</p> <p>21. Расстояние от точки до прямой на плоскости.</p> <p>22. Окружность. Каноническое уравнение окружности.</p> <p>23. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса. Исследование канонического уравнения эллипса. Построение эллипса.</p> <p>24. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы. Исследование канонического уравнения гиперболы. Построение гиперболы.</p> <p>25. Парабола. Каноническое уравнение параболы. Исследование канонического уравнения параболы. Построение параболы.</p> | <p>15. Представить координаты точки <math>A(1; \sqrt{3})</math> в полярной системе координат.</p> <p>16. Представить проекцию линии <math>(x - 1) = 2(y - 2) = 3(z - 3)</math> на плоскости XOY.</p> <p>17. Найти уравнение прямой перпендикулярной <math>y = 2x - 1</math> и проходящей через точку <math>A(1; 1)</math>.</p> <p>18. Построить кривую, имеющую уравнение <math>2x^2 - 3y^2 = 4</math>.</p> <p>19. Построить асимптоты гиперболы <math>2x^2 - 3y^2 = 4</math>.</p> <p>20. Перевести точку <math>A(2; \frac{\pi}{3})</math> в прямоугольную систему координат.</p> <p>21. Перевести точку <math>A(\sqrt{3}; 1)</math> из прямоугольной в полярную систему координат.</p> <p>22. Построить кривую <math>2x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 5</math>.</p> <p>23. Построить кривую <math>z = x^2 + 3y^2</math>.</p> |
| <p>2.3<br/>Аналитическая геометрия в пространстве</p> | <p>26. Общее уравнение плоскости. Различные способы задания плоскости.</p> <p>27. Взаимное расположение двух плоскостей</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <p>24. Найти расстояние от прямой <math>(x - 1) = 2(y - 2) = 3(z - 3)</math> до точки с координатами <math>A(3; 2; 1)</math>.</p> <p>25. Найти расстояние от точки <math>A(3; 2; 1)</math> до плоскости <math>3x - y + z = 3</math>.</p> <p>26. Даны координаты точек <math>A_1, A_2, A_3</math> и уравнение прямой <math>l</math>,</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>пространстве. Угол между двумя плоскостями.</p> <p>28. Расстояние от точки до плоскости.</p> <p>29. Различные способы задания прямой в пространстве.</p> <p>30. Угол между двумя прямыми в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.</p> <p>31. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве</p> | <p><math>A_1(-3;4;-2), A_2(1;-3;-1), A_3(-1;-2;-4), A_4(3;2;-4)</math></p> <p><math>l: \frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}</math></p> <p>Найти:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Уравнение плоскости, проходящей через точку <math>A_3</math>, перпендикулярно             <ol style="list-style-type: none"> <li>вектору <math>\overrightarrow{A_1A_2}</math>;</li> <li>прямой <math>l</math>;</li> </ol> </li> <li>Уравнение плоскости <math>p</math>, проходящей через три точки <math>A_1, A_2, A_3</math>.</li> <li>Каноническое и параметрическое уравнения прямой, проходящей через точку <math>A_4</math>, перпендикулярно плоскости <math>p</math>.</li> <li>Расстояние от точки <math>A_4</math> до прямой <math>l</math>.</li> <li>Расстояние от точки <math>A_4</math> до плоскости <math>p</math>.</li> <li>Координаты точки пересечения прямой <math>l</math> и плоскости <math>p</math>.</li> <li>Угол между прямой <math>l</math> и плоскостью <math>p</math>.</li> </ol> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|